

Юлія Сікірда
Льотна академія Національного авіаційного університету
Тетяна Шмельова
Національний авіаційний університет
Юрій Беляєв
Національний університет харчових технологій
Салем Абдел-Бадіх М.
Університет Айн-Шамс, Каїр, Єгипет

Математичне моделювання транспортних потоків при організації авіаційних подорожей

Постановка проблеми. Транспорт є важливою складовою туристичної індустрії, а транспортне обслуговування туристів вважається найбільш складним етапом в організації подорожей. В останні роки збільшився відсоток туристів, які користуються авіаційним транспортом, що пов'язане з розвитком таких видів туризму, як шоп-тури і бізнес-тури, де визначальним фактором є швидкість доставки. Але при плануванні подорожі важливу роль також відіграє вартість переїзду. При відкритті нового туристичного маршруту або при зміні попиту на існуючі напрями повітряних перевезень авіакомпанії зіштовхуються з проблемою перерозподілу транспортних потоків з метою мінімізації витрат та можливістю конкурувати на ринку туристичних послуг за рахунок зниження ціни на переліт для клієнтів. Математичний апарат, який використовується при оптимізації перевезень у транспортних системах, базується на моделях лінійного програмування, зокрема, їх спеціальному класі – транспортній моделі [1-3].

Аналіз останніх досліджень та публікацій. При проведенні досліджень науковці акцентують увагу на оптимальній організації пасажиро- та вантажопотоків для максимального задоволення попиту на транспортування, але не враховують при цьому комплексної оцінки пасажиромісткості та собівартості перевезень різними типами авіаційних транспортних засобів [4-7].

Метою дослідження є оптимізація транспортних потоків при організації авіаційних подорожей за допомогою транспортної моделі у середовищі MS Excel шляхом раціонального розподілу літаків за повітряними лініями з урахуванням попиту на перевезення, складу повітряного парку авіакомпанії, його пасажиромісткості та собівартості перельоту за певним маршрутом.

Виклад основного матеріалу. Транспортні задачі (ТЗ) найчастіше описують переміщення (перевезення) будь-якої продукції з пункту відправлення (ПВ) в пункт призначення (ПП). Призначення ТЗ – визначення обсягів перевезень з пунктів відправлення в пункти призначення з мінімальною сумарною вартістю перевезень. При цьому повинні враховуватися обмеження, що накладаються на обсяги продукції, наявних в ПВ (пропозиція), і обмеження, що враховують потребу у продукції ПП (попит) [8-9].

У загальному випадку транспортну задачу можна застосовувати для опису ситуацій, пов'язаних з управлінням запасами, управлінням рухом капіталів, складанням розкладів, призначенням персоналу, розподілу літаків за повітряними лініями тощо.

ТЗ формулюється так [10-11]: є m пунктів відправлення A_1, A_2, \dots, A_m , в яких зосереджені запаси однорідної продукції у кількості відповідно a_1, a_2, \dots, a_m одиниць. Є n пунктів призначення B_1, B_2, \dots, B_n , які подали заявки відповідно на a_1, a_2, \dots, a_n одиниць продукції. Відомі вартості c_{ij} перевезення одиниці продукції від кожного ПВ A_i до кожного ПП B_j ($i = 1, m; j = 1, n$). Передбачається, що вартість перевезення одиниць продукції пропорційна її числу. Необхідно знайти кількість x_{ij} одиниць продукції, що відправляється з i -го ПВ A_i в j -ий ПП B_j , яка мінімізує сумарні транспортні витрати і задовольняє обмеження, що накладаються на обсяги продукції в ПВ і ПП.

Математична модель ТЗ має наступний вигляд (1)-(4):

- цільова функція:

$$L = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min; \quad (1)$$

- обмеження:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = \overline{1, m}; \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = \overline{1, n}; \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (4)$$

Транспортна задача, в якій сумарний попит і сумарна пропозиція збігаються, тобто, $\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$, $i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$, називається закритою задачею, у противному випадку – відкритою. Відкрита задача розв'язується приведенням до закритої.

Особливістю ТЗ є те, що всі коефіцієнти в обмеженнях (2–3) дорівнюють одиниці. Це дозволяє вирішувати задачу більш простим способом, за допомогою так званої транспортної таблиці (табл. 1).

На рис. 1 ТЗ представлена у вигляді мережі з m ПВ і n ПП, які показані у вигляді вузлів мережі. Дуги, що з'єднують вузли мережі, відповідають маршрутам, які зв'язують ПВ і ПП.

