Наукові праці НУХТ. Додаток до №12. К.: НУХТ, 2002. С. 35-43.

УДК 66.01:664.01.23

КОЛИВАННЯ В ГЕТЕРОГЕННИХ СИСТЕМАХ

Повідомлення 4

ДИНАМІЧНІ УДАРНІ ХВИЛІ У СТИСКУВАНИХ ДВОФАЗНИХ ПОТОКАХ

О.С. Марценюк, О.О. Дубінін,

Г.О. Тахістова, кандидати техн. наук

Національний університет харчових технологій

Розглянуто нестаціонарний процес, що пов'язаний з ефектом стискування, який спричинює ударні хвилі ("стрибки ущільнення"). Проаналізовано закони змінення основних параметрів потоку: швидкості, щільності, тиску і температури під час утворення ударних (динамічних) хвиль.

Ключові слова: газорідинна система, динамічні ударні хвилі, уповільнений стрибок ущільнення.

КОЛЕБАНИЯ В ГЕТЕРОГЕННЫХ СИСТЕМАХ

Сообщение 4

ДИНАМИЧЕСКИЕ УДАРНЫЕ ВОЛНЫ В СЖИМАЕМЫХ ДВУХФАЗНЫХ ПОТОКАХ

А.С. Марценюк, О.А. Дубинин,

Г.О. Тахистова, кандидаты техн. наук

Национальный университет пищевых технологий, г. Киев

Рассмотрен связанный с эффектом сжатия нестационарный процесс, вызывающий возникновение ударных волн ("скачки уплотнения"). Проанализированы законы изменения основных параметров потока: скорости, плотности, давления и температуры во время прохождения ударных (динамических) волн.

Ключевые слова: газожидкостная система, динамические ударные волны, замедленный скачок уплотнения.

FLUCTUATIONS IN HETEROGENEOUS SYSTEMS

Report 4

DYNAMIC SHOCK WAVES IN TWOPHASE FLOWS

O. Martsenyuk, O. Dubinin,

A. Takhistova, cand. of techn. sciences

National university of food technologies, Kyiv

It was examined an unstationary process bound with compression effect that led to shock waves ("concentration jumps") creation. It was analysed the law of changes of such basic parameters of the flow during shock waves creation as velocity, concentration, pressure and temperature.

Key words: gas-liquid system, dynamic shock waves, retard shock.

Розглянемо найпростіший випадок руху двофазного стискуваного середовища - гомогенний, ізотермічний, стаціонарний горизонтальний потік. Для такого потоку можна знехтувати масовими силами і силами тертя. Запишемо для кожної фази рівняння Ейлера:

$$\rho_1 \upsilon_1 \frac{d\upsilon_1}{dx} = -\frac{dp}{dx} \tag{1.1}$$

$$\rho_2 \upsilon_2 \frac{d\upsilon_2}{dx} = -\frac{dp}{dx} \tag{1.2}$$

Після множення (1.1) і (1.2) відповідно на (1-α) і α і складання цих рівнянь дістанемо:

$$(1-\alpha)\rho_1 \upsilon_1 \frac{d\upsilon_1}{dx} + \alpha \rho_2 \upsilon_2 \frac{d\upsilon_2}{dx} = -\frac{dp}{dx} \tag{1.3}$$

© Марценюк О.С., Дубінін О.О., Тахістова Г.О.

Перетворимо перший добуток лівої частини (1.3)

$$\rho_1 \upsilon_1 \frac{d\upsilon_1}{dx} = \upsilon_1 \frac{d(\rho_1 \upsilon_1)}{dx} - \upsilon_1^2 \frac{d\rho_1}{dx} \tag{1.4}$$

$\dfrac{d\rho_1}{dx}$ представимо у наступному вигляді:

$$\frac{d\rho_1}{dx} = \frac{dp}{dp}\frac{d\rho_1}{dx} = \frac{dp}{dx}\frac{d\rho_1}{dp} = \frac{dp}{dx}\frac{1}{c_1^2} \tag{1.5}$$

