

Oliinyk Hanna,

*National University of Food Technologies,
PhD student of the Department of Information Systems,*

Lytvynov Valerij,

*Institute of Mathematical Machines and Systems,
National Academy of sciences,*

Leading Research Worker,

Doctor of Sciences, Professor,

Gribkov Sergey,

*National University of Food Technologies,
PhD, Associate Professor of the Department of Information Systems*

Mathematical model for the problem of planning contract execution and approaches to its solution

Abstract: The paper considers formalization and mathematical modeling of the problem of planning contract execution. This problem is of high priority to the production control system in area of rendering of services, as well as to studying methods and algorithms of its solution. The appropriateness of developing a decision support system for the problem of planning contract execution is justified.

Keywords: planning contract execution; mathematical modeling; production control; methods and algorithms; decision support system.

Олійник Ганна Вікторівна,

*Національний університет харчових технологій,
аспірант, кафедри інформаційних систем,*

Литвинов Валерій Андроникович,

*Інститут проблем математичних машин і систем
Національної академії наук України,*

Провідний науковий співробітник,

Грибков Сергій Віталійович,

*Національний університет харчових технологій,
к.т.н., доцент кафедри інформаційних систем*

Математична модель задачі планування виконання договорів та підходи до її вирішення

Анотація: Дана стаття присвячена формалізації та математичному моделюванню задачі планування виконання договорів як першочергової для системи управління виробничою діяльністю з надання послуг, а також дослідженню методів та алгоритмів розв'язання даної задачі. Обґрунтовано доцільність розробки системи підтримки прийняття рішень для вирішення задачі планування виконання договорів.

Ключові слова: планування виконання договорів, математичне моделювання, управління виробничою діяльністю, методи та алгоритми, система підтримки прийняття рішень.

У всіх галузях економічного, соціального, культурного, політичного життя суспільства взаємовідносини юридичних і фізичних осіб мають переважно договірний характер. При цьому варто окремо наголосити, що в усіх сферах господарювання організація підприємницької діяльності базується виключно на договірних взаємовідносинах. Договірні відносини складають невід'ємну частину господарської діяльності кожного підприємства і особливо важливі для підприємств та організацій, діяльність яких направлена на надання послуг, зокрема надання послуг конфіденційного зв'язку та захисту інформації.

Планування виконання договорів є однією з найбільш важливих функцій управління підприємством. Воно забезпечує не лише цілеспрямовану і взаємоузгоджену діяльність виробничих підрозділів підприємства, а й дозволяє максимально ефективно використовувати усі наявні ресурси, комплексно та швидко вирішувати різноманітні задачі управлінської діяльності. У процесі планування виробничої діяльності досягається забезпечення збалансованості виробничої програми й виробничої потужності, конкретизація обсягів та термінів виконання робіт і послуг, а також виконуються розрахунки потреб в усіх видах ресурсів і визначаються можливості забезпечення ними процесу виробництва [1, 2].

Задача формування календарного плану для підприємства, діяльність якого пов'язана з наданням послуг за укладеними договорами, орієнтована на процес виконання робіт, що містять певну послідовність операцій. Один договір укладається на один вид послуги, а отже, іншими словами, одне замовлення від

клієнта відповідає одній послугі, для здійснення якої необхідно виконати відповідну послідовність етапів. Причому на кожний етап призначають конкретних виконавців – одного або групу співробітників, види виконуваних робіт якими чітко визначені.

Підходи та методи розв'язання задач планування з використанням евристичних та еволюційних методів розглядалися наступними авторами: Штовба С.Д., Желдак Т.А., Павлов А.А., Марко Доріго, Кажаров А.А, Курейчик В.М., Ходашинський І.А., Тім Джонс та ін. Для вирішення поставленої задачі можливе застосування методів імітації віджигу, пошуку з заборонами, генетичного алгоритму та алгоритму АСО (ant colony optimization).

Алгоритм методу імітації віджигу відноситься до класу порогових алгоритмів локального пошуку. На кожному кроці цього алгоритму в околі поточного рішення обирається деяке нове рішення, і якщо різниця за значенням цільової функції між новим і поточним рішенням не перевищує заданого порогу, то нове рішення замінює поточне. В іншому випадку вибирається нове сусіднє рішення [3].

Метод пошуку з заборонами дозволяє алгоритму локального спуску не зупинятися в точці локального оптимуму, а переходити від одного локального оптимуму до іншого з метою знайти серед них глобальний. Основним механізмом, що дозволяє алгоритму вибиратися з локального оптимуму, є список заборон. Він будується на основі попередньої історії пошуку, тобто за декількома останніми рішеннями, і забороняє частину околів поточного рішення.

