

УДК 681.5.07: 637.133.3

## КЕРОВАНІСТЬ ТА СПОСТЕРЕЖНІСТЬ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ УПРАВЛІННЯ

**Н.М. Луцька**

Кандидат технічних наук

Кафедра автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій

Національний університет харчових технологій

вул. Володимирська, 68, м. Київ, Україна, 01033

Контактний тел.: 8(066)957-25-27

E-mail: lutskaya@yandex.ru

**Т.В. Савченко**

Кандидат технічних наук, доцент

Кафедра інженерно-технічних дисциплін

Київський національний торговельно-економічний університет

вул. Кіото, 19, м. Київ, Україна, 02156

Контактний тел.: 8(097)997-48-71

E-mail: sv\_t@ukr.net

*В роботі приведені основні принципи спостережності та керованості технологічних об'єктів управління. Досліджується дане питання на прикладі пастеризаційно-охолоджувальної установки молочного виробництва, що описується чотирма лінійними диференціальними рівняннями. Зроблено висновок, що даний технологічний об'єкт управління є повністю спостережний та керований. Сформульована задача оптимального управління, що може бути розв'язана відповідними методами.*

*В работе приведены основные принципы наблюдаемости и управляемости технологических объектов управления. Исследуется данный вопрос на примере пастеризационно-охладительной установки молочного производства, которая описывается четырьмя линейными дифференциальными уравнениями. Сделан вывод, что данный технологический объект управления полностью наблюдаемый и управляемый. Сформулирована задача оптимального управления, которая может быть решена соответствующими методами.*

*Basic principles of observable and controllable of technological objects of management are in-process resulted. This question is probed on an example pasteurization-cool settings of suckling production which is described four linear differential equations. A conclusion is done, that information the technological object of management is fully observable and controllable. Formulated task of optimum management which can be untied the proper methods.*

## 1. Вступ

Проблема оптимізації є одною з найважливіших проблем як науки, так і щоденної людської діяльності, адже людині органічно присутнє прагнення до досягнення найкращого (оптимального) результату. Проблема оптимальності актуальна при вирішенні широкого спектру задач теорії управління.

Оптимальне управління може бути отримано в двох видах: у вигляді оптимальної програми і оптимальної стратегії. В першому випадку управління є функцією часу. Оскільки при програмному управлінні система є розімкненою, то неточності в математичній моделі об'єкту управління, неконтрольовані збурення та інші фактори призводять до того, що реальна траєкторія руху може відрізнятись від оптимальної. В другому варіанті, як це має місце при використанні методу динамічного програмування, оптимальне управління задається як функція фазових координат, система управління є замкненою. Таким чином, зберігають всі переваги системи, побудованої за принципом зворотнього зв'язку.

## 2. Методи оптимізації складних систем

Побудова точних рішень в задачах оптимального управління за допомогою математичних методів можлива лише в небагатьох ситуаціях. Основним же підходом до розв'язку реальних задач є наближена чисельна оптимізація.

Метод математичного програмування розв'язку задач оптимального управління — це напрямок, в якому вихідну нескінченновимірну задачу замінюють новою, параметризованою, що відноситься до класу кінцевовимірних задач оптимізації.

Задачу оптимізації необхідно розглядати не як проблему принципової можливості наближеного вирішення, а як проблему фактичної ефективності алгоритму.

Сучасна теорія управління характеризується спрямуванням на оптимізацію складних об'єктів у широкому сенсі з урахуванням багатокритеріальних задач, поєднанням традиційних показників стійкості та якості систем з вимогами енергозбереження, економії ресурсів, особливостями управління в нештатних ситуаціях, прийняття рішень в умовах невизначеності тощо.

Для опису лінійної стаціонарної неперервної системи в модель вводять вектор зовнішніх збурень:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU + D_1W, \\ Y = CX + D_2W \end{cases} \quad (1)$$

де:  $X(t) \in R^n$  — вектор координат стану системи;  $U(t) \in R^m$  — управління (керування);  $Y(t) \in R^p$  — вихід системи;  $W(t) \in R^{m_1}$  — вхідні сигнали (зовнішні збурення) або сигнали завдання. Матриці:  $A \in R^{n \times n}$ ,  $B \in R^{n \times m}$ ,  $D_1 \in R^{n \times m_1}$ ,  $C \in R^{p \times n}$ ,  $D_2 \in R^{p \times m_1}$  також можуть залежати та не залежати від часу  $t$ .

