

УДК 621.37

В. П. Кувяда, канд. техн. наук (КТИПП, Киев), Р. В. Гамалея (КПИ, Киев),
И. П. Гамалея, В. С. Федий, докт. техн. наук, И. В. Химюк, канд. техн. наук
(Ин-т электродинамики АН Украины, Киев)

Расчет распределения плотности тока в изделии, подвергаемом нагреву переменным током в электротермической установке

Приведены математические модели расчета на ЭВМ электромагнитного поля и распределения вихревых токов в протяженном изделии, подключенном к источнику переменного тока, который проводился методом конечных элементов. Приведены результаты расчетных исследований распределения вихревых токов в стальных листах прямоугольного сечения. Рассмотрены возможные способы формирования равномерного распределения плотности тока по сечению листа для равномерного его нагрева.

Наведено математичні моделі розрахунку на ЕОМ електромагнітного поля та розподілу вихрових струмів у протяжному виробі, який підключений до джерела змінного струму. Розрахунок проводиться методом кінцевих елементів. Наведено результати розрахункових досліджень розподілу вихрових струмів у сталевих листах прямокутного перерізу. Розглянуто можливі способи формування рівномірного розподілу густини струму по перерізу листа для рівномірного його нагріву.

Преимуществами электротермических установок прямого нагрева являются:
быстрый нагрев заготовки, что обеспечивает высокий коэффициент полезного действия ($\eta = 70 \dots 75\%$);

практическое отсутствие потерь металла на окалину;
малые габариты установок и улучшение условий труда.

К недостаткам электротермического нагрева можно отнести неравномерность нагрева деталей из-за неодинаковой плотности тока в разных сечениях.

Плотность тока по сечению проводника изменяется вследствие поверхностного эффекта (вытеснения тока к поверхностным слоям), а также неоднородного потокосцепления различных участков проводника, имеющего сложную конфигурацию поперечного сечения, с магнитным полем.

Для устранения этого недостатка требуется изучить реальное распределение плотности тока в протяженных изделиях различного поперечного сечения и разработать возможные способы формирования равномерного распределения плотности тока в данных изделиях.

В настоящее время общепризнанным методом структурного анализа при расчете электромагнитных полей является метод конечных элементов (МКЭ).

По своей сущности — это вариационный метод с кусочно-полиномиальными пробными функциями, обладающий большой геометрической гибкостью и применимый к широкому классу уравнений в частных производных, в

© В. П. Кувяда, Р. В. Гамалея, И. П. Гамалея, В. С. Федий, И. В. Химюк, 1992

т. ч. и уравнениям Максвелла. Он позволяет достаточно точно описать сложные криволинейные границы области определения решения и краевые условия. В отличие от метода конечных разностей МКЭ обеспечивает единственность приближенного решения во всех точках рассматриваемой области и является значительно более эффективным на практике [3].

Рассмотрим построение математической модели, описывающей на основе уравнений Максвелла в дифференциальной форме скин-эффект в массивных проводниках. Если пренебречь электростатическим эффектом, то задача сводится к решению следующей системы уравнений [1]:

$$\operatorname{rot} \bar{E} = -\partial \bar{B} / \partial t; \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \bar{\delta}; \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \bar{B} = 0; \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \bar{E} = 0; \quad (4)$$

$$\bar{\delta} = \gamma \bar{E}; \quad (5)$$

$$\bar{B} = \mu \bar{H}, \quad (6)$$

где \bar{B} , \bar{H} — векторы индукции и напряженности магнитного поля; \bar{E} — вектор напряженности электрического поля; γ , μ — удельная электрическая проводимость и магнитная проницаемость среды; $\bar{\delta}$ — вектор плотности тока.

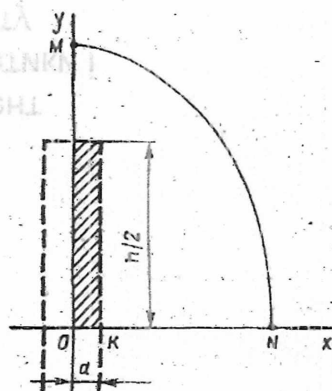


Рис. 1

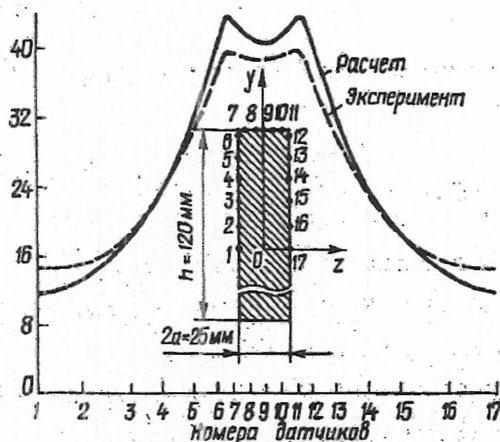


Рис. 2

Для уравнения (3) примем

$$\bar{B} = \operatorname{rot} \bar{A}; \quad \operatorname{div} \bar{A} = 0, \quad (7)$$

где \bar{A} — векторный магнитный потенциал.