Таблиця 1

Транспортна таблиця для розв'язання транспортної задачі

	B_1	B_2	...	B_n	a_i
A_1	$\begin{matrix} c_{11} \\ x_{11} \end{matrix}$	$\begin{matrix} c_{12} \\ x_{12} \end{matrix}$...	$\begin{matrix} c_{1n} \\ x_{1n} \end{matrix}$	a_1
A_2	$\begin{matrix} c_{21} \\ x_{21} \end{matrix}$	$\begin{matrix} c_{22} \\ x_{22} \end{matrix}$...	$\begin{matrix} c_{2n} \\ x_{2n} \end{matrix}$	a_2
...
A_m	$\begin{matrix} c_{m1} \\ x_{m1} \end{matrix}$	$\begin{matrix} c_{m2} \\ x_{m2} \end{matrix}$...	$\begin{matrix} c_{mn} \\ x_{mn} \end{matrix}$	a_m
b_j	b_1	b_2	...	b_n	

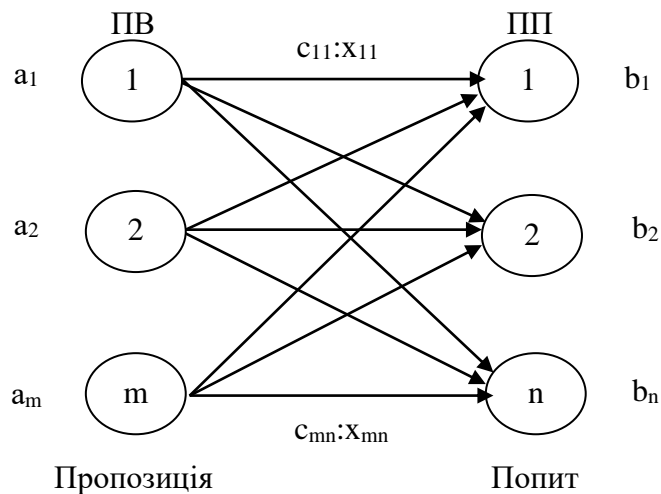


Рис. 1. Представлення ТЗ у вигляді мережевої моделі

Формалізація задачі оптимізації транспортних потоків при організації авіаційних подорожей наводиться в табл. 2, де: c_{ij} – собівартість перельоту на i -му типі повітряного

корабля до j -го пункту призначення, у.о.; a_i – кількість літаків i -го типу, шт.; b_j – попит на пасажироперевезення до j -го пункту призначення за місяць, чол./міс.; k_{ij} – кількість пасажирів, яку може перевезти i -ий тип повітряного корабля до j -го пункту призначення за виділену на місяць кількість рейсів, чол./міс.; x_{ij} – кількість літаків i -го типу, яку необхідно виділити на j -ту повітряну лінію, шт.

Таблиця 2

Формалізація задачі оптимізації транспортних потоків при організації авіаційних подорожей

Типи літаків	Маршрути								Кількість літаків
	Київ – Афіни		Київ – Ашхабад		Київ – Будапешт		Київ – Варшава		
Б-737-200	x_{11} k_{11}	c_{11}	x_{12} k_{12}	c_{12}	x_{13} k_{13}	c_{13}	x_{14} k_{14}	c_{14}	a_1
Б-737-300	x_{21} k_{21}	c_{21}	x_{22} k_{22}	c_{22}	x_{23} k_{23}	c_{23}	x_{24} k_{24}	c_{24}	a_2
Б-737-400	x_{31} k_{31}	c_{31}	x_{32} k_{32}	c_{32}	x_{33} k_{33}	c_{33}	x_{34} k_{34}	c_{34}	a_3
Б-737-500	x_{41} k_{41}	c_{41}	x_{42} k_{42}	c_{42}	x_{43} k_{43}	c_{43}	x_{44} k_{44}	c_{44}	a_4
Попит на перевезення, чол./міс.	b_1		b_2		b_3		b_4		

Розглянемо приклад оптимізації транспортних потоків при організації авіаційних подорожей середньостатистичної української авіакомпанії, яка має в наявності по три літаки типів Б-737-200, Б-737-300, Б-737-400, Б-737-500 та виконує рейси за маршрутами Київ – Афіни, Київ – Ашхабад, Київ – Будапешт, Київ – Варшава. Виходимо з умови, що дана авіакомпанія має дозвіл Державної авіаційної служби України на виконання 10 рейсів у місяць за кожним маршрутом.

При розрахунках враховано пасажиромісткість кожного типу повітряного корабля при наданні послуг економ-класу, собівартість перельоту та попит на перевезення. Вихідні дані для розв'язання задачі отримані з монографії з економіки цивільної авіації України [12], сайтів Державної авіаційної служби України [13] та Airlines Inform [14] і зведено в табл. 3.