При синтезі систем, в тому числі розрахунку регуляторів, інформацію про стан системи можна отримати за допомогою *спостерігачів*, які аналізують

вектор  $Y(t)$  (вектор вимірювань) і дозволяють отримати наближене значення (оцінку) вектор-функції  $X(t)$ . При цьому деякі координати стану можна виміряти, а деякі є комбінацією вихідних сигналів і їх можна розрахувати.

Математичні моделі в координатах стану (1) дають можливість отримати оцінку таких важливих показників як *спостережність та керованість* системи. Якщо керувати станом системи  $X(t)$  можна зміною вектора  $U(t)$ , та спостерігати її стан вимірюванням вихідного сигналу  $Y(t)$ , то необхідно дати відповідь на два питання:

- чи можна обрати  $U(t)$  так, щоб перевести систему (або об'єкт) з деякого довільного стану  $X_0(t)$  в інший  $X_k(t)$ ?
- чи можна, спостерігаючи вектор виходу  $Y(t)$  протягом тривалого часу, визначити стан системи  $X(t)$ ?

Перед побудовою оптимального керування необхідно впевнитись, чи має об'єкт властивість керованості, тобто чи можливе в принципі переведення даного об'єкту, що має конкретну математичну модель, з одної точки в іншу.

Існує декілька видів керованості, найпоширенішим є поняття повної керованості.

Система, яка описується математичною моделлю (1) є повністю керованою, якщо для будь-якого початкового стану  $X_0(t)$  існує такий сигнал керування  $U(t)$ , який переводить систему в кінцевий стан  $X_k(t)$  за кінцевий відрізок часу  $t_0 \leq t \leq t_k$ . Існує математична умова керованості (умова Р. Калмана): лінійна  $n$ -вимірна система (1) є повністю керованою, коли матриця:

$$N_k = [B; AB; A^2B; \dots; A^{n-1}B] \quad (2)$$

має ранг, який дорівнює порядку системи  $n$ :

$$\text{rank } N_k = n \quad (3)$$

На рис.1 показана структурна схема системи, з якої видно, що вона не повністю керована (сигнал  $X_1$  не з'єднаний з сигналом керування  $U$ ). Для здійснення процесу керування повинна бути інформація про стан системи (об'єкта).

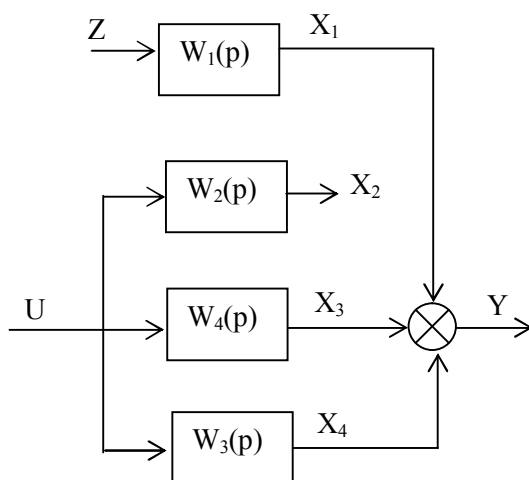


Рис.1. Структурна схема системи

Кількість вимірюваних координат, як правило, менше кількості координат стану.

Система називається повністю спостережною, якщо можливо визначити стан  $X(t)$  за даними вимірювань  $Y(t)$  та  $U(t)$  за кінцевий інтервал часу  $t_0 \leq t \leq t_k$ . Математична умова повної спостережності (умова Р.Калмана) формулюється так: лінійна стаціонарна система (1) є повністю

спостережною, коли матриця:

$$N_c = \left[ C^T; A^T C^T; (A^T)^2 C^T; \dots; (A^{T^{n-1}} C^T) \right] \quad (4)$$

має ранг  $n$ :

$$\text{rank } N_c = n. \quad (5)$$

Система, структурна схема якої показана на рис. 1, є не повністю спостережною (координата  $X_2$  не зв'язана з виходом  $Y$ ).

Також більш сильною формою керованості є *нормалізованість*. Система являється *нормалізованою*, якщо кожна координата вектора управління  $U(t)$  окремо забезпечує керованість. Необхідною та достатньою умовою при цьому є:

$$\text{rank } N_{c_i} = \text{rank} [b_i; Ab_i; \dots; A^{n-1}b_i] = n$$

для всіх  $i=1, 2, \dots, m$ , де  $b_i, i=1, 2, \dots, m$  — стовбці матриці  $B$ .