Генетичний алгоритм використовує ітераційний підхід поліпшення результатів, тобто на кожній ітерації відбувається пошук найкращого рішення в околі даного. Якщо таке рішення знайдено, воно стає поточним і відбувається перехід до нової ітерації. Це продовжується до тих пір, поки приріст цільової функції не зменшиться практично до нуля або не буде виконана задана кількість ітерацій. Для підвищення ймовірності знаходження глобального оптимуму використовується множинний експеримент з різними початковими точками, що істотно збільшує час пошуку [3].

Основна ідея АСО алгоритму полягає в реалізації принципу колективного розуму. Для пошуку екстремальних значень цільової функції на кожній його ітерації використовується визначена кількість агентів (штучних мурах), які будують таку ж кількість допустимих рішень задачі. Серед цих рішень

вибирається частина найкращих за цільовою функцією, а в цій частині відшуковуються повторювані компоненти рішення. Отримана інформація накопичується в загальнодоступному банку даних і використовується агентами незалежно один від одного. Для наступних ітерацій дані компоненти будуть мати більшу ймовірність увійти до остаточного рішення, ніж це було на попередніх ітераціях. Кожен агент діє за правилами ймовірнісного алгоритму та при виборі напрямку орієнтується не тільки на прирощення цільової функції, а й на статистичну інформацію, що відображає попередню історію колективного пошуку [4]. АСО алгоритм має наступні переваги: відносна простота реалізації, гнучкість в налаштуванні для конкретної задачі, дозволяє знайти оптимальне або наближене до нього рішення за поліноміальний час [5].

Для опису та дослідження суттєвих особливостей задачі планування виконання робіт за укладеними договорами проведемо її формалізацію та побудуємо математичну модель.

Введемо наступні позначення:

$N=\{1,2,\dots,n\}$ – множина послуг, які потрібно виконати у відповідності з отриманими замовленнями за плановий період $[T_p, T_z]$ (T_p – час початку періоду, T_z – час закінчення періоду);

n – кількість послуг, які необхідно виконати за плановий період;

i – номер послуги, що відповідає певному замовленню та входить в множину послуг, $i \in N$;

J – множина етапів, кожна послуга містить відповідну тільки їй множину етапів $J_i=\{1,2,\dots,\omega_i\}$;

ω_i – кількість етапів для i -ої послуги;

j – номер етапу з множини етапів, $j \in J_i$;

$M=\{1,2,\dots,m\}$ – множина виконавців;

m – кількість виконавців;

l – виконавець з множини виконавців, $l \in M$;

tp_{ijl} – час початку виконання j -ого етапу i -ої послуги l -им виконавцем;

tv_{ijl} – час виконання j -ого етапу i -ої послуги l -им виконавцем;

td_{ijl} – час затримки перед виконанням j -ого етапу i -ої послуги l -им виконавцем;

r_{ij} – сукупність ресурсів, необхідних для виконання j -го етапу i -ої послуги;

tr_{ij} – час надходження ресурсів, необхідних для виконання j -го етапу i -ої послуги;

R_i – сукупність ресурсів, необхідних для виконання i -ої послуги;

y_{ijl} – параметр, що приймає значення $\{0,1\}$: $y_{ijl} = 1$, якщо j -ий етап i -ої послуги виконується l -им виконавцем; $y_{ijl} = 0$ в іншому випадку;

c_{ijl} – вартість виконання j -ого етапу i -ої послуги l -им виконавцем за годину;

T_i – директивний термін виконання i -ої послуги, визначений умовами договору, $Tp \leq T_i \leq Tz$;

g_i – розмір штрафних санкцій при порушенні директивного терміну T_i виконання i -ої послуги.

Для задачі календарного планування виконання робіт з надання послуг за укладеними договорами, вводимо наступні обмеження:

1. Передбачається, що кожний l -ий виконавець одночасно може виконувати не більше одного j -етапу i -ї послуги:

$$\sum_{l \in M} y_{ijl} = 1 \quad (1)$$

2. Усі етапи всіх послуг повинні бути виконані, що є необхідним для успішного надання замовникам послуг відповідно до умов укладених договорів:

$$\sum_{j \in J_i} \sum_{l \in M} y_{ijl} = \omega_i \quad (2)$$

3. Початок виконання будь-якої роботи l -им виконавцем може початися лише після завершення виконання цим же виконавцем попередньої роботи:

$$tp_{ijl} \geq tp_{qvl}, \quad q \in N, \quad v \in J_q, \quad i \neq q \quad (3)$$

4. За умови, якщо j -ий етап i -ої послуги неможливо здійснити без завершення виконання попередніх, то:

$$tp_{ijl} \geq \max_h (tp_{ih_s} + tv_{ih_s} + td_{ih_s}), \quad s \in M, \quad h \in J_i, \quad h < j \quad (4)$$

Час початку виконання j -ого етапу i -ої послуги l -им виконавцем наступить тоді, коли будуть виконані попередні h -ті етапи s -им виконавцем. Причому для визначення остаточного часу завершення виконання таких етапів достатньо обрати той, який закінчується останнім. Якщо наступний етап можна виконати незалежно від виконання попередніх, це обмеження не виконується: $tp_{ijl} \geq 0$.

