

REGRESSION EQUATIONS FOR DETERMINING PURITY P AND DRY SOLIDS DS OF INTERCRYSTALLINE SUCROSE SOLUTION AT SUGAR MASSECUITE BOILING

T. Pogorilyu

National University of Food Technologies

Key words:

Purity

Dry solids

Density

Regression equation

Article history:

Received 10.07.2016

Received in revised form

05.08.2016

Accepted 23.08.2016

Corresponding author:

T. Pogorilyu

E-mail:

pogorilyutm@ukr.net

ABSTRACT

The article describes the further stage of creating a mathematical model of mass crystallization of sucrose. When creating an algorithm for determining the distribution of heat and diffusion mass flows between the components of the cell system of 'sucrose solution – sugar crystal – massecuite', the regression equations of distributions were found for purity and dry solids of intercrystalline sucrose solution when boiling sugar massecuite. Each of these variables depends on the relative time of sugar massecuite boiling τ/τ_c . Each of the developed regression equations is built on the basis of experimental data obtained by several authors using the method of Ordinary Least Squares.

РЕГРЕСІЙНІ РІВНЯННЯ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ЧИСТОТИ Ч І СУХИХ РЕЧОВИН СР МІЖКРИСТАЛЬНОГО РОЗЧИНУ САХАРОЗИ ПРИ УВАРЮВАННІ ЦУКРОВОГО УТФЕЛЮ

Т.М. Погорілий

Національний університет харчових технологій

У статті реалізовано один із наступних етапів створення математичної моделі процесу масової кристалізації сахарози. При створенні алгоритму проведення розрахунків із визначення розподілу теплових і дифузійних масових потоків між складовими системи комірок (розчин сахарози–кристал цукру–утфель) було знайдено регресійні рівняння розподілів для чистоти Ч, сухих речовин СР міжкристального розчину сахарози при уварюванні цукрового утфелю. Кожна із зазначених окремо величин залежить від відносного часу уварювання цукрового утфелю τ/τ_c . Знайдені регресійні рівняння побудовано на основі обробки експериментальних даних, отриманих рядом авторів із застосуванням методу найменших квадратів.

Ключові слова: чистота, вміст сухих речовин, регресійне рівняння.

Постановка проблеми. Усі регресійні рівняння, що наведені в даній статті, стосуються залежностей технологічних показників міжкристального

розчину сахарози, які в подальшому будуть використані для знаходження регресійних рівнянь теплофізичних характеристик міжкристального розчину сахарози при уварюванні цукрового утфелю. Дані для регресійних рівнянь були отримані рядом авторів та наведені в літературних джерелах [1, 2]. Оскільки отримані залежності для теплофізичних характеристик є достатньо складними й такими, що залежать не лише від поточної температури, то було знайдено регресійні рівняння таких технологічних показників міжкристального розчину сахарози, як чистота \mathcal{C} і вміст сухих речовин $\mathcal{C}\mathcal{P}$. Ці рівняння також залежать від відносного часу уварювання цукрового утфелю $\tau/\tau_{\text{ц}}$.

При створенні математичної моделі нестационарного процесу тепло- та масообміну в системі комірок кристал-міжкристальний розчин сахарози-утфель [3—5] через значну зміну температури між складовими враховувалися змінні теплофізичні характеристики всіх необхідних величин, які брали участь у процесі проведення розрахунків. Тому постала необхідність у визначенні таких теплофізичних характеристик, як густина ρ , об'ємна теплоємність c_p і теплопровідність λ міжкристального розчину сахарози при уварюванні цукрового утфелю. Передусім для їх визначення необхідно знайти закони розподілів таких технологічних характеристик, як чистота \mathcal{C} та вміст сухих речовин $\mathcal{C}\mathcal{P}$ міжкристального розчину сахарози. Всі ці величини залежать від відносного часу уварювання цукрового утфелю.

Мета дослідження. Знайти регресійні рівняння для чистоти \mathcal{C} та вмісту сухих речовин $\mathcal{C}\mathcal{P}$ міжкристального розчину сахарози.