З урахуванням (1.5) вираз (1.4) набуває вигляду:

$$\rho_1 \upsilon_1 \frac{d\upsilon_1}{dx} = \nu_1 \frac{d(\rho_1 \upsilon_1)}{dx} - \frac{dp}{dx}\frac{\upsilon_1^2}{c_1^2} \tag{1.6}$$

Аналогічним чином перетворимо вираз

$$\rho_2 \upsilon_2 \frac{d\upsilon_2}{dx} = \nu_2 \frac{d(\rho_2 \upsilon_2)}{dx} - \frac{dp}{dx}\frac{\upsilon_2^2}{c_2^2} \tag{1.7}$$

Підставляючи (1.6) І (1.7) у (1.3) одержимо:

$$(1-\alpha)\upsilon_1 \frac{d(\rho_1 \upsilon_1)}{dx} + \alpha \nu_2 \frac{d(\rho_2 \upsilon_2)}{dx} = \left(\frac{\upsilon_1^2}{c_1^2} + \frac{\upsilon_2^2}{c_2^2} - 1 \right) \frac{dp}{dx} \tag{1.8}$$

Проінтегрувавши (1.8) знаходимо

$$(1-\alpha)\upsilon_1(\rho_1 \upsilon_1) + \alpha \upsilon_2(\rho_2 \upsilon_2) = \left(\frac{\upsilon_1^2}{c_1^2} + \frac{\upsilon_2^2}{c_2^2} - 1 \right) p \tag{1.9}$$

Величина $\rho_1 \nu_1 = G_1$ і $\rho_2 \nu_2 = G_2$ є масовими швидкостями (щільностями потоку) відповідних фаз. Перетворимо (1.9) у такий вигляд

$$\frac{\left[G_1 \frac{(1-\alpha)\upsilon_1}{\alpha \upsilon_2} + G_2 \right] \alpha \upsilon_2}{\rho} = \left(\frac{\upsilon_1^2}{c_1^2} + \frac{\upsilon_2^2}{c_2^2} - 1 \right) \tag{1.10}$$

Якщо знехтувати проковзуванням фаз, що відповідає гомогенній моделі течії, то

$$\frac{(1-\alpha)v_1}{\alpha v_2} \approx 1$$

Величина αv_2 --приведена швидкість руху газової фази j_g (густина об′ємної витрати газової фази).

Відношення $\frac{v_1}{c_1} = M_1$ і $\frac{v_2}{c_2} = M_2$ називається числом Маха для відповідних фаз 1 і 2.

Число Маха є відношенням швидкості руху відповідної фази у даній точці потоку до швидкості звуку у цій же точці цієї фази.

Для гомогенної моделі течії, наприклад для водоповітряної суміші, $\rho_1 c_1^2 >> \rho_2 c_2^2$ і $\rho_1 >> \rho_2$. Перетворимо праву частину (1.10) наступним чином:

$$M_2^2\left(\frac{M_1^2}{M_2^2} + 1 - \frac{1}{M_2^2}\right)$$

Маємо $\frac{1}{M_2^2} = 0$, а квадрат відношення $\frac{M_1^2}{M_2^2} \leq 1$

Таким чином, для гомогенного двохфазного ізотермічного потоку число Маха буде визначатись числом Маха газової фази M_g, квадрат якого дорівнюватиме

$$M_g^2 = \frac{Gj_g}{p} \tag{1.11}$$

де $G=G_1+G_2$ – щільність двохфазного гомогенного потоку.

Число Маха (M_g) є важливою характеристикою для будь-якою течії стисненої рідини, газорідинної суміші або суміші газу з твердими частинками. Розрізняють рух з числом Маха M<1 (дозвуковий), M>1 (надзвуковий) і M=1 (звуковий). З точки зору динаміки руху необхідно розглянути стан потоку, коли число Маха M=1 (звуковий), тобто коли виникає рівність між швидкостями частинок середовища і поширення малих збурень у середовищі. В цьому випадку відбувається різка зміна основних параметрів потоку: швидкості, щільності, тиску і температури. Такий стан носить назву “стрибок ущільнення”, тобто стан утворення ударних (динамічних) хвиль у шарі потоку.

