

# Відповідність між деякими властивостями розв'язків систем диференціальних і відповідних різницевих рівнянь

Ткачук А.М.

Розглядається система диференціальних рівнянь вигляду

$$\frac{dx}{dt} = X(t, x) \quad (1)$$

і відповідна їй система різницевих рівнянь

$$x_{k+1}^h = x_k^h + hX(t_0 + kh, x_k^h), \quad (2)$$

де  $k \in Z$ ,  $h > 0$  - крок,  $x_k^h = x^h(t_0 + kh)$ ,  $x^h(t_0) = x_0^h$ ,  $x(t_0) = x_0$ .

Вектор-функція  $X(t, x)$  визначена при  $t \in R$ ,  $x \in D \subset R^n$  та неперервно-диференційовна і обмежена разом зі своїми частинними похідними так, що:  $|X(t, x)| + \left| \frac{\partial X}{\partial t} \right| + \left\| \frac{\partial X}{\partial x} \right\| \leq C$ .

Отримано умови існування обмеженого двостороннього розв'язку системи різницевих рівнянь, якщо диференціальна система має обмежений на осі  $R$  розв'язок.

**Theorem 1.** *Якщо система (1) має обмежений, рівномірно за  $t_0 \in R$  асимптотично стійкий розв'язок  $x(t)$ , визначений на  $R$ , і такий, що лежить в області  $D$  разом з деяким своїм оточенням, тоді  $\exists h_0$ , що при  $h \leq h_0$  система (2) також буде мати обмежений розв'язок. Причому*

$$\sup_{k \in Z} |x(kh) - x_k^h| \rightarrow 0, \quad h \rightarrow 0$$

Також розглянуто і обернену задачу, тобто вказано умови, за яких властивість обмеженості на  $R$  розв'язку у (1) зберігається, при наявності цієї властивості на  $Z$  у (2).

**Theorem 2.** *Якщо існує  $h_0 > 0$ , що при  $0 < h \leq h_0$  система (2) має рівномірно по  $t_0$  і  $h$  асимптотично стійкий, двосторонній обмежений розв'язок  $x_k^h$ , що лежить в області  $D$  разом з деяким  $\rho$ -оточенням, тоді система (1) також має обмежений двосторонній розв'язок.*

Встановлено зв'язок між періодичними розв'язками диференціальних та різницевих рівнянь. Будемо вважати, що функція  $X(t, x)$  - періодична по  $t$  з періодом  $\omega$ , тобто  $X(t + \omega, x) = X(t, x)$ . Виберемо крок  $h = \frac{\omega}{n}$ ,  $n \in N$ .

**Theorem 3.** *Якщо система (2) для достатньо малого кроку  $h$  ( $n \geq N_0$ ) має рівномірно по  $k_0$  і  $h$  асимптотично стійкий періодичний розв'язок  $x_k^h$ , що лежить в  $D$  разом з деяким своїм оточенням, тоді і система (1) має також періодичний розв'язок періоду кратного  $\omega$ .*