

Л. П. Хорошун, Е. Н. Шикун

ДЕФОРМИРОВАНИЕ И ДОЛГОВРЕМЕННАЯ ПОВРЕЖДАЕМОСТЬ ЗЕРНИСТЫХ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ДРОБНО-СТЕПЕННОЙ ФУНКЦИИ ДЛИТЕЛЬНОЙ МИКРОПРОЧНОСТИ

*Институт механики им. С.П.Тимошенко НАНУ,
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина; e-mail: stohac@imech.kiev.ua*

Abstract. The theory of long-term damageability for homogeneous materials is generalized on the case of granular composite materials. The process of damageability of composite components is modeled by forming the stochastically located micropores in the components. The criterion of damage of unit microvolume is characterized by its long-term strength. The last one is riding by the dependence of brittle damage time on the degree of closeness of the equivalent stress to its limit value. This value characterizes the short-time strength by the Huber – Mises criterion and is assumed to be the random function of coordinates. For the arbitrary moment, the balance equation of damageability (porosity) components is formulated. The algorithms of evaluation of dependences of the granular composite components microdamageability on time, the macrostresses or macrostrains on time are obtained in the case of limited microdurability.

Key words: granular composite material, stochastic structure, stress-strain state, long-term damageability, effective characteristics, balance equation of porosity.

Введение. Один из возможных механизмов разрушения материалов и элементов конструкций связан с появлением и развитием во времени рассеянных микроповреждений, приводящих, как правило, к образованию магистральных трещин. Согласно физическим представлениям, поврежденность материала можно рассматривать как наличие рассеянных дефектов в виде микротрещин, микропустот или разрушенных микрообъемов, которые приводят к уменьшению эффективной или несущей части материала, оказывающей сопротивление нагрузкам.

Известные математические модели повреждаемости материала можно разделить на три направления. Первое направление исходит из микронеоднородности деформативно-прочностных свойств материала, что приводит при нагружении к образованию рассеянных микроразрушений, моделируемых системой микротрещин или микропор. Уравнения повреждаемости здесь строятся на основе теории деформирования структурно-неоднородных сред и определенных критериев разрушения микрообъемов материала. В основе второго направления лежит формальное представление о параметре поврежденности, как некоторой меры нарушения сплошности материала без указания ее физического смысла, и постулирование для него эволюционного уравнения в виде зависимости скорости образования повреждений от действующих напряжений. Третье направление предполагает, что поврежденность описывается не структурными параметрами, а термодинамическими, дающими свой вклад, наряду с напряжениями и деформациями, в законы термодинамики. На этой основе формально записываются зависимости между напряжениями, деформациями и параметрами поврежденности.

Очевидно, что неформальное первое направление является наиболее адекватным моделированием реальных процессов повреждаемости материала. При этом представления и методы механики стохастически неоднородных сред дают возможность построить теорию связанных процессов деформирования и кратковременной повреждаемости как однородных [11, 12], так и композитных материалов [14 – 17], и исследовать закономерности этих процессов в широком диапазоне механических свойств, включая температурные воздействия [10, 12, 18 – 21, 35] и физически нелинейное деформирование [22 – 34, 35].

Однако экспериментальные данные и наблюдения за работой элементов конструкций и сооружений свидетельствуют о том, что повреждаемость может быть как кратковременной (мгновенной), соответствующей уровню напряжений или деформаций в момент их задания, так и длительной, проявляющейся в росте повреждений во времени после приложения нагрузки. Длительную повреждаемость обычно рассматривают как результат процесса накопления во времени рассеянных микроповреждений в виде микропор и микротрещин. На микроскопическом уровне прочность материала является неоднородной, т.е. предел мгновенной прочности и кривые длительной прочности микрообъема материала являются случайными функциями координат, описываемыми определенными плотностями или функциями распределения. При действии на макрообразец постоянного растягивающего напряжения часть микрообъемов, предел прочности которых ниже приложенного напряжения, разрушится, т.е. на их месте образуются микротрещины или микрополости. На тех микроучастках, где напряжения меньше пределов прочности, но близки к ним, разрушение происходит через некоторый промежуток времени, который зависит от степени близости напряжения к пределу микропрочности.