Газорідинна суміш або суміш газу з твердими частинками характеризуються тим, що стисненість газової фази є незмірно більшою ніж рідкої фази або твердих частинок.

Отже, можна припустити, що під час “стрибка ущільнення” у газі відбуваються такі самі зміни, як і при однофазному русі, а частинки рідини або тверді частинки зберігають свої параметри незмінними. Отже, зміна основних параметрів потоку газорідинної суміші або суміші газу і твердих частинок під час “стрибка ущільнення” буде визначатись якісною і кількісною зміною стану газової фази за цей час. Необхідно визначити, що за “стрибком ущільнення” існує зона релаксації, в якій частинки рідини або твердої фази приходять до рівноважного стану з газовою сталою.

Розглянемо баротропний, адіабатичний рух ідеальної газової фази. Введемо типову функцію ентальпію

$$h = C_p T \tag{1.12}$$

Наведемо основну термодинамічну формулу

$$C_p - C_v = R \tag{1.13}$$

де c_p—коефіцієнт теплоємності газу при сталому тиску, c_v—коефіцієнт теплоємності газу при сталому об′ємі, R—газова стала, T—абсолютна температура потоку газової фази.

Відношення

$$C_p / C_v = k \tag{1.14}$$

де K показник адіабати.

Перетворимо(1.13) з урахуванням (1.14) до вигляду

$$C_p / \mathrm{R} = \frac{k}{k-1} \tag{1.15}$$

Запишемо основні гідродинамічні рівняння горизонтального потоку газової фази для “стрибка ущільнення” без урахування масових сил.

1. Рівняння збереження маси

$$\rho_{g_1} \upsilon_{g_1} = \rho_{g_2} \upsilon_{g_2} \tag{1.16}$$

2. Рівняння збереження кількості руху

$$\rho_{g_1} + \rho_{g_1} \upsilon_{g_1}^2 = \rho_{g_2} + \rho_{g_2} \upsilon_{g_2}^2 \tag{1.17}$$

3.Рівняння збереження повної ентальпії

$$\mathrm{h}_1 + \frac{\upsilon_{g_1}^2}{2} = \mathrm{h}_2 + \frac{\upsilon_{g_2}^2}{2} \tag{1.18}$$

Перетворимо (1.18) з урахуванням (1.12).

Маємо
$$C_p\,\mathrm{T}+\frac{\upsilon_{\mathrm{g}}^2}{2}=const \qquad (1.19)$$

Величину C_pT, з урахуванням (4.17) можна подати у вигляді

$$C_p\,\mathrm{T}=\frac{C_p\,\mathrm{pT}\,k\,\mathrm{R}}{k\,\mathrm{R}}=\frac{c_{\mathrm{g}}^2}{k-1} \qquad (1.20)$$

Отже, (1.19) приймає вигляд

$$\frac{\upsilon_{\mathrm{g}}^2}{2}+\frac{c_{\mathrm{g}}^2}{k-1}=const \qquad (1.21)$$

Охарактеризуємо критичний стан гомогенного потоку—“стрибок ущільнення” швидкісним коефіцієнтом λ—відношення швидкості потоку газової фази υ_g у даній точці до критичної швидкості поширення динамічних хвиль C_{ch} однаковій для всього потоку, тобто в чисто гомогенному середовищі

$$\upsilon_{\mathrm{g}}\big/c_{\mathrm{ch}}=\lambda \qquad (1.22)$$

Визначимо константу у (1.20) для “стрибка ущільнення”. Маємо наступні умови

$$c_{\mathrm{g}}=c_{\mathrm{ch}}\,,\ \upsilon=c_{\mathrm{ch}}$$

Отримуємо
$$\frac{\upsilon_{\mathrm{g}}^2}{2}+\frac{c_{\mathrm{g}}^2}{k-1}=\frac{k+1}{2(k-1)}-c_{\mathrm{ch}}^2 \qquad (1.23)$$