5. Потреба у максимальній неперервності виконання та зменшенні простоїв, що пов'язані з відсутністю ресурсів, зумовлює вчасне забезпечення виконання кожного етапу необхідними ресурсами.

Сукупність ресурсів необхідних для виконання i -тої послуги:

$$R_i = \sum_{j=1}^{a_i} r_{ij} \quad (5)$$

Вчасне забезпечення ресурсами безпосередньо впливає на вчасне та безперебійне надання послуги. Це описується у вигляді:

$$tr_{ij} \leq tp_{ijl} \quad (6)$$

Також існує потреба у наданні переваги виконанню певного замовлення, оскільки різні послуги замовляються різними контрагентами та мають різні пріоритети виконання. Для визначення переваг кожної послуги, що буде надана в межах планового періоду, задається вага u_i , яка характеризує її відносну важливість. Вага є коефіцієнтом важливості, для якого існують наступні умови:

$$0 \leq u_i \leq 1, \quad \sum_{i=1}^n u_i = 1.$$

При складанні календарного плану повинні виконуватися всі умови і обмеження, що випливають з постановки розглянутої задачі, тобто отриманий розклад повинен бути допустимим. Побудова такого розкладу або з'ясування факту його існування взагалі є далеко не тривіальною задачею.

Якщо існує декілька допустимих розкладів, необхідно вибрати кращий з них, що призводить до складної і багатопланової проблеми їх оцінки. Оцінити якість та ефективність складеного розкладу можливо з використанням різних критеріїв. Для досліджуваної предметної області доцільно ввести та описати власні критерії оцінки ефективності:

1. За часом виконання послуг.

Загальний час виконання i -ої послуги:

$$Z_i = \max_j \left(\sum_{l=1}^m \left((tp_{ijl} + td_{ijl} + tv_{ijl}) * y_{ijl} \right) \right) - \min_j \left(\sum_{l=1}^m (tp_{ijl} * y_{ijl}) \right). \quad (7)$$

Таким чином, для врахування послідовності етапів, час виконання послуги дорівнює різниці максимального моменту часу завершення етапу та мінімального часу початку виконання.

Формуємо критерій оптимальності за часом виконання, який повинен прямувати до мінімуму:

$$F_1 = \sum_{i=1}^n (u_i * Z_i) \rightarrow \min \quad (8)$$

2. За часом запізнення виконання послуг.

Якщо умова $Z_i \leq T_i$ не виконується, оскільки час виконання i -ої послуги збільшується під впливом деяких зовнішніх чинників (невчасна поставка необхідного обладнання) і перевищує свій директивний термін $Z_i > T_i$, виникає запізнення при виконанні даної послуги. Час виконання роботи в такому випадку повинен мінімально відхилитися від директивного терміну.

Для i -ї послуги:

$$\Psi_i = \begin{cases} Z_i - T_i, & \text{якщо } Z_i > T_i \\ 0, & \text{якщо } Z_i \leq T_i \end{cases}. \quad (9)$$

Для усіх послуг за плановий період:

$$F_2 = \sum_{i=1}^n (u_i * \Psi_i) \rightarrow \min \quad (10)$$

3. За сумарним розміром штрафів за затримку виконання.

$$F_3 = \sum_{i=1}^n (u_i * g_i * \Psi_i) \rightarrow \min \quad (11)$$

4. За сумарною вартістю виконання послуг за заданий період.

$$F_4 = \sum_{i=1}^n \left(u_i * \left(\sum_{j=1}^{\omega_i} \sum_{l=1}^m \left((td_{ijl} + tv_{ijl}) * y_{ijl} * c_{ijl} \right) \right) \right) \rightarrow \min \quad (12)$$

Дана задача відноситься до класу багатокритеріальних оптимізаційних задач. Для розв'язання такої задачі виконаємо її зведення до однокритеріальної.

Для позначення пріоритету кожного з запропонованих критеріїв використаємо показник ξ_{φ} , де φ – номер критерію, $1 \leq \varphi \leq 4$. Значення

показника повинні відповідати наступним умовам: $0 \leq \xi_{\varphi} \leq 1$ та $\sum_{\varphi=1}^4 \xi_{\varphi} = 1$

Для побудови узагальненого критерію проведемо нормалізацію критеріїв з метою приведення їх до єдиної розмірності:

$$\lambda_{\varphi} = \frac{F_{\varphi} - F_{\varphi}^{\min}}{F_{\varphi}^{\max} - F_{\varphi}^{\min}} \quad (13)$$

З урахуванням встановлених пріоритетів та проведеної нормалізації використаємо адитивну згортку і таким чином отримаємо узагальнений критерій для варіанту рішення:

$$F_0 = \sum_{\varphi=1}^4 \xi_{\varphi} * \lambda_{\varphi} \rightarrow \min \quad (14)$$

Використовуючи вказаний узагальнений критерій оцінки ефективності, маємо можливість визначити який з альтернативних варіантів календарного плану є найбільш оптимальним.