В [13] на основе моделей и методов механики стохастически неоднородных сред построена теория длительной повреждаемости однородного материала. В настоящей статье теория длительной повреждаемости обобщается на случай зернистого композитного материала стохастической структуры. В основу структурной теории длительной повреждаемости композитных материалов положены уравнения механики микрооднородных сред стохастической структуры. Процесс повреждаемости компонентов зернистого композита моделируется разрушением рассеянных микрообъемов компонентов материала и образованием на их месте стохастически расположенных микропор. Критерий разрушения единичного микрообъема характеризуется его длительной прочностью, описываемой дробно-степенной функцией долговечности, определяемой зависимостью времени хрупкого разрушения от степени близости эквивалентного напряжения к его предельному значению, характеризующему кратковременную прочность по критерию Губера – Мизеса. Предел кратковременной прочности принимается случайной функцией координат, одноточечное распределение которой описывается степенной функцией распределения на некотором отрезке или распределением Вейбулла. Эффективные деформативные свойства и напряженно-деформированное состояние зернистого композита с системой стохастически расположенных микроповреждений в компонентах определяются на основе стохастических уравнений упругости пористых сред. Исходя из свойств функций распределения и условия эргодичности случайного поля кратковременной микропрочности, а также зависимости времени хрупкого разрушения микрообъема от его напряженного состояния и кратковременной микропрочности, сформулированы для заданных макронапряжений или макродеформаций и произвольного момента времени уравнения баланса поврежденности (пористости) компонентов композита. Зависимости макронапряжения – макродеформации для зернистого материала с пористыми компонентами и уравнения баланса пористости компонентов описывают совместные процессы деформирования и длительной повреждаемости композита с учетом их взаимодействия, что приводит к росту макродеформаций при заданных макронапряжениях и снижению макронапряжений при заданных макродеформациях, происходящих во времени. На основе метода итераций построены алгоритмы вычисления зависимостей микроповреждаемости компонентов зернистого материала от времени, мак-

ронапряжений или макродеформаций от времени, а также получены соответствующие кривые в случае ограниченной функции микродолговечности.

§1. Рассмотрим матричный композитный материал зернистой структуры, включения и матрица которого имеют пористость соответственно p_1 и p_2 . Обозначим модули объемного сжатия и сдвига материалов скелетов включений и матрицы соответственно K_1, μ_1 и K_2, μ_2 , а объемные содержания пористых включений и пористой матрицы соответственно c_1, c_2 . Макронапряжения $\langle \sigma_{jk} \rangle$ в композите связаны с макродеформациями $\langle \varepsilon_{jk} \rangle$ соотношениями

$$\langle \sigma_{jk} \rangle = (K^* - 2/3\mu^*) \langle \varepsilon_{rr} \rangle \delta_{jk} + 2\mu^* \langle \varepsilon_{jk} \rangle, \quad (1.1)$$

где эффективные модули объемного сжатия K^* и сдвига μ^* определяются [2, 7, 9] через соответствующие модули пористых зерен K_{1p}, μ_{1p} и пористой матрицы K_{2p}, μ_{2p} формулами

$$K^* = c_1 K_{1p} + c_2 K_{2p} - \frac{c_1 c_2 (K_{1p} - K_{2p})^2}{c_1 K_{2p} + c_2 K_{1p} + n_c}; \quad \mu^* = c_1 \mu_{1p} + c_2 \mu_{2p} - \frac{c_1 c_2 (\mu_{1p} - \mu_{2p})^2}{c_1 \mu_{2p} + c_2 \mu_{1p} + m_c}, \quad (1.2)$$

где

$$n_c = \frac{4}{3} \mu_c; \quad m_c = \frac{(9K_c + 8\mu_c) \mu_c}{6(K_c + 2\mu_c)}, \quad (1.3)$$

причем

$$K_c = c_1 K_{1p} + c_2 K_{2p}; \quad \mu_c = c_1 \mu_{1p} + c_2 \mu_{2p}, \quad (1.4)$$

если жесткость пористой матрицы больше жесткости пористых включений, и

$$K_c = \frac{K_{1p} K_{1p}}{c_1 K_{1p} + c_2 K_{1p}}; \quad \mu_c = \frac{\mu_{1p} \mu_{1p}}{c_1 \mu_{1p} + c_2 \mu_{1p}} \quad (1.5)$$

в противном случае.

Эффективные модули пористых включений K_{1p}, μ_{1p} и матрицы K_{2p}, μ_{2p} согласно [6, 8] определяются формулами

$$K_{ip} = \frac{4K_i \mu_i (1 - p_i)^2}{4\mu_i + (3K_i - 4\mu_i) p_i}; \quad \mu_{ip} = \frac{(9K_i + 8\mu_i) \mu_i (1 - p_i)^2}{9K_i + 8\mu_i - (3K_i - 4\mu_i) p_i} \quad (i = 1, 2). \quad (1.6)$$

Примем критерий кратковременного разрушения в микрообъеме неповрежденной части материала i -компонента в форме Губера – Мизеса [3]

$$I_{\bar{\sigma}}^i = k_i; \quad I_{\bar{\sigma}}^i = (\bar{\sigma}_{pq}^i \bar{\sigma}_{pq}^i)^{1/2} \quad (i = 1, 2), \quad (1.7)$$

