ПРО ІСНУВАННЯ ОБМЕЖЕНОГО РОЗВ'ЯЗКУ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ З СЕКТОРІАЛЬНИМ ОПЕРАТОРНИМ КОЕФІЦІЄНТОМ.

Городній М.Ф., Романенко В.М.

Київський Національний Університет ім. Тараса Шевченка

Нехай $\left(B, \|\cdot\|\right)$– комплексний банахів простір; T– секторіальний оператор, що діє в B, з областю визначення $D(T) \subset B$ і спектром $\sigma(T)$, таким, що з деяким $\delta > 0$ $\quad inf\{Re\,\lambda \mid \lambda \in \sigma(T)\} > \delta$. Зафіксуємо функцію $f : R \to B$, яка задовольняє такі умови:

α) $\| f \|_\infty := sup\{\| f(t)\| \mid t \in R\} < +\infty$;

β) для кожного t_0 існують такі залежні від t_0 сталі

$\beta \in (0,1]$, $M > 0$, $\gamma > 0$, що

$\forall t, s \in [t_0 - \gamma; t_0 + \gamma] : \| f(t) - f(s)\| \le M|t - s|^\beta$.

Означення. Функція $x : R \to B$ називається відповідним f обмеженим розв'язком диференціального рівняння

$$x'(t) = Tx(t) + f(t),\ t \in R, \tag{1}$$

якщо $x \in C^1(R, B)$, $\| x \|_\infty < +\infty$, для довільного $t \in R$ $x(t) \in D(T)$ і виконується рівність (1).

Справджується

Теорема 1. Нехай $f : R \to B$ задовольняє умови α), β). Тоді рівняння (1) має відповідний функції f єдиний обмежений розв'язок $x(t)$. Цей розв'язок зображується у вигляді

$$x(t) = -\int_t^{+\infty} e^{T(t-s)} f(s)ds,\quad t \in R.$$