Матеріали і методи. Для вирішення поставленої проблеми використовувалися програмні продукти (CurveExpert), що базуються на методі найменших квадратів. Створення регресійних кривих здійснено на основі експериментальних даних ряду авторів, широко висвітлених у літературі [1, 2].

Технологічними характеристиками виступають чистота міжкристального розчину сахарози \mathcal{C} і вміст у ньому сухих речовин $\mathcal{C}\mathcal{P}$. Пошук регресійних рівнянь для кожної із зазначених шуканих величин проводився на всьому інтервалі уварювання цукрового утфелю $0 \leq \tau/\tau_{\text{ц}} \leq 1$. Критерієм адекватності знайдених рівнянь слугували коефіцієнт кореляції $0 \leq r \leq 1$ та середньо квадратичне відхилення s , яке повинно якомога більше прагнути до нуля $s \rightarrow 0$.

Оскільки при уварюванні цукрового утфелю характер зміни таких технологічних показників, як чистота \mathcal{C} і вміст сухих речовин $\mathcal{C}\mathcal{P}$ у міжкристальному розчині до моменту введення «затравки» (що відповідає відносному часу уварювання цукрового утфелю $\tau/\tau_{\text{ц}} \approx 0,1 \dots 0,15$), та після цього моменту часу мають достатньо яскраво виражений різний характер, то була зроблена спроба створити регресійні рівняння для кожного окремого зазначеного випадку. В результаті отримали по кожному окремому із зазначених технологічних показників системи, що складаються з двох рівнянь. Одне з цих рівнянь описує характер зміни показника до моменту введення «затравки», інше — після.

Результати і обговорення. Чистота \mathcal{C} міжкристального розчину сахарози. Спочатку наведемо регресійні рівняння для визначення чистоти \mathcal{C} міжкристального розчину сахарози на всьому інтервалі уварювання цукрового утфелю $0 \leq \tau/\tau_{\text{ц}} \leq 1$:

а)

$$\begin{aligned} \Psi_{1,1}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) = & 91,189159 - 1,5028796 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) - 122,16352 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^2 + \\ & + 338,22099 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^3 - 350,13663 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^4 + 127,26559 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^5, \quad 0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) \leq 1. \end{aligned} \quad (1)$$

У даному випадку коефіцієнт кореляції складає $r = 0,9985673$, середньо квадратичне відхилення $s = 0,1574805$;

б)

$$\begin{aligned} \Psi_{1,2}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) = & 91,577452 - 14,462025 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) - 25,432723 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^2 + \\ & + 69,187874 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^3 - 38,555856 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^4, \quad 0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) \leq 1, \end{aligned} \quad (2)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9969364$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,2286316$;

в)

$$\begin{aligned} \Psi_{1,3}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) = & 92,037268 - 24,4731 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) + 21,821051 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^2 - \\ & - 6,4920643 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^3, \quad 0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) \leq 1, \end{aligned} \quad (3)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9947149$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,2981166$;

г)

$$\Psi_{1,4}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) = \frac{91,991758 + 19,533587 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)}{1 + 0,47625001 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) - 0,1329289 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^2}, \quad 0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) \leq 1, \quad (4)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9942664$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,3104742$;

д)

$$\begin{aligned} \Psi_{1,5}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) = & \frac{1}{0,01088256 + 0,0026938712 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) - 0,0015467981 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^2}, \\ & 0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) \leq 1, \end{aligned} \quad (5)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9940924$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,3130549$.