Відмітимо, що багатовимірна система може бути декомпована на чотири підсистеми: керовану і неспостережну  $S_1$ , керовану і спостережну  $S_2$ , некеровану і неспостережну  $S_3$ , некеровану і спостережну  $S_4$  [1].

Рівняння системи можна записати таким чином:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_a \\ \dot{X}_b \\ \dot{X}_c \\ \dot{X}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ 0 & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ 0 & 0 & A_{33} & A_{34} \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \\ X_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} U \quad (7)$$

$$X_B = [0 \quad C_2 \quad 0 \quad C_4] [X_a \quad X_b \quad X_c \quad X_d] \quad (8)$$

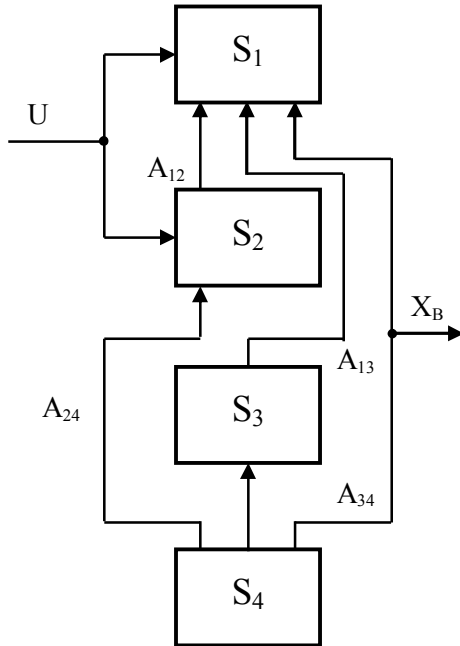


Рис.2. Структурна схема системи, декомпованої на чотири підсистеми.

### 3. Дослідження керованості та спостережності пастеризаційно-охолоджувальної установки

Проведемо дослідження трьохсекційної пластинчатої пастеризаційно-охолоджувальної установки ОПУ-10, математична модель якої у відхиленнях має вигляд:

$$\begin{cases} \frac{dt_{z\delta}}{d\tau} = -0,0136 t_{z\delta} + 0,676 G_n + 0,0136 t_{x\delta}; \\ \frac{dt_{m\delta}}{d\tau} = -0,0123 t_{m\delta} + 0,0066 t_{m\delta} - 0,0414 G_m + 0,0056 t_{z\delta}; \\ \frac{dt_{x\delta}}{d\tau} = -0,0055 t_{x\delta} - 0,0092 t_{z\delta} + 0,0027 t_{m\delta} - 0,00355 G_m; \\ \frac{dt_{m\delta}}{d\tau} = -0,0068 t_{z\delta} + 0,0054 t_{m\delta} - 0,0169 G_m + 0,0013 t_{m\delta}; \end{cases} \quad (9)$$

де  $t_{гв}$  – температура гарячої води,  $t_{мп}$  – температура пастеризації,  $t_{хв}$  – температура холодної води,  $t_{мр}$  – температура молока рекуперації,  $G_n$  – витрата пари,  $G_m$  – витрата молока,  $t_{мх}$  – температура сирого молока.

