

В.В.Матвеев

А.П.Бовсуновский

И.Г.Токарь

Институт проблем  
прочности НАН  
Украины

Киев, Украина

УДК 620.178;620.179

## МЕТОДЫ ВИБРАЦИОННОЙ ДИАГНОСТИКИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ С ТРЕЩИНАМИ

*Представлены результаты аналитических, численных и экспериментальных исследований вибрационных характеристик тел с трещинами. Вибрационные характеристики определялись при свободных колебаниях, при основном резонансе, а также при суб- и супергармонических резонансах системы. Вибрационные характеристики оценивались с точек зрения их чувствительности к наличию трещины усталости и эффективности применения для диагностики повреждения.*

### Введение

Вибрационная диагностика повреждения относится к классу неразрушающих методов диагностики. Основой вибрационных методов диагностики является тот факт, что при возникновении в элементах конструкций трещины усталости либо других видов повреждения, связанных с нарушением сплошности, их жесткость снижается, что обуславливает изменение ряда вибрационных характеристик. Это изменение используется как информативный признак повреждения.

Наиболее исследованными вибрационными характеристиками повреждения (ВХП) являются изменение собственных частот и форм колебаний [1]. В качестве ВХП рассматривались также демпфирование [2,3], антирезонансные частоты [3,4], амплитуды вынужденных колебаний [5,6], возникновение суб- и супергармонических колебаний [7,8], изменение фазовых траекторий [9] и др. В последнее время интенсивно разрабатывается так называемый метод высших гармоник [10-12], суть которого заключается в установлении взаимосвязи между величиной усталостной трещины и амплитудами высших гармоник разложения в ряд Фурье зависимостей напряжения, деформации или перемещения от времени.

Различают три уровня диагностики повреждения: оценка наличия повреждения в конструкции; определение параметров повреждения (т. е. размеров и местоположения); установление предела безопасной эксплуатации конструкции с определенным уровнем повреждения.

Исследования, выполненные за последние годы в отделе вибрационной надежности и колебаний Института проблем прочности НАН Украины [13-23], позволяют сделать вывод, что при определенных условиях многие ВХП способны обеспечить 1-й и 2-й уровни диагностики.

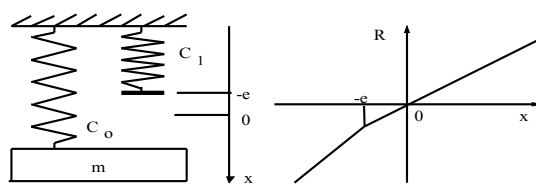
Целью настоящей работы является демонстрация эффективности ряда ВХП для обнаружения небольших трещин усталости в

элементах конструкций на примере лопатки первой ступени компрессора низкого давления современного АГТД.

### Теоретические предпосылки

Как известно, наиболее распространенным видом повреждения конструкций, подверженных динамическому нагружению, является трещина усталости. В задачах о колебаниях она обычно рассматривается как закрывающаяся (или дышащая) трещина. Предполагается, что такая трещина полностью открыта на одном полуцикле колебаний и закрыта на другом полуцикле.

Наиболее простая модель тела с закрывающейся трещиной представлена на рис. 1. Наличие трещины усталости моделируется кусочно-линейной характеристикой восстанавливающей силы. Перелом этой функции характеризует момент изменения жесткости системы при открытии или закрытии трещины.



**Рис. 1. Модель тела с трещиной усталости**

Колебания такой системы описывались нелинейным дифференциальным уравнением вида

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\alpha_m \frac{dx}{dt} \left| \frac{dx}{dt} \right|^{m-1} + \frac{\omega^2}{C} R_{\mp}(x) = q_0 \sin pt, \quad (1)$$