Наведемо регресійні рівняння для визначення чистоти Ч міжкристального розчину сахарози на інтервалі уварювання цукрового утфелю $0,01 \leq \tau/\tau_{\text{ц}} \leq 1$:

а)

$$\text{Ч}_{2,1} \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right) = 90,969904 - 9,7061275 \cdot e^{-0,1687111 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right)^{-1,2077591}}, \quad 0,01 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right) \leq 1, \quad (6)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9995258$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0881341$;

б)

$$\text{Ч}_{2,2} \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right) = \frac{82,254246 \cdot 13,365796 + 91,213008 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right)^{-2,0021261}}{13,365796 + \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right)^{-2,0021261}}, \quad (7)$$

$$0,01 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right) \leq 1$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9988394$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,1378575$;

в)

$$\text{Ч}_{2,3} \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right) = 91,246141 - 2,5128466 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right) - 116,71327 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right)^2 +$$

$$325,84148 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right)^3 - 337,66687 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right)^4 + 122,6679 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right)^5, \quad 0,01 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right) \leq 1 \quad (8)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9985270$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,1574388$;

г)

$$\text{Ч}_{2,4} \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right) = 91,728662 - 16,369311 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right) - 18,548138 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right)^2 +$$

$$59,823088 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right)^3 - 34,284457 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right)^4, \quad 0,01 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right) \leq 1 \quad (9)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9970961$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,2194585$;

д)

$$\begin{aligned} \Psi_{2,5}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) = & 92,208999 - 25,840192 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) + 24,646293 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^2 - \\ & - 8,1715443 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^3, \quad 0,01 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) \leq 1 \end{aligned} \quad (10)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9954275$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,2733998$;

е)

$$\Psi_{2,6}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) = \frac{92,162139 + 31,433943 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)}{1 + 0,62114696 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) - 0,13209037 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^2}, \quad 0,01 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) \leq 1 \quad (11)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9948785$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,2893093$;

Регресійне рівняння для різних інтервалів відносного часу уварювання цукрового утфелю представимо у вигляді такої системи рівнянь:

$$\Psi\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) = \begin{cases} f_{\Psi_{1,i}}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right), & 0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) < 0,1; \\ f_{\Psi_{2,i}}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right), & 0,1 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) \leq 1. \end{cases} \quad (12)$$

де для функцій $f_{\Psi_{1,i}}\left(\tau / \tau_{\text{н}}\right)$, $0 \leq \tau / \tau_{\text{н}} < 0,1$; $1 \leq i \leq 10$ знайдено такі регресійні рівняння:

а)

$$f_{\Psi_{1,1}}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) = \frac{91,054909 + 11203,711 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)}{1 + 123,22206 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) + 2,6393987 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^2}, \quad 0,0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) < 0,1 \quad (13)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9981781$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0066940$;

б)

$$\begin{aligned} f_{\Psi_{1,2}}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) = & 91,053081 - 9,4707649 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) + 209,68127 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^2 - \\ & - 2444,7891 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^3 + 9957,0813 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^4, \quad 0,0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) < 0,1 \end{aligned} \quad (14)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9983068$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0070694$;

в)

$$f_{\tau_{1,3}}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) = \frac{1}{0,010982556 + 0,00013255917 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^{0,570089}}, \quad (15)$$

$$0,0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) < 0,1$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9974825$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0072838$;

г)

$$f_{\tau_{1,4}}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) = \frac{91,05307 \cdot 2,4345886 + 87,881615 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^{0,60552705}}{2,4345886 + \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^{0,60552705}}, \quad (16)$$

$$0,0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) < 0,1$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9972623$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0082039$;

д)

$$f_{\tau_{1,5}}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) = 91,047312 - 7,4081275 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) + 99,243045 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^2 - 564,41506 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^3, \quad 0,0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) < 0,1 \quad (17)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9965809$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0091665$;

е)

$$f_{\tau_{1,6}}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) = \frac{90,708619}{1 - 0,0036233265 \cdot e^{-17,026865 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)}}, \quad 0,0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) < 0,1 \quad (18)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9907420$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0139444$;

ж)

$$f_{\tau_{1,7}}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) = -0,3241583 \cdot \left(-279,84664 - e^{-17,686757 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)} \right), \quad (19)$$

$$0,0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) < 0,1$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9906999$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0139759$;