Поділивши (1.22) на $\upsilon_{\mathrm{g}}^2\big/2$ одержуємо співвідношення між числом Маха M_g і швидкісним коефіцієнтом λ

$$\frac{1}{\lambda^2}=\frac{k-1}{k+1}+\frac{2}{k-1}\frac{1}{\mathrm{M}_g^2}\,,\ \text{або}\qquad \lambda=\sqrt{\frac{k+1}{2}}\frac{\mathrm{M}_g}{\sqrt{1+\frac{k-1}{2}\mathrm{M}_g^2}} \qquad (1.24)$$

З/ясуємо співвідношення між швидкостями υ_{g_1} i υ_{g_2} до і після “стрибка ущільнення”. Розглянувши систему рівнянь (8.16) і (8.17) знаходимо

$$\upsilon_{\mathrm{g}_1}-\upsilon_{\mathrm{g}_2}=\frac{\mathrm{p}_2}{\rho_2\,\upsilon_{\mathrm{g}_2}}-\frac{\mathrm{p}_1}{\rho_1\,\upsilon_{\mathrm{g}_1}} \qquad (1.25)$$

З урахуванням (4.16) з (1.23) маємо наступні співвідношення до і після “стрибка ущільнення”

$$\frac{c_{g_1}^2}{k-1} = \frac{k}{k-1}\frac{P_1}{\rho_1} = \frac{k+1}{2(k-1)}c_{ch}^2 - \frac{\upsilon_{g_1}^2}{2} \tag{1.26}$$

$$\frac{c_{g_2}^2}{k-1} = \frac{k}{k-1}\frac{P_2}{\rho_2} = \frac{k+1}{2(k-1)}c_{ch}^2 - \frac{\upsilon_{g_2}^2}{2}$$

Визначивши з (1.26) відношення p_1/ρ_1 та p_2/ρ_2 і підставивши їх значення у (1.25), одержуємо рівність

$$\frac{k+1}{k}\left(\upsilon_{g_1} - \upsilon_{g_2}\right)\left(1 - \frac{c_{ch}^2}{\upsilon_{g_1}\upsilon_{g_2}}\right) = 0 \tag{1.27}$$

Рівність має місце коли $\upsilon_{g_1} \neq \upsilon_{g_2}$, але $\frac{c_{ch}^2}{\upsilon_{g_1}\upsilon_{g_2}} = 1$, тобто

$$\lambda_1 \lambda_2 = 1 \tag{1.28}$$

За допомогою (8.27) можна визначити всі гідродинамічні параметри газової фази після “стрибка ущільнення”.

Згідно (1.23) і (1.27) для чисел Маха маємо

$$\frac{k+1}{2}\frac{M_{g_1}}{\sqrt{1+\frac{k-1}{2}M_{g_1}^2}}\frac{M_{g_2}}{\sqrt{1+\frac{k-1}{2}M_{g_2}^2}} = 1 \tag{1.29}$$

Розв’язавши (1.28) відносно Mg$_2$ визначаємо

$$M_{g_2} = \sqrt{\frac{1+\frac{k-1}{2}M_{g_1}^2}{kM_1^2 - \frac{k-1}{2}}} \tag{1.30}$$

Визначимо відносну зміну тиску, щільності і температури. Маємо

$$\frac{\Delta P}{P_1} = \frac{P_2 - P_1}{P_1} \quad ; \qquad \frac{\Delta\rho}{\rho_{g_1}} = \frac{\rho_{g_2} - \rho_{g_1}}{\rho_{g_1}} \quad ; \qquad \frac{\Delta T}{T_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} \tag{1.31}$$