где  $\alpha_m$  – коэффициент вязкого трения;  $\omega$  –

собственная угловая частота колебаний тела без трещины;  $q_0$  – амплитуда вынуждающей силы, приходящаяся на единицу обобщенной массы;  $R_{\mp}(x)$  – восстанавливающая сила, имеющая для случая  $e = 0$  вид

$$R_{\mp}(x) = \begin{cases} C_0 x \pm \frac{\nu}{n} \left| (x_0 \mp x)^n - 2^{n-1} x_0^n \right|; & x \geq 0; \\ C x \mp \frac{\nu}{n} \left| (x_0 \mp x)^n - 2^{n-1} x_0^n \right|; & x \leq 0. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $C$  – обобщенная жесткость системы, моделирующей тело без трещины или на полувцикле колебаний, когда трещина закрыта ( $C = C_1 + C_0$ );  $C_0$  – обобщенная жесткость системы, моделирующей тело на полувцикле колебаний, когда трещина открыта;  $x_0$  – амплитуда колебаний;  $\nu$  и  $n$  – параметры обобщенной петли гистерезиса. Уравнения (2) описывают нисходящую ( $R_2$ ) и восходящую ( $R_1$ ) ветви петли гистерезиса [24].

Уравнение (1) решали [13, 14] с использованием асимптотического метода нелинейной механики и численно [16, 23] методом усреднения по ускорению [25], как в случае свободных ( $q_0=0$ ), так и вынужденных колебаний системы при различных законах вязкого и неупругого сопротивления.

Узловая проблема для такой модели – определение отношения жесткостей  $C_0/C$  на полувциклах с открытой и закрытой трещиной, которое бы соответствовало заданным параметрам трещины в реальном теле при определенной форме его колебаний. В случае колебаний стержня с поперечной трещиной относительное изменение его жесткости определялось приближенно из условия равенства при одинаковом нагружении потенциальной энергии деформации стержня с открытой трещиной (жесткость  $C_0$ ) сумме потенциальной энергии стержня без трещины (жесткость  $C$ ) и энергии, необходимой для образования трещины и выражаемой через коэффициент интенсивности напряжений [15, 16]. В общем случае для этой цели используется формула [16]

$$\frac{C_0}{C} = \left( \frac{2}{\omega_m / \omega} - 1 \right)^{-2}, \quad (3)$$

позволяющая по экспериментально определенному отношению частот тела с закрывающейся трещиной ( $\omega_m$ ) и без трещины ( $\omega$ ) определить искомое отношение жесткостей.

С помощью расчетной модели были исследованы следующие ВХП тела с закрывающейся трещиной: изменение резонансных частот и отношения полупериодов; нелинейные искажения волн перемещения и ускорения при резонансе, суб- и суперрезонансе и при затухающих колебаниях.

Были получены аналитические выражения, определяющие зависимости относительного изменения собственных частот продольных и изгибных колебаний стержней прямоугольного поперечного сечения с разными граничными условиями от относительных размеров поперечных трещин различного типа, их местоположения и формы колебаний стержня [15]. Сравнение результатов аналитического решения, полученного с использованием известных выражений для коэффициента интенсивности напряжений для данного типа трещин, с результатами численного решения, полученного методом конечных элементов, и экспериментального исследования для случая консольного стержня с краевой трещиной показало их вполне удовлетворительное соответствие [15, 17].

В результате аналитических [13] и численных [16, 23] исследований было показано, что нелинейное вязкое и гистерезисное трение приводит при резонансных и затухающих колебаниях к возникновению в спектре колебаний нечетных гармоник, незначительных по величине. В то же время, перелом характеристики восстанавливающей силы приводит к возникновению четных гармоник, наибольшая из которых – вторая – является надежным признаком наличия трещины усталости.

В результате аналитического решения дифференциального уравнения свободных колебаний системы с кусочно-линейной упругой характеристикой [13, 18] получены простые выражения для приближенного определения параметров гармонических составляющих в спектре резонансных колебаний тела с закрывающейся трещиной

$$x = A \left[ \cos \varphi + \frac{\alpha}{\pi} + \sum_{i=2,4,\dots} (-1)^{i/2} \frac{2\alpha}{\pi(i^2 - 1)^2} \cos i\varphi \right]$$

где  $\alpha = 1 - C_0/C$ , а также для определения относительной разности полупериодов цикла

$$\Delta \bar{T} = \frac{T_+ - T_-}{T_+ + T_-} = \frac{1 - \sqrt{1 - \alpha}}{1 + \sqrt{1 - \alpha}}$$