Таблиця 3

Вихідні дані для розв'язання задачі оптимізації транспортних потоків при організації авіаційних подорожей

Типи літаків	Маршрути								Кількість літаків
	Київ – Афіни 1487 км (10 рейсів/міс.)		Київ – Ашхабад 2597 км (10 рейсів/міс.)		Київ – Будапешт 898 км (10 рейсів/міс.)		Київ – Варшава 689 км (10 рейсів/міс.)		
Б-737-200 130 крісел	x_{11} 3900	10500	x_{12} 3900	13500	x_{13} 3900	8500	x_{14} 3900	7500	3
Б-737-300 149 крісел	x_{21} 4470	11750	x_{22} 4470	13750	x_{23} 4470	9250	x_{24} 4470	8500	3
Б-737-400 171 крісло	x_{31} 5130	11900	x_{32} 5130	14000	x_{33} 5130	9950	x_{34} 5130	8700	3
Б-737-500 132 крісла	x_{41} 3960	9900	x_{42} 3960	13100	x_{43} 3960	8300	x_{44} 3960	7200	3
Попит на перевезення, чол./міс.	10000		8000		12000		15000		

Собівартість перельоту по маршруту Київ – Афіни для Б-737-200 складає 10500 у.о., для Б-737-300 – 11700 у.о., для Б-737-400 – 11900 у.о., для Б-737-500 – 9900 у.о.; по маршруту Київ – Ашхабад: для Б-737-200 – 13500 у.о., для Б-737-300 – 13750 у.о., для Б-737-400 – 14000 у.о., для Б-737-500 – 13100 у.о.; по маршруту Київ – Будапешт: для Б-737-200 – 8500 у.о., для Б-737-300 – 9250 у.о., для Б-737-400 – 9950 у.о., для Б-737-500 – 8300 у.о.; по маршруту Київ – Варшава: для Б-737-200 – 7500 у.о., для Б-737-300 – 8500 у.о., для Б-737-400 – 8700 у.о., для Б-737-500 – 7200 у.о.

Кількість пасажирів, яку може перевезти по три літаки кожного типу в залежності від кількості крісел економ-класу за виділені на місяць 10 рейсів:

- Б-737-200 – 3900 чол./міс.;
- Б-737-300 – 4470 чол./міс.;
- Б-737-400 – 5130 чол./міс.;
- Б-737-500 – 3960 чол./міс.

Попит на пасажироперевезення до кожного пункту призначення за тиждень: до Афіни – 10000 чол./міс.; до Ашхабаду – 8000 чол./міс.; до Будапешту – 13000 чол./міс.; до Варшави – 15000 чол./міс.

Транспортну модель задачі оптимізації транспортних потоків при організації авіаційних подорожей можна представити у вигляді цільової функції (5) та обмежень (6-7):

$$L = 10500x_{11} + 13500x_{12} + 8500x_{13} + 7500x_{14} + 11750x_{21} + 13750x_{22} + 9250x_{23} + 8500x_{24} + 11900x_{31} + 14000x_{32} + 9950x_{33} + 8700x_{34} + 9900x_{41} + 13100x_{42} + 8300x_{43} + 7200x_{44} \rightarrow \min; \quad (5)$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 3;$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 3;$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 3;$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 3; \quad (6)$$

$$3900x_{11} + 3900x_{21} + 3900x_{31} + 3900x_{41} \geq 10000;$$

$$4470x_{12} + 4470x_{22} + 4470x_{32} + 4470x_{42} \geq 8000;$$

$$5130x_{13} + 5130x_{23} + 5130x_{33} + 5130x_{43} \geq 12000;$$

$$3960x_{14} + 3960x_{24} + 3960x_{34} + 3960x_{44} \geq 15000;$$

$$x_{ij} \geq 0, x_{ij} - \text{ціле}. \quad (7)$$

Проведені в табличному процесорі MS Excel за допомогою функції „Пошук рішення” [15] розрахунки підтвердили виконання всіх встановлених обмежень та дали наступні результати: на рейс Київ – Афіни необхідно поставити Б-737-200, Б-737-400 та Б-737-500; на рейс Київ – Ашхабад – Б-737-300 та Б-737-400; на рейс Київ – Будапешт – Б-737-200, Б-737-300 та Б-737-500; на рейс Київ – Варшава – Б-737-200, Б-737-300, Б-737-400 та Б-737-500. При цьому затрати на виконання авіаційних подорожей будуть мінімальними та складуть 118000 у.о. До того ж, за всіма напрямками залишиться резерв вільних місць, який авіакомпанія зможе використати у разі підвищення попиту на авіаперевезення, зокрема, за маршрутом Київ – Афіни – 2990 крісел, Київ – Ашхабад – 1600 крісел, Київ – Будапешт – 330 крісел, Київ – Варшава – 2460 крісел.