з)

$$f_{\tau_{1,8}}\left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right) = \frac{1}{0,010985361 + 0,00054780575 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right) - 0,002303945 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right)^2}, \quad (20)$$

$$0,0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right) < 0,1$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9874563$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0162179$;

и)

$$f_{\tau_{1,9}}\left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right) = 91,03017 - 4,5306944 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right) + 19,089851 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right)^2, \quad (21)$$

$$0,0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right) < 0,1$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9874176$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0162428$;

к)

$$f_{\tau_{1,10}}\left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right) = 91,005709 - 2,7320799 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right), \quad 0,0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right) < 0,1 \quad (22)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9712812$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0228610$.

Також наведемо регресійні рівняння для визначення чистоти Ч міжкристального розчину сахарози на інтервалі уварювання цукрового утфелю $0,01 \leq \tau/\tau_{ц} \leq 0,1$:

а)

$$f_{\tau_{1,11}}\left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right) = 90,965676 - 2,1521968 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right) + \frac{2,8697125 \cdot 10^{-6}}{\left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right)^2}, \quad (23)$$

$$0,01 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right) < 0,1$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9971194$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0062721$;

б)

$$f_{\tau_{1,12}}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) = 91,019234 - 5,2665966 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) + 55,87012 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^2 - 308,93806 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^3, \quad 0,01 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) < 0,1 \quad (24)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9970383$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0069666$;

в)

$$f_{\tau_{1,13}}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) = 90,997255 - 3,1714058 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) + 7,6005269 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^2, \quad 0,01 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) < 0,1 \quad (25)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9946394$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0085508$;

г)

$$f_{\tau_{1,14}}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) = 90,983 - 2,3866004 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right), \quad 0,01 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) < 0,1 \quad (26)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9918028$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0097826$.

Для функцій $f_{\tau_{2,i}}(\tau/\tau_{\text{н}})$, $0,1 \leq \tau/\tau_{\text{н}} < 1$; $1 \leq i \leq 5$ знайдено такі регресійні рівняння:

а)

$$f_{\tau_{2,1}}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) = 93,817462 - 39,386129 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) + 58,929554 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^2 - 41,20586 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^3 + 10,515295 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^4, \quad 0,1 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) \leq 1 \quad (27)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9996859$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0611662$;

б)

$$f_{\tau_{2,2}}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) = \frac{95,1952 + 288,13651 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)}{1 + 3,7078268 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) - 0,078084988 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right)^2}, \quad 0,1 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{н}}}\right) \leq 1 \quad (28)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9995914$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0692368$;

в)

$$f_{\text{ч}_{2,3}}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right) = \frac{81,383202 \cdot 7,7312445 + 93,388648 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right)^{-1,383514}}{7,7312445 + \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right)^{-1,383514}}, \quad (29)$$

$$0,1 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right) \leq 1$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9995896$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0693899$;

г)

$$f_{\text{ч}_{2,4}}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right) = 93,46402 - 35,006353 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right) + 42,792312 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right)^2 -$$

$$-18,687693 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right)^3, \quad 0,1 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right) \leq 1 \quad (30)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9995762$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0705117$;

д)

$$f_{\text{ч}_{2,5}}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right) = \frac{82,531775}{1 - 0,12376432 \cdot e^{-3,4725072 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right)}}, \quad 0,1 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right) \leq 1 \quad (31)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9995310$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0736200$;

е)

$$f_{\text{ч}_{2,6}}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right) = 91,735834 - 10,993819 \cdot e^{-0,19919812 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right)^{-1,0365717}}, \quad (32)$$

$$0,1 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right) \leq 1$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9994908$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0772853$;

ж)

$$f_{\text{Ч}_{2,7}}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right) = 80,376268 \cdot 1,0289357^{\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right)} \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right)^{-0,051231435}, \quad (33)$$

$$0,1 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right) \leq 1$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9990930$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,1023687$;

з)

$$f_{\text{Ч}_{2,8}}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right) = 82,32591 \cdot 1,0023808^{\left(\frac{1}{\tau/\tau_{\text{ц}}}\right)} \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right)^{-0,031957821}, \quad (34)$$

$$0,1 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right) \leq 1$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9978547$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,1573832$;

и)

$$f_{\text{Ч}_{2,9}}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right) = e^{4,4106859 + \frac{0,0023779675}{\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right)} - 0,031957821 \cdot \ln\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right)}, \quad 0,1 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right) \leq 1 \quad (35)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9978547$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,1573832$.