и максимальных отклонений разного знака от положения равновесия

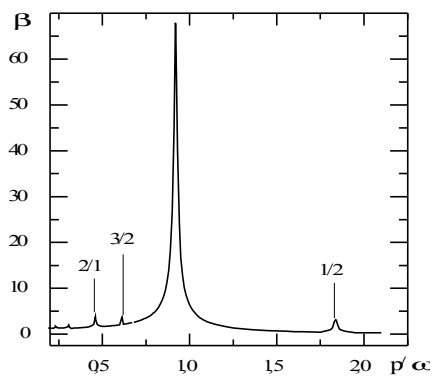
$$\Delta \bar{A} = \frac{A_+ - A_-}{A_+ + A_-} = \frac{\alpha}{\pi} \left[ 1 + \sum_{i=2,4,\dots} \frac{2}{(i^2 - 1)^2} \right].$$

Численные исследования колебаний модели тела с трещиной усталости при резонансных и затухающих колебаниях также показали [16, 23], что такие вибрационные характеристики, как отношение частот и полупериодов колебаний, относительная величина нулевого коэффициента и амплитуды второй гармоники достигают приемлемых с практической точки зрения величин при достаточно больших размерах трещины – до 60% сечения (при этом  $C_0/C \geq 0,72$ ). Если ограничиться трещинами до 25% сечения ( $C_0/C \geq 0,96$ ), то относительное изменение

указанных ВХП составляет не более 1-6%, что представляется недостаточным для практической реализации.

На рис. 2 представлена АЧХ для рассматриваемой модели [23]. Как видно, трещина усталости обуславливает возникновение суб- и суперрезонансных режимов колебаний, что может служить качественным признаком повреждения. При этом наблюдается существенные нелинейные искажения колебательных процессов, особенно при суперрезонансах. Даже при малых размерах трещины (до 10% сечения,  $C_0/C \geq 0,98$ ) вторая гармоника для волны перемещения достигает 17%, а для волны ускорения – 73% амплитуды первой гармоники. Отметим, что при малых трещинах субрезонансные режимы колебаний не возникают, поэтому их использование в качестве ВХП проблематично.

В результате расчета также было обнаружено, что проявление суб- и суперрезонансных режимов колебаний существенно зависит от уровня демпфирования. Увеличение демпфирующей способности системы подавляет проявление суб- и суперрезонансных режимов колебаний и снижает уровень нелинейных искажений колебательных процессов. Явление увеличения характеристик демпфирования колебаний образцов или элементов конструкций при возникновении в них трещины усталости было зафиксировано экспериментально [17, 26, 27]. Таким образом, при реализации 2-го уровня диагностики повреждения, то есть при необходимости его количественной оценки, необходимо учитывать изменение демпфирования в системе.



**Рис. 2. Зависимость коэффициента динамичности для перемещения колебательной системы, моделирующей тело с закрывающейся трещиной при вязком трении ( $C_0/C=0,723$ ,  $m=1$ ,  $\nu=0$ ,  $\delta=5,0\%$ ), от относительной частоты вынуждающей силы**

Для исследования некоторых ВХП были использованы также стержневые модели тела с закрывающейся трещиной [19, 20]. На полуцикле, когда трещина закрыта, жесткость стержня полагалась равной его жесткости в неповрежденном состоянии, а на полуцикле открытия трещины она моделировалась конечным участком с уменьшенным моментом инерции

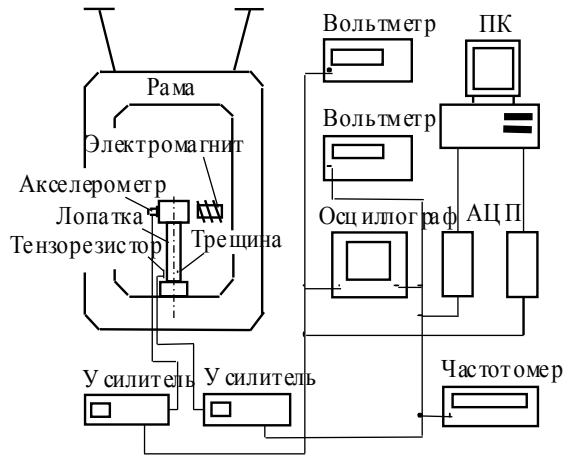
сечения при неизменной массе или упругим шарниром. Ключевая проблема для этой модели – определение эквивалентной податливости модели трещины. В работах [19, 20] эта проблема решалась на основании энергетического подхода: с одной стороны потенциальная энергия деформации определялась с учетом изменения податливости стержня, а с другой – с учетом энергии, затрачиваемой на образование трещины и выраженной через коэффициент интенсивности напряжений. Модели были апробированы по результатам эксперимента на образцах с краевой трещиной [17, 19].