Висновки і перспективи подальших пошуків. Для удосконалення організації авіаційних подорожей доцільно використовувати запропоновану транспортну модель, що дозволяє знаходити оптимальний розподіл повітряних кораблів за виділеними маршрутами з мінімальною вартістю перевезень за умов виконання накладених обмежень на обсяги пасажиропотоку, кількість та пасажиромісткість наявних літаків. Також у перспективі необхідно розглянути обернену задачу: розрахунок потреби авіакомпанії в кількості літаків кожного типу з урахуванням попиту на авіаперевезення.

Список використаних джерел:

1. Прокудін Г. С. *Моделі і методи оптимізації перевезень у транспортних системах: монографія* / Г. С. Прокудін Г. С. – К. : НТУ, 2006. – 224 с.

2. Трояновский В. М. Математическое моделирование в менеджменте : уч. пос. / В. М. Трояновский. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : «РДП», 2002. – 252 с.
3. Бакаев Л. А. Математические методы и модели исследования экономических систем / Л.А. Бакаев. – К. : Логос, 2005. – 252 с.
4. Савченко Л. В. Підвищення ефективності прогнозування в транспортних системах : автореф. дис. ... канд. техн. наук. / Л. В. Савченко. – К., 2002. – 34 с.
5. Eksioglu V. The vehicle routing problem : A taxonomic review / V. Eksioglu, A. Vural, A.Reisman // Computers & Industrial Engineering. – 2009. – 57, № 4. – P. 1472–1483.
6. Дудукалов Ю. В. Применение методов нечеткого моделирования для оптимизации транспортных систем / Ю. В. Дудукалов. // Вісник СевНТУ : Серія: Машиноприладобудування та транспорт. – Севастополь. – 2011. – Вип. 122/2011. – С. 61–64.
7. Забара С. С. Автоматизована система управління транспортними перевезеннями / С. С. Забара, М. Т. Дехтярук // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2014. – № 2. – С. 18–28.
8. Берегова Г. І. Економіко-математичне моделювання / Г. І. Берегова, А. Ю. Сидоренко. – К. : УБС НБУ, 2007. – 148 с.
9. Бережная Е. В. Математические методы моделирования экономических систем : учеб. пос. / Е. В. Бережная, В. И. Бережной. – М. : Финансы и статистика, 2002. – 367 с.
10. Таха Х. Введение в исследование операций / Х. Таха ; пер с англ. – 7-е изд. - М. : Издательский дом "Вильямс", 2007. – 912 с.
11. Шишкин Е. В. Математические методы и модели в управлении : уч. пос. / Е. В. Шишкин, А. Г. Чхартишвили. – 2-е изд., испр. – М.: Дело, 2002. – 440 с.
12. Кулаев Ю.Ф. Экономика гражданской авиации Украины : монография / Ю.Ф. Кулаев. – К. : "Феникс", 2004. – 666 с.
13. Державна авіаційна служба України (Державіаслужба) [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.avia.gov.ua>. – Останній доступ : 2017.
14. Airlines Inform [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://www.airlines-inform.ru/commercial-aircraft/Boeing-737-family.html>. – Останній доступ : 2017.
15. Минько А. А. Статистический анализ в MS Excel. Профессиональная работа / А. А. Минько. – СПб. : НТ Пресс, 2004. – 448 с.

Сікірда Ю.В., Шмельова Т.Ф., Беляев Ю.Б., Абдел-Бадіх М.С. Математичне моделювання транспортних потоків при організації авіаційних подорожей. Отримано транспортну модель для удосконалення розподілу літаків за популярними серед туристів маршрутами. Реалізована у табличному процесорі MS Excel транспортна модель забезпечує мінімальну вартість виконання авіаційних подорожей при існуючому попиту на перевезення та обмеженій пасажиромісткості повітряного парку.

Ключові слова: обсяг перевезень, оптимізація, програмна реалізація, собівартість перельоту, транспортна модель.

Сикирда Ю.В., Шмелева Т.Ф., Беляев Ю.Б., Абдел-Бадих М.С. Математическое моделирование транспортных потоков при организации авиационных путешествий. Получена транспортная модель для усовершенствования распределения самолетов по популярным среди туристов маршрутам. Реализованная в табличном процессоре MS Excel транспортная модель обеспечивает минимальную стоимость выполнения авиационных путешествий при имеющемся спросе на перевозки и ограниченной пассажироемкости воздушного парка.

Ключевые слова: объем перевозок, оптимизация, программная реализация, себестоимость перелета, транспортная модель.

Sikirda Yu., Shmelova T., Belyaev Yu., Abdel-Badeeh M.S. Mathematical modeling of transport streams during the organization of aviation travel. The transport model for improving distribution of aircrafts among the popular tourist routes has obtained. Implemented in table processor MS Excel transport model provides the minimum cost of aviation travel with existing demand for transportation and limited passenger capacity of aircraft fleet.

Keywords: cost of the flight, optimization, software realization, transport model, volume of transportation.