Вміст сухих речовин СР міжкристального розчину сахарози. Наведемо регресійні рівняння для визначення вмісту сухих речовин у міжкристальному розчині сахарози на всьому інтервалі уварювання цукрового утфелю $0 \leq \tau/\tau_{\text{ц}} \leq 1$:

а)

$$\text{СР}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right) = \frac{59,867258 \cdot 0,017109725 + 81,581378 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right)^{1,4570649}}{0,017109725 + \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right)^{1,4570649}}, \quad (36)$$

$$0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right) < 1$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9993436$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,2297093$;

б)

$$CP\left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right) = \frac{58,796721 + 1081,3074 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right)}{1 + 12,519148 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right) + 0,60216651 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right)^2}, \quad (37)$$

$$0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right) < 1$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9979422$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,4065845$;

в)

$$CP\left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right) = 21,258513 \cdot \left(3,8001197 - e^{-11,58847 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right)} \right), \quad 0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right) < 1 \quad (38)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9977334$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,4232937$;

г)

$$CP\left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right) = 80,738273 \cdot e^{-1,1973426 - 12,674422 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right)}, \quad 0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right) < 1 \quad (39)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9973392$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,4585778$.

Регресійне рівняння вмісту сухих речовин CP для різних інтервалів відносного часу уварювання цукрового утфелю представимо у вигляді такої системи рівнянь:

$$CP\left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right) = \begin{cases} f_{DS1,i}\left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right), & 0,0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right) < 0,1; \\ f_{DS2,i}\left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right), & 0,1 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right) \leq 1, \end{cases} \quad (40)$$

де для функцій $f_{DS1,i}\left(\tau / \tau_c\right)$, $0 \leq \tau / \tau_c < 0,1$; $1 \leq i \leq 6$ знайдено такі регресійні рівняння:

а)

$$f_{CP1,1}\left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right) = 59,774792 + 154,06568 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right) + 2112,3625 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right)^2 - 38902,817 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right)^3 + 177177,22 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right)^4, \quad 0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{ц}}\right) < 0,1 \quad (41)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9997976$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,1185485$;

б)

$$f_{CP1,2} \left(\frac{\tau}{\tau_{II}} \right) = \frac{76,70305}{\left(1 + e^{2,879261 - 39,329492 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{II}} \right)} \right)^{\frac{1}{11,694638}}}, \quad 0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{II}} \right) < 0,1 \quad (42)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9996992$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,1383768$;

в)

$$f_{CP1,3} \left(\frac{\tau}{\tau_{II}} \right) = 59,693977 + 188,20718 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{II}} \right) + 227,69764 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{II}} \right)^2 - 6097,4484 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{II}} \right)^3, \quad 0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{II}} \right) < 0,1 \quad (43)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9996656$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,1459116$;

г)

$$f_{CP1,4} \left(\frac{\tau}{\tau_{II}} \right) = \frac{1}{0,01677042 - 0,056199338 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{II}} \right) + 0,2211555 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{II}} \right)^2}, \quad 0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{II}} \right) < 0,1 \quad (44)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9996273$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,1479831$;

д)

$$f_{CP1,5} \left(\frac{\tau}{\tau_{II}} \right) = \frac{59,666075 - 81,757607 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{II}} \right)}{1 - 4,6265683 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{II}} \right) + 15,171302 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{II}} \right)^2}, \quad 0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{II}} \right) < 0,1 \quad (45)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9996487$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,1495400$;

е)

$$f_{CP_{1,6}}\left(\frac{\tau}{\tau_{II}}\right) = 59,542981 + 217,25147 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{II}}\right) - 615,58976 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{II}}\right)^2, \quad (46)$$

$$0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{II}}\right) < 0,1$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9993666$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,1929061$.