Знаходження рішення задачі планування виконання робіт за укладеними договорами ускладнюється із збільшенням кількості вхідних параметрів. Вона відноситься до NP-складних багатокритеріальних комбінаторних задач, вирішення яких за умови значної кількості даних з використанням точних методів не є можливим, а використання стандартних евристичних методів призводить до значних часових витрат, пов'язаних з високою обчислювальною складністю, при формуванні рішення та великої ймовірності відхилення знайденого рішення від оптимального [2, 3, 6, 7]. Важливою є достатня гнучкість для різних варіантів і обсягів вхідних даних з найменшою похибкою результату та прийнятний час виконання.

Загалом, дослідження існуючих методів розв'язання задачі планування виконання робіт показало, що найбільшій ефективності в сучасних умовах для діяльності з надання послуг слід очікувати від алгоритмів, що використовують комбінування ідей різних підходів, а також певні модифікації та удосконалення, розроблені відповідно до особливостей конкретної предметної області. Таке поєднання з метою розв'язання поставленої задачі забезпечує підвищення

ефективності та швидкість знаходження найкращих варіантів рішень з адаптацією до різних варіантів вхідних даних. Швидкість знаходження рішення для даної задачі є дуже важливою, оскільки вона являється NP-складною, а тому із збільшенням кількості вхідних даних зростає час її розв'язання. Прикладом ефективного комбінування методів розв'язання задачі планування являється поєднання АСО алгоритму з генетичним, завдяки чому досягається динамічне налаштування параметрів під різні варіанти вхідних даних. Як наслідок зменшується кількість необхідних для знаходження розв'язку ітерацій, а час роботи зменшується. Важливим є і той факт, що адекватне застосування різних методів та їх модифікацій можливе лише за умови участі особи, що приймає рішення, тобто керівника, який вирішує задачу. Її вирішення повинно відбуватися в діалоговому режимі, що вимагає постійного уточнення, або інтерактивного внесення певних обмежень для задачі з метою досягнення оптимального розв'язку.

Висновок. Аналіз математичної моделі задачі планування робіт за договорами та можливих «базових» підходів до її вирішення переконує, що універсального ефективного методу її вирішення не існує, тобто кожен з окремих підходів має свої переваги і недоліки по відношенню до урахування окремих специфічних особливостей задачі. Отже, вирішальним чинником для кожної предметної області є вибір, комбінування та використання окремих ідей і елементів певних методів. Саме тому доцільним є створення системи підтримки прийняття рішень з модельним базисом, що включає основні загальні методи та алгоритми, і інструментарієм, що забезпечує їх модифікації і комбінування. Це дасть можливість безпосередньо порівнювати та обирати альтернативні варіанти рішень відповідно до умов поставлених задач.

Список літератури:

1. Танаев В.С. Теория расписаний. Многостадийные системы / В.С. Танаев, Ю.И Сотсков, В.А Струевич. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 328 с.
2. Coelho J., Tavares L. Comparative analysis of meta-heuristics for the the resource constrained project scheduling problem // Techn. Rep. Department of Civil'Engineering, Instituto Superior Tecnico, Portugal. 2003.

3. Безгинов А.Н. Обзор существующих методов составления расписания / А.Н. Безгинов, С.Ю. Трегубов // Информационные технологии и программирование: межвузовский сборник статей. – М. : МГИУ, 2005. – № 2(14) – С. 5–18.
4. Dorigo, M. Ant Colony Optimization / M. Dorigo, T. Stützle. – Cambridge: MIT Press, 2004. – 305 p.
5. Зайченко Ю., Мурга Н. Исследование муравьиных алгоритмов оптимизации в задаче коммивояжера / Ю. Зайченко, Н. Мурга // International Journal «Information Models and Analyses» Vol.2 – 2013. – № 4. – С. 370–384.
6. Гафаров Е.Р., Лазарев А.А. Доказательство NP-трудности частного случая задачи минимизация суммарного запаздывания для одного прибора // Известия АН: Теория и системы управления. 2006. – №.3. – С. 120–128.
7. Загидуллин Р.Р. Вопросы синтеза математических моделей оперативно-календарного планирования / Р.Р. Загидуллин // Технология машиностроения. – 2006. – № 1. – С. 76-78.