В результате расчета с использованием стержневой модели тела с трещиной было показано, что зависимости относительного изменения частот собственных колебаний образцов по разным формам и зависимость амплитуды второй гармоники для волны деформации и ускорения от относительной длины трещины при резонансных колебаниях являются значимыми при относительно больших трещинах. Кроме того, расчет показал влияние выбора точки измерения на чувствительность той или иной ВХП, а также, что чувствительность изменения форм колебаний для вибродиагностики значительно ниже, чем изменение собственных частот.

Таким образом, результаты численного исследования на двух моделях тела с трещиной усталости показали, что наиболее перспективной для использования в качестве ВХП является оценка уровня нелинейных искажений волны при суперрезонансных режимах колебаний. Кроме того, результаты экспериментального исследования [17] показали, что при определенных условиях изменение характеристик демпфирования колебаний также может быть чувствительным индикатором усталостного повреждения. Эти две характеристики были апробированы в качестве вибрационных диагностических признаков наличия трещины усталости в лопатке первой ступени компрессора низкого давления современного АГД.

### Результаты эксперимента

Определение логарифмического декремента колебаний лопатки из немагнитного титанового сплава ВТ-3-1 и оценка нелинейных искажений волны деформации и ускорения при ее резонансных колебаниях по первой форме было выполнено на установке КД-1М [17], блок-схема которой показана на рис. 3. Использовался резонансный метод возбуждения колебаний посредством электромагнитной системы, которая включала в себя генератор сигналов, усилитель мощности и электромагнит, воздействовавший на лопатку через закрепленную на ее конце ферромагнитную пластинку.



**Рис. 3 – Блок-схема экспериментальной установки КД-1М**

Выращивание трещины и испытания лопатки при суперрезонансном режиме колебаний осуществлялось на вибростенде ВЭД-400А. Схема закрепления лопатки на вибростенде приведена на рис. 4.

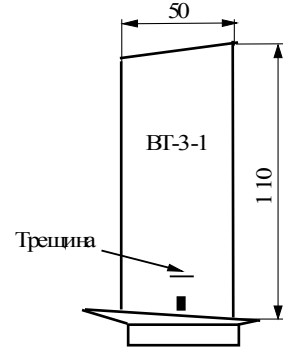
Размеры лопатки показаны на рис.5. Поверхностная поперечная трещина была выращена из концентратора, расположенного на расстоянии 10 мм от корневого сечения, в результате циклирования на вибростенде при амплитуде максимальных напряжений 250 МПа в корневом сечении. Ее длина на поверхности лопатки составила 9,7 мм, а площадь трещины ( $S_T$ ) была оценена в 10-12% от площади сечения лопатки ( $S$ ) в плоскости расположения трещины. При этом изменение резонансной частоты составило 0,5%.



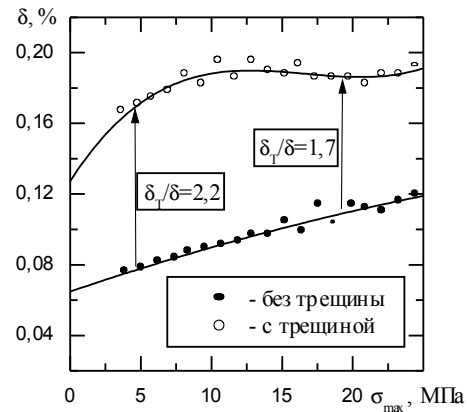
**Рис. 4 – Схема закрепления лопатки на вибростенде**

Как видно из рис. 6, логарифмический декремент колебаний лопатки при возникновении в ней трещины возрос в 2,2-1,7 раза. Причем больший рост логарифмического

декремента колебаний наблюдается при меньших амплитудах напряжений, то есть чувствительность этой характеристики тем выше, чем ниже амплитуда колебаний. Чувствительность характеристики также существенно за висит от исходного уровня демпфирования колебаний исследуемого объекта. Чем ниже этот уровень, тем выше чувствительность характеристики демпфирования колебаний к повреждению. В нашем случае исходный уровень демпфирования колебаний лопатки был весьма низким, так как она изготовлена из низкодемпфирующего титанового сплава, поэтому и относительный рост декремента, обусловленный трещиной, оказался значительным.