Згідно (1.16) і (1.17) одержуємо

$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} = \frac{\rho_{g_1} \upsilon_{g_1}^2 + \rho_{g_2} \upsilon_{g_2}^2}{P_1} = \frac{\rho_{g_1} \upsilon_{g_1}^2}{P_1}\left(1 - \frac{\upsilon_{g_2}}{\upsilon_{g_1}}\right) =$$

$$= \frac{k\upsilon_{g_1}^2}{k\, P_1 / \rho_{g_1}}\left(1 - \frac{\upsilon_{g_1}\upsilon_{g_2}}{\upsilon_{g_1}^2}\right) = k\frac{\upsilon_{g_1}^2}{c_{g_1}^2}\left(1 - \frac{\upsilon_{g_1}\upsilon_{g_2}}{\upsilon_{g_1}^2}\right) = k\,\mathrm{M}_{g_1}^2\left(1 - \frac{1}{\lambda_1^2}\right) \qquad (1.32)$$

З урахуванням (1.24) знаходимо

$$\frac{P_2}{P_1} = 1 + \frac{2k}{(k+1)}\left(\mathrm{M}_{g_1}^2 - 1\right) \qquad (1.33)$$

Рівняння (1.29) можна подати в іншій формі змінивши математичні дії під час його виведення.

$$P_2 - P_1 = \frac{2k}{k-1}\left(\rho_{g_1}\right)\upsilon_{g_1}^2\left(1 - \frac{1}{\mathrm{M}_{g_1}^2}\right) \qquad (1.34)$$

Аналогічно перетворимо (1.27) для щільності ρ_g .Згідно (1.16) і (1.17) маємо

$$\frac{\rho_{g_2} - \rho_{g_1}}{\rho_{g_1}} = \frac{\upsilon_{g_1}}{\upsilon_{g_2}} - 1 = \frac{\upsilon_{g_1}^2}{\upsilon_{g_2}\upsilon_{g_1}} - 1 = \frac{\upsilon_{g_1}^2}{c_{ch}^2} - 1 = \lambda_1^2 - 1 \qquad (1.35)$$

Вираз (8.31) можна подати в такому вигляді

$$\frac{\rho_{g_2}}{\rho_{g_1}} = \lambda_1^2 \qquad (1.36)$$

З урахуванням (1.24) маємо

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_{g_1}} = \frac{\mathrm{M}_{g_1}^2 - 1}{1 + \frac{k-1}{2}\mathrm{M}_{g_1}^2} \qquad (1.37)$$

$$\frac{\rho_{g_2}}{\rho_{g_1}} = \frac{\frac{k+1}{2}\mathrm{M}_{g_1}^2}{1 + \frac{k-1}{2}\mathrm{M}_{g_1}^2} \qquad (1.38)$$

Для визначення зміни температури використовуємо (1.18). Маємо

$$\frac{\Delta T}{T_1} = \frac{h_2 - h_1}{h} = \frac{\upsilon_{g_1}^2 - \upsilon_{g_2}^2}{2c_p T_1} = \frac{\upsilon_{g_1}^2}{2\frac{c_p}{kR}kRT_1}\left(1 - \frac{\upsilon_{g_2}^2}{\upsilon_{g_1}^2}\right)$$

З урахуванням (1.17) і (1.20) отримуємо

$$\frac{\Delta T}{T_1} = \frac{k-1}{2} M_{g_1}^2 \left(1 - \frac{\upsilon_{g_2}^2 \upsilon_{g_1}^2}{\upsilon_{g_1}^4}\right) = \frac{k-1}{2} M_{g_1}^2 \left(1 - \frac{1}{\lambda_1^4}\right) \qquad (1.39)$$

Замінюючи в (1.35) λ_1 через M_{g_1} одержуємо

$$\frac{\Delta T}{T_1} = \frac{2(k-1)}{(k+1)^2 M_{g_1}^2}\left(M_{g_1}^2 - 1\right)\left(1 + k M_{g_1}^2\right) \qquad (1.40)$$

Рівняння (1.36) можна подати, після перетворень, у такому вигляді

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{2(k-1)}{(k+1)^2 M_{g_1}^2}\left(M_{g_1}^2 - 1\right)\left(1 + k M_{g_1}^2\right) \qquad (1.41)$$