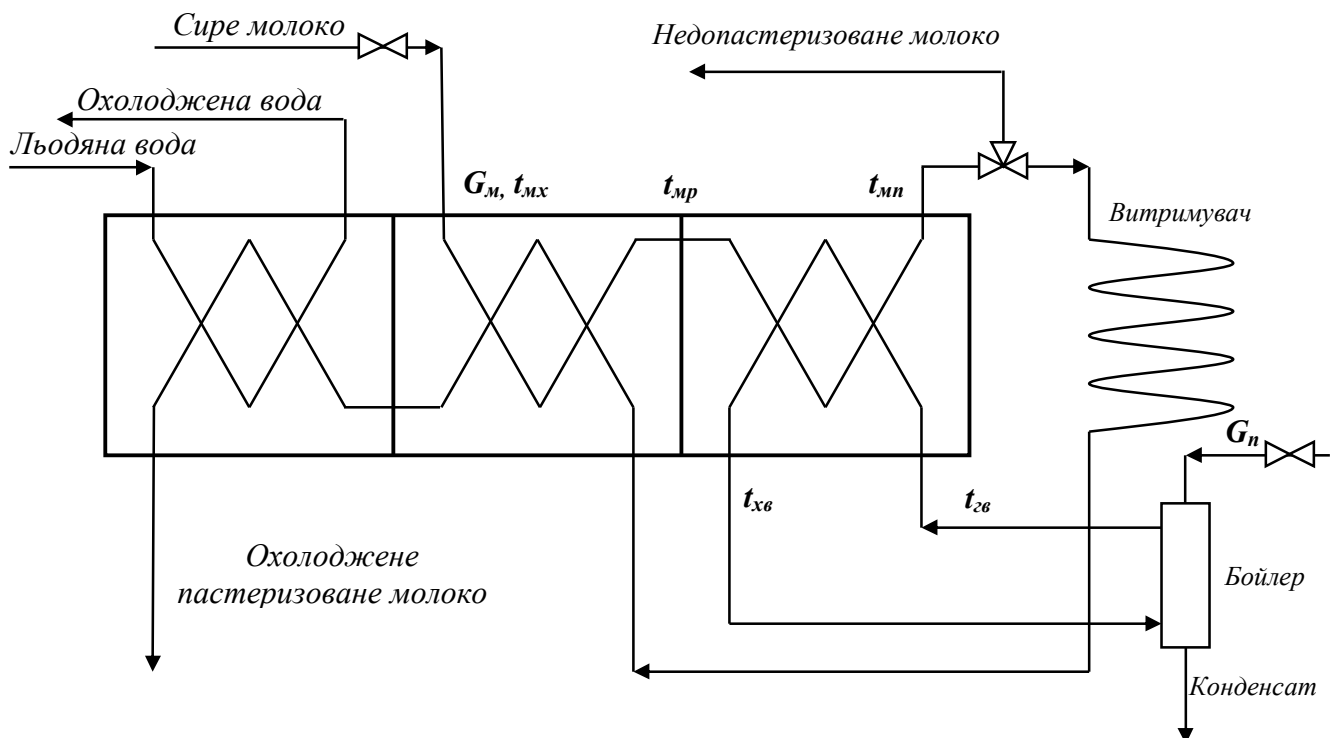


Рис. 3. Трьохсекційна пластинчатая пастеризаційно-охолоджувальна установка.

Сире молоко  $G_m$  з температурою  $t_{мх}$  подається на секцію регенерації пластинчатого теплообмінника, після чого підігріте молоко з температурою  $t_{мр}$  поступає до секції пастеризації. Пастеризація молока здійснюється за допомогою гарячої води з температурою  $t_{гв}$ , що нагрівається в бойлері парою з витратою  $G_n$ . Температура молока на даному етапі за технологією має складати  $t_{мп} = 80^\circ\text{C}$ . У разі, коли температура молока на виході секції нагріву нижче норми (в даному випадку  $+80\pm 2^\circ\text{C}$ ), формується управляючий сигнал на трьохходовий кран з електроприводом, і для запобігання виходу недопастеризованого продукту, молоко знову направляють на пастеризацію (повертають на буферний збірник), на так зване «велике коло». Молоко, підігріте до необхідної температури, подається на витримувач, а далі проходить секцію регенерації та секцію охолодження. На виході з теплообмінника температура молока має становити  $6^\circ\text{C}$ .

Отже, необхідно привести об'єкт у простір змінних стану:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu + Gw, \quad (10)$$

$$y = Cx + Du + Hw,$$

та оцінити спостережність та керованість системи.

З (10) складаємо вектор координат стану, вектор управління та вектор зовнішніх збурень:

$$x = \begin{bmatrix} t_{zg} \\ t_{mn} \\ t_{xg} \\ t_{mp} \end{bmatrix}; \quad u = \begin{bmatrix} G_n \\ G_M \end{bmatrix}; \quad w = [t_{mx}]. \quad (11)$$

Відповідно до (11) згідно з (9) складаємо матриці першого рівняння (10):

$$A = \begin{bmatrix} -0.0136 & 0 & 0.0136 & 0 \\ 0.0056 & -0.0123 & 0 & 0.0066 \\ -0.0092 & 0 & -0.0055 & 0.0027 \\ -0.0068 & 0.0054 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0.676 & 0 \\ 0 & -0.0414 \\ 0 & -0.00355 \\ 0 & -0.0169 \end{bmatrix}; \quad G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.0013 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Нехай вимірюють лише  $t_{zg}$  – температура гарячої води,  $t_{mn}$  – температура пастеризації,  $t_{xg}$  – температура холодної води, то

$$y = \begin{bmatrix} t_{zg} \\ t_{mn} \\ t_{xg} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