Для функцій $f_{CP_{2,i}}(\tau / \tau_{II})$, $(0,1 \leq \tau / \tau_{II} < 1; 1 \leq i \leq 3)$ знайдено такі регресійні рівняння:

а)

$$f_{CP_{2,1}}\left(\frac{\tau}{\tau_{II}}\right) = 70,393511 + 55,787834 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{II}}\right) - 111,36827 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{II}}\right)^2 +$$

$$+ 99,96568 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{II}}\right)^3 - 33,900992 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{II}}\right)^4, \quad 0,1 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{II}}\right) \leq 1 \quad (47)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9994873$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0558139$;

б)

$$f_{CP_{2,2}}\left(\frac{\tau}{\tau_{II}}\right) = 81,026911 - 8,6788808 \cdot e^{-9,911945 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{II}}\right)^{1,4301751}}, \quad (48)$$

$$0,1 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{II}}\right) \leq 1$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9992592$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0663582$;

в)

$$f_{CP_{2,3}}\left(\frac{\tau}{\tau_{II}}\right) = 14,511553 \cdot \left(5,5844906 - e^{-7,8828054 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{II}}\right)} \right), \quad 0,1 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{II}}\right) \leq 1 \quad (49)$$

з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9960150$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,1521321$.

Висновки

Отже, у результаті проведених досліджень отримано регресійні рівняння для технологічних показників (чистота Ч і вміст сухих речовин СР) міжкристального розчину сахарози протягом усього періоду уварювання цукро-

вого утфелю $0 \leq \tau/\tau_{\text{ц}} \leq 1$. По кожній із величин (Ч та СР) наведено декілька варіантів з метою вибору найоптимальнішого рівняння залежно від потреб подальшого дослідницького процесу.

Для подальших досліджень та отримання регресійних рівнянь усіх необхідних теплофізичних характеристик (густини ρ , об'ємної теплоємності $c \cdot \rho$ і теплопровідності λ) можуть бути рекомендовані такі рівняння:

Регресійні рівняння визначення чистоти Ч міжкристального розчину сахарози шляхом представлення через одне рівняння:

$$\begin{aligned} \text{Ч}_{2,1} \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right) &= 90,969904 - 9,7061275 \cdot e^{-0,1687111 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right)^{-1,2077591}}, \\ 0,01 &\leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right) \leq 1 \end{aligned} \quad (6^*)$$

(коефіцієнт кореляції $r = 0,9995258$, середньо квадратичне відхилення $s = 0,0881341$) або ж через систему рівнянь:

$$\begin{aligned} \text{Ч} \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right) &= \begin{cases} f_{\text{Ч}_{1,2}} \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right), & 0,0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right) < 0,1; \\ f_{\text{Ч}_{2,3}} \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right), & 0,1 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right) \leq 1 \end{cases} = \\ &= \begin{cases} 91,053081 - 9,4707649 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right) + 209,68127 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right)^2 - 2444,7891 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right)^3 + \\ \quad + 9957,0813 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right)^4, & 0,0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right) < 0,1; \\ \frac{81,383202 \cdot 7,7312445 + 93,388648 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right)^{-1,383514}}{7,7312445 + \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right)^{-1,383514}}, & 0,1 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}} \right) \leq 1, \end{cases} \end{aligned}$$

де перше рівняння системи знаходиться з формули (14) з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9983068$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0070694$; друге рівняння регресії знаходиться за формулою (29) з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9995896$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0693899$.