где $\bar{\sigma}_{pq}^i$ – девиатор средних по неповрежденной части материала i -компонента напряжений; k_i – предельное значение инварианта $I_{\bar{\sigma}}^i$ для i -компонента, являющееся случайной функцией координат, причем средние по неповрежденной части материала i -компонента напряжения $\bar{\sigma}_{jk}^i$ определяются формулой [9]

$$\bar{\sigma}_{jk}^i = \frac{1}{1 - p_i} \langle \sigma_{jk}^i \rangle. \quad (1.8)$$

Если инвариант $I_{\bar{\sigma}}^i$ для некоторого микрообъема i -компонента не достигает соответствующего предельного значения k_i , то согласно критерию длительной прочно-

сти разрушение произойдет по истечении некоторого промежутка времени τ_k^i , длительность которого зависит от степени близости $I_{\bar{\sigma}}^i$ к предельному значению k_i . В общем случае эту зависимость можно представить в виде некоторой функции

$$\tau_k^i = \varphi_i(I_{\bar{\sigma}}^i, k_i), \quad (1.9)$$

причем $\varphi_i(k_i, k_i) = 0$, $\varphi_i(0, k_i) = \infty$ согласно (1.7).

Одноточечную функцию распределения $F_i(k_i)$ предела прочности k_i микрообъема неповрежденной части материала i -компонента можно аппроксимировать степенным законом на некотором отрезке

$$F_i(k_i) = \begin{cases} 0, & k_i < k_{0i}; \\ \left(\frac{k_i - k_{0i}}{k_{1i} - k_{0i}} \right)^{\alpha_i}, & k_{0i} \leq k_i \leq k_{1i}; \\ 1, & k_i > k_{1i} \end{cases} \quad (1.10)$$

или распределением Вейбулла

$$F_i(k_i) = \begin{cases} 0, & k_i < k_{0i}; \\ 1 - \exp[-m_i(k_i - k_{0i})^{\alpha_i}], & k_i \geq k_{0i}. \end{cases} \quad (1.11)$$

Здесь k_{0i} – минимальная величина предельного значения k_i , с которого начинается разрушение в некоторых объемах i -компонента; k_{1i} , m_i , α_i – постоянные, выбираемые из условия аппроксимации разброса прочности в i -компоненте.

Примем, что случайное поле предела микропрочности i -компонента k_i является статистически однородным, что характерно для реальных материалов, а размеры единичных микроразрушений и расстояний между ними пренебрежимо малы по сравнению с размерами включений и расстояний между ними. Тогда имеет место свойство эргодичности, согласно которому функция распределения $F_i(k_i)$ определяет относительное содержание неразрушенной части материала i -компонента, в котором предел микропрочности меньше значения k_i . Поэтому при ненулевых напряжениях $\bar{\sigma}_{jk}^i$ функция $F_i(I_{\bar{\sigma}}^i)$ определяет согласно (1.7), (1.10), (1.11) относительное содержание мгновенно разрушенных микрообъемов материала i -компонента. Так как разрушенные микрообъемы моделируются порами, то, принимая начальную пористость i -компонента равной p_{0i} , можем записать уравнение баланса разрушенных микрообъемов или пористости i -компонента при кратковременной повреждаемости

$$p_i = p_{0i} + (1 - p_{0i})F_i(I_{\bar{\sigma}}^i). \quad (1.12)$$

Инвариант девиатора тензора средних напряжений по неповрежденной части материала i -компонента $I_{\bar{\sigma}}^i$ связан с инвариантом девиатора средних деформаций в i -компоненте $I_{\langle \varepsilon \rangle}^i = (\langle \varepsilon_{jk}^i \rangle' \langle \varepsilon_{jk}^i \rangle')^{1/2}$ зависимостями

$$I_{\bar{\sigma}}^i = \frac{2\mu_{ip}}{1 - p_i} I_{\langle \varepsilon \rangle}^i, \quad (1.13)$$

инварианты девиаторов средних деформаций в компонентах $I_{\langle \varepsilon \rangle}^i$ определяются через инвариант девиатора макродеформаций $I_{\langle \varepsilon \rangle} = (\langle \varepsilon_{jk} \rangle' \langle \varepsilon_{jk} \rangle')^{1/2}$ соотношениями

$$I_{<\varepsilon>}^i = (-1)^{i+1} \frac{\mu^* - \mu_{3-i,p}}{c_i(\mu_{1,p} - \mu_{2,p})} I_{<\varepsilon>}, \quad (1.14)$$

а инвариант $I_{<\varepsilon>}$ связан с девиатором макронапряжений $I_{<\sigma>} = (<\sigma_{jk}>' <\sigma_{jk}>')^{1/2}$ зависимостью

$$I_{<\varepsilon>} = I_{<\sigma>} / 2\mu^*; \quad (1.15)$$

поэтому с учетом соотношений (1.13) – (1.15) в уравнении баланса пористости i -компонента (1.12) при заданных макродеформациях $<\varepsilon_{jk}>$ инвариант $I_{\bar{\sigma}}^i$ определяется формулой

$$I_{\bar{\sigma}}^i = \frac{1}{1-p_i} I_{<\sigma>}^i; \quad I_{<\sigma>}^i = (-1)^{i+1} \frac{2\mu_{ip}(\mu^* - \mu_{(3-i)p})}{c_i(\mu_{1p} - \mu_{2p})} I_{<\varepsilon>}, \quad (1.16)$$