Тогда для синусоидально изменяющегося плоскопараллельного электромагнитного поля уравнение (1) будет иметь вид

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial \bar{A}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial \bar{A}}{\partial y} \right) - j\omega\gamma \bar{A} = \bar{i}, \quad (8)$$

где \bar{i} — функция источника электромагнитного поля.

Рассмотрим задачу о нахождении распределения плотности тока внутри шины прямоугольного сечения (рис. 1).

Пусть кривая MN является линией, на которой $A = A_{\Gamma} = \text{const}$. Тогда задача сводится к решению уравнения (8) при следующих граничных условиях:

$$\left. \frac{\partial A}{\partial x} \right|_{x=0} = 0; \quad (9)$$

$$\left. \frac{\partial A}{\partial y} \right|_{y=0} = 0; \quad (10)$$

$$A|_{(x, y) \text{ MN}} = A_{\Gamma}. \quad (11)$$

Если A_{Γ} и i известны, то задача (8) — (11) однозначно разрешима и исконая плотность тока определяется формулой (5).

Чтобы найти A_{Γ} и i , воспользуемся следующей итерационной процедурой. Предположим, что в точке K $A = 0$, тогда здесь $i = -\delta_k/\gamma$. Если $a \ll h$, то для определения плотности тока δ_k в точке K можно воспользоваться формулой [1]

$$\delta = i \frac{\sqrt{j\omega\mu} \operatorname{ch}(\sqrt{j\omega\mu} x)}{2h \operatorname{sh}(\sqrt{j\omega\mu} a)}, \quad (12)$$

справедливой при $l \gg h$ (I — суммарный ток в шине; l — длина шины). Тогда

$$i = -I \left[\sqrt{j\omega\mu} / (2h \sqrt{\gamma}) \right] \operatorname{cth}(\sqrt{j\omega\mu} a). \quad (13)$$

Задавая начальное приближение $A_{\Gamma} = A_{\Gamma 1}$, решаем краевую задачу (8) — (11) и определяем потенциал A_{k1} в точке K . Затем уточняем значение потенциала на границе MN как $A_{\Gamma 2} = A_{\Gamma 1} - A_{k1}$ и вновь решаем краевую задачу, определяя значение A_{k2} в следующем приближении. Итерации продолжаем до тех пор, пока $|A_{ki}| < \epsilon$, где ϵ — заданная точность вычисления.

Для решения краевой задачи (8) — (11) нами на базе метода конечных элементов была разработана программа МКЕ-1 на языке FORTRAN. Исходными данными для расчета являются:

- геометрические параметры расчетной области;
- характеристики материалов (μ , γ);
- функция источника (γi);
- граничные условия;
- параметры триангуляции области.

Программа состоит из нескольких подпрограмм, которые осуществляют следующие операции: BRAZ — разбиение (триангуляцию) расчетной области на треугольные элементы и их нумерацию, алгоритм которой обеспечивает эффективное использование ресурсов вычислительной машины, FPR — формирование основной системы уравнений, NEWT и RSL — решение полученной

системы методом Ньютона, РТ — обработку результатов расчета и вывод необходимых данных на печать.

Для проверки точности расчета по разработанной программе был произведен расчет распределения плотности тока в алюминиевой шине прямоугольного сечения и сравнение полученных данных с результатами экспериментальных исследований [2]. Расчетные данные хорошо согласуются с экспериментальными (рис. 2).

С помощью программы МКЕ-1 были произведены расчетные исследования распределения плотности тока в стальных листах (сталь марки 09Г2) длиной $l = 10$ м, шириной $h = 2$ м и толщиной 40, 20 и 5 мм. Исходное напряжение источника питания $U = 60$ В, частота питающей сети $f = 50$ Гц, температура листов принималась равной температуре окружающей среды $t = 25$ °С.