Розглянемо систему рівнянь (1.16) і (1.17).Сумісне рішення їх дає вираз

$$(\rho_2 - \rho_1)\frac{1}{\rho_{g_1} \upsilon_{g_1}^2} = \left(1 - \frac{\upsilon_{g_2}}{\upsilon_{g_1}}\right) \qquad (1.42)$$

З урахуванням (4.17) і (1.29) одержуємо

$$\frac{2}{k+1}\left(M_{g_1}^2 - 1\right) \Big/ M_{g_1}^2 = 1 - \frac{\upsilon_{g_2}}{\upsilon_{g_1}} \qquad (1.43)$$

або остаточно

$$\frac{\upsilon_{g_2}}{\upsilon_{g_1}} = 1 - \frac{2}{k+1}\left(1 - \frac{1}{M_{g_1}^2}\right) \qquad (1.44)$$

Для газорідинної суміші, коли має місце течія двох фаз без проковзування, можна вважати, що $\upsilon_{g_1} = \upsilon_1$.Тоді рівняння (1.41) набуває остаточного вигляду

$$\frac{\upsilon_{g_2}}{\upsilon_1} = 1 - \frac{2}{k+1}\left(1 - \frac{1}{M_{g_1}^2}\right) \qquad (1.45)$$

Слід зауважити, що числа Маха в потоці газорідинної суміші або газу з твердими частинками повинні визначатись за швидкістю розповсюдження пружних хвиль у гомогенному середовищі c_{ch} або у чистому газі c_g.Тому потік газорідинної суміші або газу з твердими частинками буде характеризуватись двома модифікаціями чисел Маха.

1.Число Маха для газової фази $\mathrm{M_g} = \dfrac{\upsilon}{c_{\mathrm{g}}}$

2.Еквівалентним числом Маха для двохфазного потоку $\mathrm{M}^{(e)} = \dfrac{\upsilon}{c_{ch}}$

Якщо $\mathrm{M}^{(e)} > 1$, але $M_g<1$ у стрибку ущільнення відбувається досить повільна зміна параметрів, яка відповідає формулам (1.29), (1.34), (1.37), (1.42). Причому у ці формули входить число Маха $\mathrm{M}^{(e)}$.

Наприклад, зміна температури і швидкості уповільненому стрибку ущільнення двохфазного потоку відбувається плавно від початку до кінцевого стану саморегулювання (рис.1).

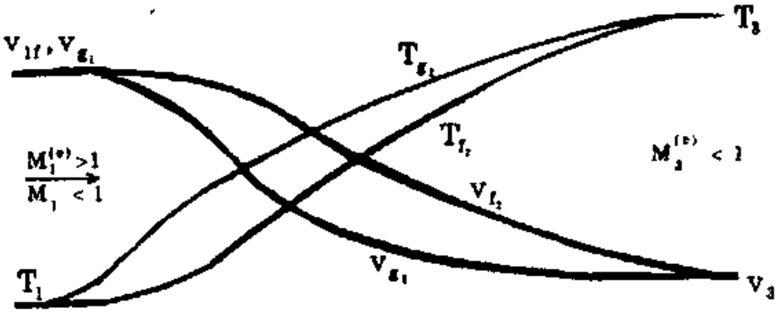

Рис. 1. Схема змінення температури і швидкості в уповільненому "стрибку ущільнення" двофазного потоку

Причому зміна параметрів газу і рідини або твердих частинок у зоні стрибка відбувається не по однаковим неперервним кривим. Але за стрибком після деякого часу параметри у потоці стають однаковими для усіх фаз.

Коли $M_g>1$ відбувається сильний стрибок ущільнення. В цьому випадку газ потерпає такі самі зміни як і в однофазній течії. За "стрибком ущільнення" існує зона релаксації, де частинки рідини або тверді частинки поступово приходять у стан рівноваги з газом.