а при заданных макронапряжениях $<\sigma_{jk}>$ в уравнении баланса пористости i -компонента (1.12) инвариант $I_{\bar{\sigma}}^i$ записывается в форме

$$I_{\bar{\sigma}}^i = \frac{1}{1-p_i} I_{<\sigma>}^i; \quad I_{<\sigma>}^i = (-1)^{i+1} \frac{\mu_{ip}(\mu^* - \mu_{(3-i)p})}{c_i(\mu_{1p} - \mu_{2p})\mu^*} I_{<\sigma>}. \quad (1.17)$$

Если напряжения в i -компоненте $\bar{\sigma}_{jk}^i$ действуют в течение некоторого времени t , то согласно критерию длительной прочности (1.9) за это время в i -компоненте разрушатся микрообъемы с такими значениями предела микропрочности k_i , для которых имеет место неравенство

$$t \geq \tau_k^i = \varphi_i(I_{\bar{\sigma}}^i, k_i), \quad (1.18)$$

где инвариант $I_{\bar{\sigma}}^i$ определяется выражениями (1.16) или (1.17) соответственно при заданных макродеформациях $<\varepsilon_{jk}>$ или макронапряжениях $<\sigma_{jk}>$.

Время τ_k^i хрупкого разрушения i -компонента для реальных материалов при невысоких температурах имеет конечное значение, начиная только с некоторого значения $I_{\bar{\sigma}}^i > 0$. В этом случае функцию долговечности i -компонента $\varphi_i(I_{\bar{\sigma}}^i, k_i)$ можно представить, например, дробно-степенной зависимостью

$$\varphi_i(I_{\bar{\sigma}}^i, k_i) = \tau_{0i} \left(\frac{k_i - I_{\bar{\sigma}}^i}{I_{\bar{\sigma}}^i - \gamma_i k_i} \right)^{n_i} \quad (\gamma_i k_i \leq I_{\bar{\sigma}}^i \leq k_i, \quad \gamma_i < 1), \quad (1.19)$$

где некоторое характерное время τ_{0i} , показатель n_i и коэффициент γ_i определяются из аппроксимации экспериментальных кривых долговечности i -компонента.

Подставляя (1.19) в (1.18), приходим к неравенству

$$k_i \leq I_{\bar{\sigma}}^i \frac{1 + \bar{t}_i^{1/n_i}}{1 + \gamma_i \bar{t}_i^{1/n_i}} \quad \left(\bar{t}_i = \frac{t}{\tau_{0i}} \right). \quad (1.20)$$

Принимая во внимание определение функции распределения предела микропрочности $F_i(k_i)$, приходим к выводу, что функция $F_i[I_{\bar{\sigma}}^i \psi_i(\bar{t}_i)]$, где

$$\psi_i(\bar{t}_i) = \frac{1 + \bar{t}_i^{-1/n_i}}{1 + \gamma_i \bar{t}_i^{-1/n_i}} \quad (1.21)$$

определяет в момент времени \bar{t}_i относительное содержание разрушенных микрообъемов неразрушенной до нагружения части материала i -компонента. Тогда с учетом (1.8) уравнение баланса разрушенных микрообъемов или пористости для i -компонента при длительной повреждаемости можно представить в виде

$$p_i = p_{0i} + (1 - p_{0i}) F_i \left[\frac{I_{<\sigma>}^i}{1 - p_i} \psi_i(\bar{t}_i) \right], \quad (1.22)$$

где пористость i -компонента p_i является функцией безразмерного времени \bar{t}_i , а инвариант $I_{<\sigma>}^i$ определяется выражениями (1.16) или (1.17) соответственно при заданных макродеформациях $\langle \varepsilon_{jk} \rangle$ или макронапряжениях $\langle \sigma_{jk} \rangle$.

Уравнения баланса пористости (1.22) с учетом (1.16), (1.17), (1.21) в начальный момент $\bar{t}_i = 0$ определяют кратковременную (мгновенную) поврежденность материала i -компонента. С ростом времени уравнения (1.22), (1.16), (1.17), (1.21) определяют длительную его поврежденность, которая состоит из кратковременной и дополнительной поврежденности, развивающейся во времени.

§2. На основе соотношений (1.2) – (1.6), (1.22), (1.16), (1.17), (1.21) можно построить итерационный алгоритм для определения объемного содержания микроповреждений в компонентах и напряженно-деформированного состояния композита. С этой целью воспользуемся методом секущих [1].