тоді матриці другого рівняння мають вигляд:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Визначаємо матрицю керованості об'єкта за (2):

$$N_k = \begin{bmatrix} 0.6760 & 0 & -0.0092 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0414 & 0.0038 & 0.0004 & -0.0001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0036 & -0.0062 & 0 & 0.0001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0169 & -0.0046 & -0.0002 & 0.0001 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Відповідно ранг цієї матриці складає

$$\text{rank } N_k = 4 = n, \quad (16)$$

тобто об'єкт повністю керований.

Визначаємо матрицю спостережності об'єкта за (4):

$$N_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -0.0136 & 0 & 0.0136 & 0 \\ 0.0056 & -0.0123 & 0 & 0.0066 \\ -0.0092 & 0 & -0.0055 & 0.0027 \\ 0.0001 & 0 & -0.0003 & 0 \\ -0.0002 & 0.0002 & 0.0001 & -0.0001 \\ 0.0002 & 0 & -0.0001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Відповідно ранг цієї матриці складає

$$\text{rank } N_c = 4 = n \quad (18)$$

тобто об'єкт повністю спостережний.

Визначимо матриці, що визначають нормалізованість об'єкта:

$$N_{c1} = \begin{bmatrix} 0.0676 & -0.0009 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0004 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0006 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0005 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad N_{c2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0414 & 0.0004 & 0 & 0 \\ -0.0036 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0169 & -0.0002 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Відповідно ранги цих матриць складають:

$$\text{rank } N_{c1} = 4 = n, \quad \text{rank } N_{c2} = 4 = n, \quad (20)$$

тобто об'єкт нормалізований.

#### 4. Постановка задачі оптимального керування

Якщо математична модель об'єкта задовольняє умовам керованості та спостережності (3), (5), то можна переходити до синтезу оптимального керування. Відмітимо, що якщо умови (3), (5) не виконуються, то використовуються методи декомпозиції системи (7), (8).

При синтезі оптимального керування складають критерій оптимальності: для пастеризаційно-охолодженої установки (9) критерій має вигляд:

$$I = \int_0^{\infty} (z^T Q z + u^T R u) d\tau, \quad (21)$$

де  $z = [t_{.m}]$  – вектор стабілізуючих виходів. Формують обмеження, зокрема на вектор управління:

$$u_{\min} \leq u \leq u_{\max}, \quad (22)$$

що визначаються з діаметрів трубопроводів пари та молока.

Постановка задачі оптимального управління формується наступним чином: знайти оптимальне управління  $u^*$  в класі лінійних управлінь  $u = Kx$  для об'єкта, що описується лінійною математичною моделлю (9) при мінімізації критерію (21) та обмеженнях (22).

Після цього використовуючи один з методів синтезу оптимального керування, що викладені, наприклад, в [1, 2, 3] визначають оптимальну стратегію.

#### 5. Висновок

В результаті проведеного дослідження на спостережність та керованість технологічних об'єктів управління на прикладі пастеризаційно-охолоджувальної установки виявлено, що даний об'єкт є повністю керований, тобто для будь-якого початкового стану системи існує такий сигнал керування, що переводить систему в кінцевий стан, та повністю спостережний, тобто можливо визначити стан системи за даними вимірювань та управління за кінцевий відрізок часу. Сформульована задача оптимального управління для пастеризаційно-охолоджувальної установки, що може бути розв'язана відповідними існуючими методами.

## Література

1. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-и тт.; 2-е изд., перераб. и доп. Т.4. Теория оптимизации систем автоматического управления / Под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова. — М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. — 744 с.; ил.
2. Луцька Н.М., Заєць Н.М., Ладанюк А.П. Синтез та порівняння багатовимірних регуляторів для колонної дифузійної установки цукрового заводу // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. . — 2008, № 1 (21). — 138-142 с.
3. Сейдж Э.П., Уайт Ч.С. Оптимальное управление системами: Пер. с англ./ Под. ред. Б.Р. Левина. — М.: Радио и связь, 1982. — 392 с., ил. — (Второе изд.: США, 1979).