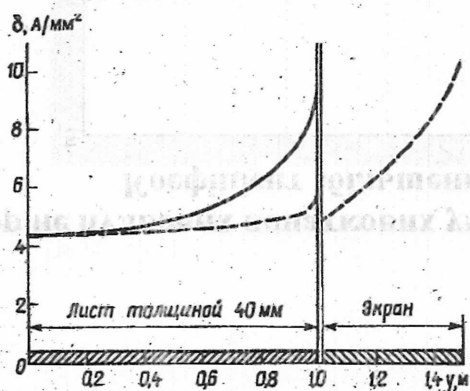


Рис. 3

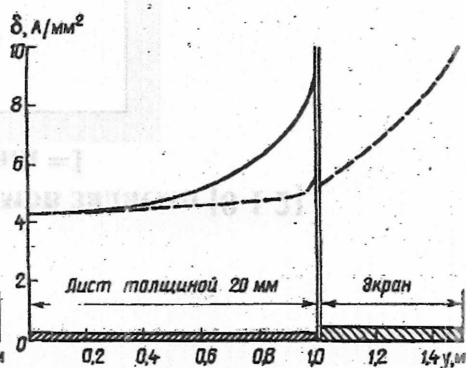


Рис. 4

На рис. 3—5 сплошными линиями показано распределение плотности тока δ (А/мм²) на поверхности листов от середины ($y = 0$) до края ($y = h/2 = 1$ м) листа при отсутствии каких-либо экранов. Как видно из представленных зависимостей $\delta = f(y)$ плотности тока на краях листов ($y = 1$ м) более, чем в два раза превышают величины плотностей токов в средней части листов ($y = 0$), причем заметное увеличение плотностей тока наблюдается уже на расстоянии $y = 0,6 \dots 0,7$ м.

Так как выделяемая мощность электрических потерь в единице объема нагреваемых листов пропорциональна квадрату плотности тока, то края листов от координаты $y = 0,6 \dots 0,7$ м до $y = 1$ испытывают значительные перегревы по сравнению со средней частью, а следовательно, могут быть забракованы как не отвечающие технологическим требованиям качества термообработки.

Для выравнивания распределения плотности тока по всей ширине листа в Институте электродинамики АН Украины было предложено установить на торцах листов с зазором вдоль всей их длины электромагнитные экраны. Задачей данного расчетного исследования было проверить эффективность экранов различных типов, конфигураций и материалов.

Электромагнитные торцевые экраны в виде сплошных продольных полосок из стали или меди еще больше увеличили плотность тока на краях листов. Но такие же полоски (толщиной 40 мм), подключенные на концах, как и сам лист, к источнику питания дали возможность получить практически равномерное распределение плотности тока по ширине подвергаемых термической обработке стальных листов (пунктирные линии на рис. 3—5). Наличие таких

экранов привело к такому же эффекту, как и увеличение ширины листа. Однако появление больших электрических потерь в самих экранах ведет к снижению КПД всей установки.

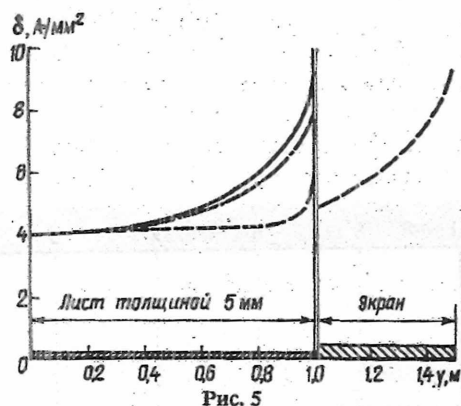


Рис. 5

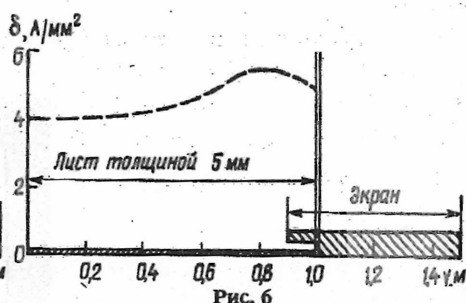


Рис. 6

Наиболее предпочтительным оказалось применение шихтованных экранов из электротехнической стали, образующих продольный паз, в который погружен край нагреваемого листа. На рис. 5 штрихпунктирной линией показано распределение плотности тока в листе толщиной 5 мм при наличии у его краев шихтованных экранов в виде полосок толщиной 40 мм. Как видно из графика, эффективность экранов такой формы низка, т. к. распределение плотности тока по ширине листа осталось довольно неравномерным. Однако применение шихтованного экрана в виде продольного паза, где стенки экрана охватывают края нагреваемого листа, ведет к уменьшению плотности тока на краях листов, как это видно из графика, представленного на рис. 6. С помощью расчетных исследований можно выбрать такую форму паза, которая дает практически равномерное распределение плотности тока по всей ширине листа.

1. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле: Учебник для электротехн., энерг., приборостроит. спец. вузов. — 8-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. шк., 1986. — 263 с.
2. Романов Д. И. Электроконтактный нагрев металлов. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Машиностроение, 1981. — С. 33.
3. Сильвестер П., Феррари Р. Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков: Пер. с англ. — М.: Мир, 1986. — 229 с.

Поступила 24.04.92