**Рис. 5. Лопатка первой ступени КНД АГТД**



**Рис. 6. Амплитудные зависимости логарифмического декремента колебаний лопатки без трещины и с трещиной**

Испытания лопатки при резонансных и суперрезонансных порядка 2/1 колебаниях показали высокую чувствительность уровня нелинейных искажений волн деформации и ускорения к наличию трещины. В таблице приведены относительные амплитуды второй гармоники для волны деформации и ускорения. Как видно, чувствительность этой характеристики к повреждению при суперрезонансе весьма значительна и на два порядка превышает ее при

**Таблица**  
**Нелинейные искажения волны деформации и ускорения при резонансных и суперрезонансных колебаниях ( $\sigma_{max}=2$  МПа)**

$S_m/S$	Изменени е частоты, %	$A_2 / A_1$			
		Основной резонанс ( $p \approx \omega T$ )		Суперрезонанс ( $p \approx 1/2 \omega T$ )	
		Дефор- мация	Уско- рение	Дефор- мация	Уско- рение
0,1...0,12	0,5	0,004	0,024	2,09	4,31

колебаниях в режиме основного резонанса. Причем предпочтительнее использовать для вибродиагностики процесс ускорения.

### Выводы

Наиболее чувствительной ВХП в случае незакрывающейся трещины является изменение собственных частот колебаний.

В случае закрывающейся трещины как изменение собственных частот, так и значение параметров спектра гармоник колебательного процесса в режиме основного резонанса являются достаточно чувствительными характеристиками повреждения при относительном изменении жесткости конструктивного элемента  $C_0/C \leq 0,9$ .

Изменение характеристики демпфирования колебаний конструктивного элемента может быть чувствительной вибрационной характеристикой наличия трещины усталости только в случае относительно низкого исходного уровня логарифмического декремента его колебаний (менее 1%).

Наиболее перспективной вибрационной характеристикой наличия трещины усталости является уровень нелинейных искажений колебательного процесса при супергармоническом резонансе порядка 2/1. Так, относительная амплитуда второй гармоники в спектре волны деформации и ускорения на два порядка превышает аналогичный параметр, определенный при основном резонансе.