Записав уравнение баланса пористости i -компонента (1.22) в виде

$$\varphi_i(p_i) = \left\{ p_i - p_{0i} + (1 - p_{0i}) F_i \left[\frac{I_{<\sigma>}^i}{1 - p_i} \psi_i(\bar{t}_i) \right] \right\} = 0, \quad (2.1)$$

легко проверить, что корень p_i находится в интервале $[p_{0i}, 1]$, так как имеют место неравенства

$$\varphi_i(p_{0i}) < 0; \quad \varphi_i(1) > 0. \quad (2.2)$$

Поэтому нулевое приближение корня $p_i^{(0)}$ определяется формулой

$$p_i^{(0)} = \frac{a_i^{(0)} \varphi_i(b_i^{(0)}) - b_i^{(0)} \varphi_i(a_i^{(0)})}{\varphi_i(b_i^{(0)}) - \varphi_i(a_i^{(0)})}, \quad (2.3)$$

где $a_i^{(0)} = p_{0i}$, $b_i^{(0)} = 1$.

Последующие приближения метода секущих определяются итерационным процессом

$$p_i^{(m)} = \frac{a_i^{(m)} \varphi_i(b_i^{(m)}) - b_i^{(m)} \varphi_i(a_i^{(m)})}{\varphi_i(b_i^{(m)}) - \varphi_i(a_i^{(m)})}, \quad (2.4)$$

$$a_i^{(m)} = a_i^{(m-1)}; \quad b_i^{(m)} = p_i^{(m-1)} \quad \text{при } \varphi_i(a_i^{(m-1)}) \varphi_i(p_i^{(m-1)}) \leq 0;$$

$$a_i^{(m)} = p_i^{(m-1)}; \quad b_i^{(m)} = b_i^{(m-1)} \quad \text{при } \varphi_i(a_i^{(m-1)}) \varphi_i(p_i^{(m-1)}) \geq 0$$

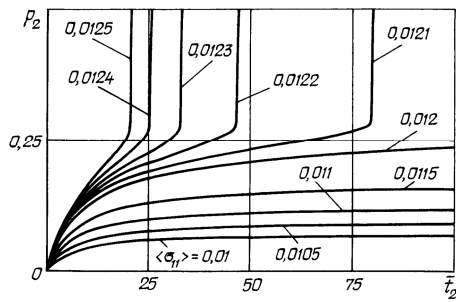


Рис. 1

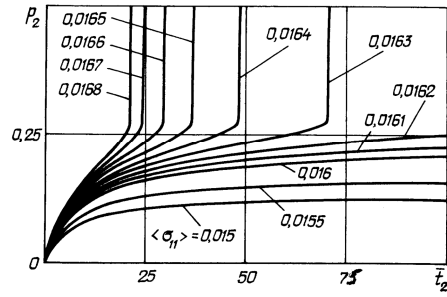


Рис. 2

$$(m = 1, 2, \dots),$$

который продолжается до выполнения условия

$$|\varphi_i(p_i^{(m)})| < \varepsilon, \quad (2.5)$$

где ε – точность вычисления корня.

На основе проведенных вычислений получены диаграммы макродеформирования зернистых композитных материалов при микроповреждениях в матрице для распределения Вейбулла (1.10) и функции $\psi_2(\bar{z}_2)$, определяемой формулой (1.21), как при заданных макронапряжениях $\langle \sigma_{jk} \rangle$, так и при заданных макродеформациях $\langle \varepsilon_{jk} \rangle$. В качестве включений и матрицы приняты соответственно алюмоборосиликатное стекло с характеристиками [2] и объемным содержанием

$$E_1 = 70 \text{ ГПа}; \nu_1 = 0,2; c_1 = 0; \quad 0,25; \quad 0,5; \quad 0,75; \quad 1,0 \quad (2.6)$$

и эпоксидная матрица с характеристиками неповрежденной части [4]

$$E_2 = 3 \text{ ГПа}; \nu_2 = 0,35, \quad (2.7)$$

где E_1 и E_2 – модули Юнга; ν_1 и ν_2 – коэффициенты Пуассона неповрежденной части соответственно включений и матрицы, а также при

$$p_{02} = 0; \quad k_{02}/\mu_2 = 0,01; \quad m_2 = 1000; \quad \alpha_2 = 2;$$

$$\sigma_{2p} = 0,011 \text{ ГПа} (\sigma_{2p} = \sqrt{3/2} k_{20}); \quad \gamma_2 = 0,05; \quad n_{12} = 1. \quad (2.8)$$

В случае заданных макропараметров

$$\langle \sigma_{11} \rangle \neq 0; \quad \langle \sigma_{22} \rangle = \langle \sigma_{33} \rangle = 0 \quad (2.9)$$