У кожному випадку кінцевий стан визначається теорією гомогенної течії.

На рис.2 подана схема "сильного стрибка ущільнення" для двохфазного потоку.

Умови перед стрибком позначені індексом 1; за стрибком—індексом 2; у кінцевому стані—індекс 3.

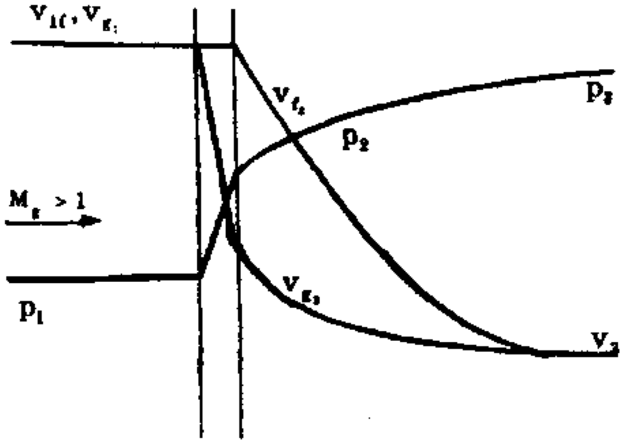

Рис. 2. Схема змінення тиску і швидкості в сильному "стрибку ущільнення" двофазного потоку

У зоні релаксації за "стрибком ущільнення" параметри змінюються неперервно, причому сили опору і теплообмін між частинками і газом визначають швидкість наближення системи до рівноважного стану.

Дослідимо стрибок ущільнення, який переміщується зі швидкістю 70 м/с і має наступні параметри:

P=1,05ата=105000 Па; t^o=24°C; α=0.3. Які параметри потоку водоповітряної суміші за стрибком ущільнення?

Визначимо густини складових водоповітряної суміші. Для температури t^o=24°

Густина ρ_f води дорівнює $\rho_f = 996\ \text{кг}/\text{м}^3$.

Густину повітря для параметрів суміші визначимо за формулою термодинаміки:

$$\rho_g = \rho_{g_0} \frac{p}{p_0} \frac{T_0}{T} \tag{1.46}$$

Для t_0=20°C, p_0=1ат і T_0=293°C маємо $\rho_{g_0} = 1{,}206\ \text{кг}/\text{м}^3$ і згідно (1.43) густина повітря

$$\rho_{g_0} = 1{,}206 \frac{1{,}05}{1} \frac{273}{297} = 1{,}164$$

Для адіабатичного розповсюдження динамічних хвиль у двохатомному газі (K=1.4) з (4.16) отримуємо

$$c_g = \sqrt{k \frac{P}{\rho_g}} = \sqrt{1{,}4 \frac{10500}{1{,}164}} = 355{,}4\ \frac{м}{с}$$

Швидкість розповсюдження динамічних хвиль в водоповітряній суміші згідно (5.16) складатиме

$$c_{\mathrm{ch}} = \left(\frac{c_{\mathrm{g}}^2 \rho_{\mathrm{g}}}{\rho_{\mathrm{f}} \alpha (1-\alpha)} \right)^{1/2} = \left(\frac{355{,}4^2 \cdot 1{,}164}{996 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7} \right)^{0,5} = 26{,}51 \ \text{м}/c$$

Динамічні хвилі у стрибку ущільнення рухаються зі швидкістю $\mathrm{U} = \mathrm{V}_0 + \mathrm{C}_{\mathrm{ch}}$ отже маємо $\mathrm{V}_0 = \mathrm{U} - \mathrm{C}_{\mathrm{ch}} = 70 - 26{,}24 = 43{,}76 \ \text{м}/c$ Таким чином, потік водоповітряної суміші до стрибка ущільнення буде характеризуватись наступним числами Маха:

еквівалентне число Маха в гомогенному потоці

$$\mathrm{M}_1^{(\mathrm{e})} = \frac{\mathrm{V}_0}{\mathrm{C}_{\mathrm{ch}}} = \frac{43{,}76}{26{,}24} = 1{,}66 > 1$$

число Маха для потоку чистого газу

$$\mathrm{M}_{\mathrm{g}_1} = \frac{\mathrm{V}_0}{\mathrm{C}_{\mathrm{g}}} = \frac{43{,}76}{352{,}9} = 0{,}124 < 1$$

Отже маємо уповільнений стрибок ущільнення, який характеризується еквівалентним число Маха $M_1^e = 1{,}66 \succ 1$.