Регресійні рівняння визначення вмісту сухих речовин СР міжкристального розчину сахарози шляхом представлення через одне рівняння:

$$\text{CP}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right) = \frac{59,867258 \cdot 0,017109725 + 81,581378 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right)^{1,4570649}}{0,017109725 + \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right)^{1,4570649}}, \quad (36^*)$$

$$0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right) < 1$$

(з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9993436$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,2297093$) або ж через систему рівнянь:

$$\text{CP}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right) = \begin{cases} f_{\text{CP}_{1,2}}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right), & 0,0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right) < 0,1; \\ f_{\text{CP}_{2,1}}\left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right), & 0,1 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right) \leq 1, \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} \frac{76,70305}{\left(1 + e^{2,879261 - 39,329492 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right)^{11,694638}}\right)}, & 0,0 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right) < 0,1; \\ 70,393511 + 55,787834 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right) - 111,36827 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right)^2 + 99,96568 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right)^3 - \\ - 33,900992 \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right)^4, & 0,1 \leq \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{ц}}}\right) \leq 1, \end{cases}$$

де перше рівняння системи знаходиться з формули (42) з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9996992$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,1383768$; друге рівняння регресії знаходиться за формулою (47) з коефіцієнтом кореляції $r = 0,9994873$ та середньо квадратичним відхиленням $s = 0,0558139$.

Література

1. Попов В.Д. Основы теории тепло- и массообмена при кристаллизации сахарозы. — Москва: Пищевая промышленность, 1973. — 316 с.
2. Кулинченко В.Р., Мирончук В.Г. Промышленная кристаллизация сахаристых веществ: Монография. — Киев: НУПТ, 2012. — 426 с.
3. Погорельый Т. М. Математическое моделирование процесса рекристаллизации на основании аналитических решений нестационарных задач теплопроводности в двухмерном случае для прямоугольных областей с неоднородными (непрерывными и разрывными на одной из сторон) граничными условиями и неоднородными начальными условиями / Т.М. Погорельый, В.Г. Мирончук // Тезисы докладов и сообщений XIV Минского международного форума по тепло- и массообмену, 10—13 сентября 2012 года —

Том 1, Часть 2. — Минск: Институт тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова НАН Беларуси, 2012. — С. 761—764.

4. Pogoriliy T. The distribution of temperatures in the sucrose solution–sugar crystal–sucrose solution–massecuite cells depending on the boiling sugar massecuite time // Ukrainian Journal of Food Science. — 2015. — V. 3, I. 1. — P. 139—148.

5. Погорілий Т.М. Розподіл температур у комірках міжкристального розчину сахарози–кристалу цукру–утфелю при різному способі їх розташування в гріючій трубці // Наукові праці Національного університету харчових технологій. — 2016. — Т. 22, № 2. — С. 164—172.

6. Pogoriliy T. Temperatures distribution in the «larger sugar crystal–larger crystal sucrose solution–less crystal sugar sucrose solution–smaller sugar crystal–massecuite» cells system depending on the boiling sugar massecuite time / T. Pogoriliy // Ukrainian Food Journal. — 2015. — V. 4. — I. 4. — P. 648—661.

РЕГРЕССИОННЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧИСТОТЫ Ч И СУХИХ ВЕЩЕСТВ СВ МЕЖКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО РАСТВОРА САХАРОЗЫ ПРИ УВАРИВАНИИ САХАРНОГО УТФЕЛЯ

Т.М. Погорельий

Национальный университет пищевых технологий

В статье реализован один из последующих этапов создания математической модели процесса массовой кристаллизации сахарозы. При создании алгоритма проведения расчетов по определению распределения тепловых и диффузионных массовых потоков между составляющими системы ячеек (раствор сахарозы–кристалл сахара–утфель) были найдены регрессионные уравнения распределений межкристаллического раствора сахарозы для чистоты и сухих веществ при уваривании сахарного утфеля. Каждая из указанных отдельно величин зависит от относительного времени уваривания сахарного утфеля $\tau/\tau_{\text{ц}}$. Найденные регрессионные уравнения построены на основе обработки экспериментальных данных, полученных рядом авторов с применением метода наименьших квадратов.

Ключевые слова: чистота, сухие вещества, регрессионные уравнения.