согласно (1.1) макронапряжения $\langle \sigma_{11} \rangle$ композита связаны с макродеформациями $\langle \varepsilon_{11} \rangle$ соотношением

$$\langle \sigma_{11} \rangle = \frac{3K^* \mu^* \langle \varepsilon_{11} \rangle}{K^* + 1/3 \mu^*}, \quad (2.10)$$

при этом в уравнении баланса пористости, которое записывается в виде (1.22), (1.17), (1.21), принимается

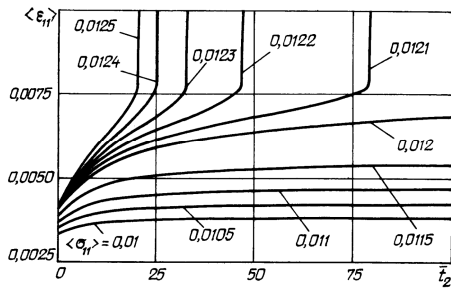


Рис. 3

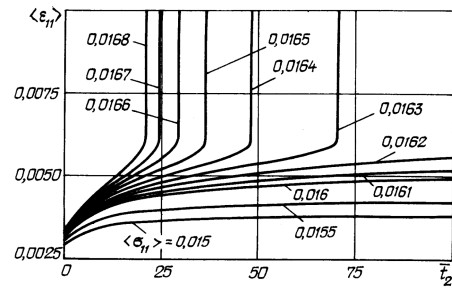


Рис. 4

$$I_{\langle \sigma \rangle} = \sqrt{\frac{2}{3}} \langle \sigma_{11} \rangle, \quad (2.11)$$

что эквивалентно условию (2.9).

На рис. 1, 2 соответственно для объемных содержаний включений $c_1 = 0$ и $c_1 = 0,25$ изображены кривые зависимостей пористости матрицы p_2 от времени \bar{t}_2 при различных значениях макронапряжения $\langle \sigma_{11} \rangle$. На рис. 3, 4 соответственно для объемных содержаний включений $c_1 = 0$ и $c_1 = 0,25$ показаны кривые зависимостей макродеформации $\langle \varepsilon_{11} \rangle$ от времени \bar{t}_2 при различных значениях макронапряжения $\langle \sigma_{11} \rangle$. Как видим, при $c_1 = 0$ для значений $\langle \sigma_{11} \rangle < 0,0115$ ГПа, а при $c_1 = 0,25$ для значений $\langle \sigma_{11} \rangle < 0,0161$ ГПа, рост макродеформаций и накопление повреждений во времени имеет горизонтальную асимптоту, т.е. его характер аналогичный экспериментальным кривым для полимеров [5]. В случае же, когда макронапряжения превосходят эти значения, для некоторых значений времени t_2 макродеформации и поврежденность матрицы достигают критической величины, являющейся началом разрушения материала.

В случае заданных макропараметров

$$\langle \varepsilon_{11} \rangle \neq 0; \quad \langle \sigma_{22} \rangle = \langle \sigma_{33} \rangle = 0 \quad (2.12)$$

согласно (1.1) макронапряжения $\langle \sigma_{11} \rangle$ композита связаны с макродеформациями $\langle \varepsilon_{11} \rangle$ также соотношением (2.10). При этом в уравнении баланса пористости, которое записывается в виде (1.22), (1.16), (1.21), принимается

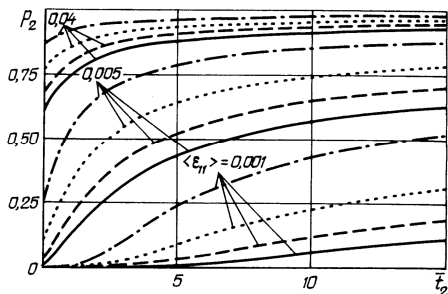


Рис. 5

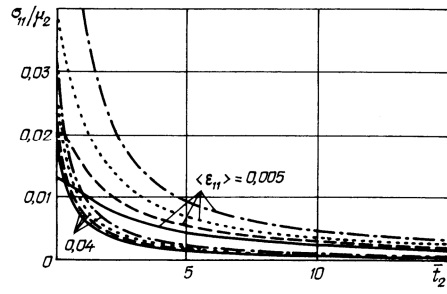


Рис. 6

$$I_{\langle \varepsilon \rangle} = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{K^* \langle \varepsilon_{11} \rangle}{K^* + 1/3 \mu^*}}, \quad (2.13)$$

что эквивалентно условию (2.12).