### Литература

1. Krawczuk M., Ostachowicz W. Damage indicators for diagnostic of fatigue cracks in structures by vibration measurements - a survey // J. Theor. and Appl. Mech.- 1996.- **34**, № 2.- P. 307-326.
2. Hochrein A.A., Yeager L.L. Computer-assisted digital processing system for a nondestructive evaluation technique utilising the phenomenon of internal friction // Proc. of the Fract. Mech. Symp. on Naval Structure Mechanics, 1978, P. 67-73.
3. Rytter A., Brincker R., Kirkegaard P.H. An experimental study of the modal parameters of a damaged cantilever // Fracture and Dynamics, Paper No.37, Dept. of Building Technology and Structural Engineering, University of Aalborg, October, 1992.- 76 p.
4. Afolabi D. An anti-resonance technique for detecting structural damage // Proc. of the 5th IMAC.- London, 1987.- P. 491-495.
5. Ostachowicz W., Krawczuk M. Vibration analysis of cracked beam // Computers and Structures.- 1990.- **36**.- P. 245-250.
6. Collins K.R., Plaut R.H., Wauer J. Free and forced longitudinal vibrations of a cantilevered bar with a crack // ASME J. of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design.- 1992.- **114**.- P. 171-177.
7. Цыфанский С.Л., Магоне М.А., Ожиганов В.М. Об использовании нелинейных эффектов для обнаружения трещин в стержневых элементах конструкций // Дефектоскопия.- 1985.- № 3.- С. 77-85.
8. Цыфанский С.Л., Бересневич В.И., Магоне М.А. Вибродиагностика усталостных трещин в несущих поверхностях летательных аппаратов на основе использования нелинейных эффектов // Там же.- 1993.- № 2.- С. 87-94.
9. Diana G., Bachschmid N., Angel F. An on-line crack detection method for turbo generator rotors // Proc. of Int. Conf. on Rotordynamics, JSME.- 1986.- P. 385-390.
10. Карасев В.А., Ройтман А.Б. Доводка эксплуатируемых машин. Вибродиагностические методы.- М.: Машиностроение, 1986.- 192 с.
11. Голуб В.П., Буцерага В.П., Погребняк А.Д. Исследование кинетики усталостных трещин методом дифференциальной податливости // Прикл. механика.- 1995.- **31**, № 12.- С. 66-73.
12. Шульженко Н.Г., Овчарова Г.Б., Билетченко В.П.. Расчет характеристик колебаний многоопорного ротора с поперечной трещиной при малых статических деформациях // Там же.- 1996.- № 2.- С. 92-99.
13. Матвеев В.В. К анализу эффективности метода спектральной вибродиагностики усталостного повреждения элементов конструкций. Сообщ. 1. Продольные колебания, аналитическое решение // Пробл. прочности.- 1997.- № 6.- С. 5-20.
14. Матвеев В.В., Бовсуновский А.П.. К анализу эффективности метода спектральной вибродиагностики усталостного повреждения элементов конструкций. Сообщ. 2. Изгибные колебания, аналитическое решение // Там же.- 1998.- № 6.- С.9-22.
15. Матвеев В.В., Бовсуновский А.П.. К анализу эффективности метода спектральной вибродиагностики усталостного повреждения элементов конструкций. Сообщ. 3. Аналитическое и численное определение собственных частот продольных и изгибных колебаний стержней с поперечными трещинами // Там же.- 1999.- № 4.- С. 19-31.
16. Бовсуновский А.П. Численное исследование колебаний нелинейной механической системы, моделирующей тело с трещиной // Там же .- 1999.- № 6 .- С. 65-80.
17. Бовсуновский А.П., Матвеев В.В.. Сравнительная экспериментальная оценка чувствительности некоторых вибрационных индикаторов усталостного повреждения стержневых элементов // Вибрации в технике и технологиях.-1999.- № 1 (10).- С. 15-21.
18. Матвеев В.В., Бовсуновский А.П.. К анализу эффективности метода спектральной вибродиагностики усталостного повреждения элементов конструкций. Сообщение 4. Анализ искажения гармоничности цикла колебаний стержневых элементов при наличии закрывающихся поперечных трещин // Пробл. прочности.- 2000.- № 1.- С. 5-12.
19. Матвеев В.В., Бовсуновский А.П.. К определению вибрационных характеристик стержня с закрывающейся трещиной при изгибных колебаниях // Там же.- 2000.- № 3.- С. 5-23.
20. Vovsunovsky A.P., Matveev V.V. Analytical approach to the determination of dynamic

- characteristics of a beam with a closing crack // J. of Sound and Vibration.- 2000.- 235(3).- P. 415-434.
21. Матвеев В.В., Бовсуновский А.П.. Некоторые аспекты колебаний упругого тела с "дышащей" несплошностью материала // Пробл. прочности.- 2000.- № 5.- С. 41-57.
22. Матвеев В.В., Бовсуновский А.П.. К оценке степени локального усталостного повреждения элементов конструкций по изменению их вибрационных характеристик // Оценка и обоснование продления ресурса элементов конструкций : Тр. конф. В 2-х т.- Киев, 2000.- Т1, С. 131-136.
23. Бовсуновский А.П. К вопросу об исследовании колебаний нелинейной механической системы, моделирующей тело с трещиной // Пробл. прочности.- 2001.- № 4.- С. 97-111.
24. Давиденков Н.Н. Обзор. О рассеянии энергии при вибрациях // Журн. техн. физики.- 1938.- 8, вып. 6.- С. 483-499.
25. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле.- М.: Машиностроение, 1985.- 472 с.
26. Сидоров О.Т., Ракшин А.Ф., Фенюк М.И. Определение зон расположения трещин в гибких образцах / Пробл. прочности.- 1983.- № 6.- С. 101-103.
27. Rytter A., Brincker R., Kirkegaard P.H. An experimental study of the modal parameters of a cantilever / Fractura & Dynamics, Paper No.37, Department of Building Technology and Structural Engineering, University of Aalborg, Denmark, 1992, 76 p.