Згідно (1.29) тиск у потоці водоповітряної суміші після стрибка ущільнення складатиме

$$\mathrm{P}_2 = \mathrm{P}_1 \left[1 + \frac{2k}{k+1} \left(\mathrm{M}_1^2 - 1 \right) \right] = 1{,}05 \left[1 + \frac{2 \cdot 1{,}4}{1{,}4+1} \left(1{,}56^2 - 1 \right) \right] = 3{,}2 \,\text{ат}$$

Густина повітря буде дорівнювати (1.34)

$$\rho_{\text{п}_2} = \rho_{\text{п}_1} \left[\frac{\frac{k+1}{2} \mathrm{M}_1^2}{1 + \frac{k-1}{2} \mathrm{M}_1^2} \right] = 1{,}116 \left[\frac{\frac{1{,}4+1}{2} 1{,}66^2}{1 + \frac{1{,}4-1}{2} 1{,}66^2} \right] = 2{,}37 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Температура суміші стане (1.37)

$$\mathrm{T}_2 = \mathrm{T}_1 \left\{ 1 + \frac{2(k-1)}{(k+1)^2 \left(\mathrm{M}_1^e \right)^2} \left[\left(\mathrm{M}_1^e \right)^2 - 1 \right] \left[1 + k \left(\mathrm{M}_1^e \right)^2 \right] \right\} =$$

$$= 24 \left[1 + \frac{2(1{,}4-1)}{(1{,}4+1)^2 \cdot 1{,}66^2} \left(1{,}66^2 - 1 \right) \left(1 + 1{,}4 \cdot 1{,}66^2 \right) \right] = 34{,}29^0 c.$$

Швидкість повітряної фази складатиме (1.42)

$$V_{g_2} = V_1\left[1-\frac{2}{k+1}\left(1-\frac{1}{\left(M_1^e\right)^2}\right)\right] = 43{,}76\left[1-\frac{2}{1.4+1}\left(1-\frac{1}{1.66^2}\right)\right] = 20{,}55\frac{м}{с}$$

Таким чином, за стрибком ущільнення в потоці двохфазного середовища спостерігається збільшення тиску, густини та температури і зниження швидкості.

Висновки. Проведені аналітичні дослідження показують, що у стискуваних двофазних потоках виникають динамічні ударні хвилі, коли число Маха газової фази дорівнює одиниці або перевищує її. У цьому разі різко змінюються основні параметри потоку: швидкість, щільність, тиск і температура. Під час переходу через фронт «стрибки ущільнення» газова фаза підкоряється звичайним рівнянням газодинаміки, а частинки рідкої або твердої фаз зберігають свої параметри. Після «стрибка ущільнення» існує зона релаксації, де усі параметри двофазного потоку вирівнюються за новими параметрами газової фази.

Отже, штучне створення «стрибків ущільнення» у двохфазних потоках гетерогенних систем, які мають місце у різних технологічних апаратах дає змогу інтенсифікувати процеси тепло і масообміну, а також регулювати гідродинамічний режим роботи у цих апаратах.

ЛІТЕРАТУРА

1. Вейнгарден Л.В. Одномерные течения жидкостей с пузырьками газа. Реология суспензий: Сб. статей. – М.: Мир, 1975.

2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. – М.: Гос. изд-во, технико-теоретической лит-ры, 1954.

3. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука. Глав. ред. физ.-мат. лит-ры, 1987.

4. Уоллис Г. Одномерные двухфазные течения. – М.: Мир, 1972.