На рис. 5 изображены кривые зависимостей пористости матрицы p_2 от времени \bar{t}_2 при значениях макродеформации $\langle \varepsilon_{11} \rangle = 0,001; 0,005; 0,04$ и различных значениях объемного содержания включений c_1 . На графиках сплошной линией показаны кривые при объемном содержании включений $c_1 = 0$, штриховой линией — при $c_1 = 0,25$, точечной линией — при $c_1 = 0,5$, штрих-пунктирной линией — при $c_1 = 0,75$. Такие же обозначения приняты и на рис. 6. Графики показывают, что с увеличением макродеформации $\langle \varepsilon_{11} \rangle$ для всех объемных содержаний включений и произвольного значения времени \bar{t}_2 микроповрежденность p_2 увеличивается. Здесь наблюдается рост поврежденности со временем, в то время как в экспериментах с полимерами [5] при фиксированной деформации поврежденность заметным образом не изменяется. Такое расхождение можно объяснить как релаксацией напряжений в полимерах, обусловленной ползучестью, которая здесь не учитывается, так и приближенностью рассматриваемой модели повреждаемости в конечновременной форме.

На рис. 6 показаны кривые зависимостей макронапряжения $\langle \sigma_{11} \rangle / \mu_2$ от времени \bar{t}_2 при значениях макродеформации $\langle \varepsilon_{11} \rangle = 0,005; 0,04$ и различных значениях объемного содержания включений c_1 . Как видим, при всех значениях объемного содержания включений $c_1 < 1$ кривые являются нисходящими. Однако следует отметить, что уменьшение напряжений со временем не является монотонной функцией деформаций.

Р Е З Ю М Е . Теорію довготривалої пошкоджуваності для однорідних матеріалів узагальнено на випадок зернистого композита. Процес пошкоджуваності компонентів композита моделюється утворенням в них стохастично розташованих мікропор. Критерій руйнування одиничного мікрооб'єму характеризується його довготривалою міцністю, обумовленою залежністю часу крихкого руйнування від ступеня близькості еквівалентного напруження до його граничного значення, що характеризує короточасну міцність за критерієм Губера – Мізеса, яке приймається випадковою функцією координат. Для довільного моменту часу сформульовано рівняння балансу пошкоженості (пористості) компонентів. Побудовано алгоритми обчислення залежностей мікропошкоджуваності компонентів зернистого матеріалу від часу, макронапружень або макродеформацій від часу, а також отримано відповідні криві у випадку обмеженої мікродовговічності.

1. Березикович Я.С. Приближенные вычисления. – М.; Л.: ГИТТЛ, 1949. – 462 с.
2. Гузь А.Н., Хорошун Л.П., Ванин Г.А. и др. Механика материалов. – К.: Наук. думка, 1982. – 368 с. – (Механика композитных материалов и элементов конструкций: В 3-х т.; Т.1).
3. Качанов Л.М. Основы механики разрушения. – М.: Наука, 1974. – 312 с.
4. Крегерс А.Ф. Математическое моделирование термического расширения пространственно армированных композитов // Механика композитных материалов. – 1988. – № 3. – С. 433 – 441.
5. Тамуж В.П., Куксенко В.С. Микромеханика разрушения полимерных материалов. – Рига: Зинатне, 1978. – 294 с.
6. Хорошун Л.П. К теории насыщенных пористых сред // Прикл. механика. – 1976. – 12, № 12. – С. 35 – 41.
7. Хорошун Л.П. Методы теории случайных функций в задачах о макроскопических свойствах микро неоднородных сред // Прикл. механика. – 1978. – 14, № 2. – С. 3 – 17.
8. Хорошун Л.П. Метод условных моментов в задачах механики композитных материалов // Прикл. механика. – 1987. – 23, № 10. – С. 100 – 108.

9. Хорощун Л.П., Маслов Б.П., Шикула Е.Н., Назаренко Л.В. Статистическая механика и эффективные свойства материалов. – К.: Наук. думка, 1993. – 390 с. – (Механика композитов: В 12-ти т.; Т.3).
10. Хорощун Л.П., Шикула Е.Н. Влияние температуры на микроповреждаемость зернистого материала // Вісн. Київ. ун-ту. Сер. фіз.-мат. науки. – 2001. – № 5. – С. 382 – 387.
11. Khoroshun L.P. Principles of the Micromechanics of Material Damage. 1. Short-Term Damage // Int. Appl. Mech. – 1998. – **34**, N 10. – P. 1035 – 1041.
12. Khoroshun L.P. Micromechanics of Short-Term Thermal Microdamageability // Int. Appl. Mech. – 2001. – **37**, N 9. – P. 1158 – 1165.
13. Khoroshun L.P. Principles of the Micromechanics of Material Damage. 2. Long-Term Damage // Int. Appl. Mech. – 2007. – **43**, N 2. – P. 127 – 135.
14. Khoroshun L.P., Shikula E.N. The Theory of Short-Term Microdamageability of Granular Composite Materials // Int. Appl. Mech. – 2000. – **36**, N 8. – P. 1060 – 1066.
15. Khoroshun L.P., Shikula E.N. Simulation of the Short-Term Microdamageability of Laminated Composites // Int. Appl. Mech. – 2000. – **36**, N 9. – P. 1181 – 1186.
16. Khoroshun L.P., Shikula E.N. Short-Term Microdamage of Fibrous Composite Materials with Transversally Isotropic Fibers under Microfailures in a Binder // Int. Appl. Mech. – 2000. – **36**, N 12. – P. 1605 – 1611.
17. Khoroshun L.P., Shikula E.N. The Micromechanics of Short-Term Damageability of Fibrolaminar Composites // Int. Appl. Mech. – 2001. – **36**, N 5. – P. 638 – 646.
18. Khoroshun L.P., Shikula E.N. A Note on the Theory of Short-Term Microdamageability of Granular Composites under Thermal Actions // Int. Appl. Mech. – 2002. – **38**, N 1. – P. 60 – 67.
19. Khoroshun L.P., Shikula E.N. Short-Term Microdamageability of Laminated Materials under Thermal Actions // Int. Appl. Mech. – 2002. – **38**, N 4. – P. 432 – 439.
20. Khoroshun L.P., Shikula E.N. Short-Term Microdamageability of Fibrous Materials with Transversely Isotropic Fibers under Thermal Actions // Int. Appl. Mech. – 2002. – **38**, N 6. – P. 701 – 709.
21. Khoroshun L.P., Shikula E.N. Short-Term Damage Micromechanics of Laminated Fibrous Composites under Thermal Actions // Int. Appl. Mech. – 2002. – **38**, N 9. – P. 1083 – 1093.
22. Khoroshun L.P., Shikula E.N. A Theory of Short-Term Microdamage for a Homogeneous Material under Physically Nonlinear Deformation // Int. Appl. Mech. – 2004. – **40**, N 4. – P. 338 – 395.
23. Khoroshun L.P., Shikula E.N. Short-Term Microdamageability of Granular Material under Physically Nonlinear Deformation // Int. Appl. Mech. – 2004. – **40**, N 6. – P. 656 – 663.
24. Khoroshun L.P., Shikula E.N. Influence of Physically Nonlinear Deformation on Short-Term Microdamage of Laminar Material // Int. Appl. Mech. – 2004. – **40**, N 8. – P. 878 – 885.
25. Khoroshun L.P., Shikula E.N. Influence of Physically Nonlinear Deformation on Short-Term Microdamage of a Fibrous Material // Int. Appl. Mech. – 2004. – **40**, N 10. – P. 1137 – 1144.
26. Khoroshun L.P., Shikula E.N. Deformation of Particulate Composite with Physically Nonlinear Inclusions and Microdamageable Matrix // Int. Appl. Mech. – 2005. – **41**, N 2. – P. 111 – 117.
27. Khoroshun L.P., Shikula E.N. Influence of the Physical Nonlinearity of Matrix on the Deformation of a Particulate Composite with Microdamageable Inclusions // Int. Appl. Mech. – 2005. – **41**, N 4. – P. 345 – 351.
28. Khoroshun L.P., Shikula E.N. Deformation of a Laminated Composite with a Physically Nonlinear Reinforcement and Microdamageable Matrix // Int. Appl. Mech. – 2005. – **41**, N 11. – P. 1246 – 1253.
29. Khoroshun L.P., Shikula E.N. Short-Term Microdamage of a Laminated Material with Nonlinear Matrix and Microdamaged Reinforcement // Int. Appl. Mech. – 2005. – **41**, N 12. – P. 1331 – 1338.
30. Khoroshun L.P., Shikula E.N. Deformation of Fibrous Composite with Physically Nonlinear fibers and Microdamageable Matrix // Int. Appl. Mech. – 2006. – **42**, N 1. – P. 32 – 39.
31. Khoroshun L.P., Shikula E.N. Short-Term Microdamageability of a Fibrous Composite with Physically Nonlinear Matrix and Microdamaged Reinforcement // Int. Appl. Mech. – 2006. – **42**, N 2. – P. 127 – 135.
32. Khoroshun L.P., Shikula E.N. Short-Term Microdamage of a Physically Nonlinear Particular Material under a Combination of Normal and Tangential Loads // Int. Appl. Mech. – 2006. – **42**, N 12. – P. 1356 – 1363.
33. Khoroshun L.P., Shikula E.N. Short-Term Microdamage of a Physically Nonlinear Fibrous Material under Simultaneous Normal and Tangential Loads // Int. Appl. Mech. – 2007. – **43**, N 3. – P. 282 – 290.
34. Khoroshun L.P., Shikula E.N. Short-Term Microdamage of a Physically Nonlinear Laminate under Simultaneous Normal and Tangential Loads // Int. Appl. Mech. – 2007. – **43**, N 4. – P. 409 – 417.
35. Khoroshun L.P., Shikula E.N. Mesomechanics of Deformation and Short-Term Damage of Linear Elastic Homogeneous and Composite Materials // Int. Appl. Mech. – 2007. – **43**, N 6. – P. 591 – 620.

Поступила 21.08.2007

Утверждена в печать 05.06.2008