

Листопад Володимир

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ МАТРИЧНОЇ АЛГЕБРИ ЗАСОБАМИ КТ

Операції з матрицями (додавання, віднімання, множення, піднесення до степеня, знаходження оберненої матриці, транспонування тощо) або їх елементами є достатньо громіздкими та довготривалими в часі. У процесі обчислення добутків матриць та знаходження оберненої матриці до даної велика вірогідність допустити помилку. На практичному занятті по темі «Дії з матрицями та обчислення оберненої матриці» вдається розв'язати максимально 2-3 приклади. Якщо під час вивчення цієї теми скористатися комп'ютерною підтримкою, то кількість виконаних завдань зросте в кілька разів. Для роботи кожний викладач обирає програму (для комп'ютерної підтримки), яка є в наявності, або ту, з якою здобувачі освіти знайомились на практичних/лабораторних заняттях з інформатики раніше.

Мета доповіді – ознайомити викладачів і студентів із способом знаходження оберненої матриці, використовуючи програму Ms Excel

Приклад 1. Знайти обернену матрицю до матриці

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -6 \end{pmatrix}$$

Кожну довільну неvierоджену матрицю A з допомогою елементарних перетворень можна звести до одиничної матриці E . Занесемо матрицю в таблицю Ms Excel (таблиця 1). У таблиці для кожного елемента матриці створюємо формули переходу від матриці A до одиничної матриці E .

У зафарбованих клітинках помічено розв'язні елементи для кожного кроку переходу.

Для переходу до наступної таблиці користуємося правилом прямокутника (Жорданові виключення) з обов'язковою фіксацією (клавiша F4) у створюваній формулі елементів розв'язного стовпця. Детальне пояснення кроків розглядається нами у роботі, присвяченій розв'язуванню систем лінійних рівнянь [1].

Таблиця 1

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Обчислення оберненої матриці за методом							
2	Жордана-Гауса							
3	A				E			
4	1	2	3	4	1	0	0	0
5	2	3	1	2	0	1	0	0
6	1	1	1	-1	0	0	1	0
7	1	0	-2	-6	0	0	0	1
8								
9	1	2	3	4	1	0	0	0
10	0	-1	-5	-6	-2	1	0	0
11	0	1	2	5	1	0	-1	0
12	0	2	5	10	1	0	0	-1
13								
14	1	0	-7	-8	-3	2	0	0
15	0	1	5	6	2	-1	0	0
16	0	0	-3	-1	-1	1	-1	0
17	0	0	-5	-2	-3	2	0	-1
18								
19	1	0	0	-5 2/3	- 2/3	- 1/3	2 1/3	0
20	0	1	0	4 1/3	1/3	2/3	-1 2/3	0
21	0	0	1	1/3	1/3	- 1/3	1/3	0
22	0	0	0	- 1/3	-1 1/3	1/3	1 2/3	-1
23								
24	1	0	0	0	22	-6	-26	17
25	0	1	0	0	-17	5	20	-13
26	0	0	1	0	-1	0	2	-1
27	0	0	0	1	4	-1	-5	3
28			E			A⁻¹		

Перевірку можна виконати користуючись функцією МУМНОЖ.

Такий результат також отримаємо, якщо елементарні перетворення будемо виконувати над стовпцями (Жорданові виключення по вертикалі), тобто матрицю E розташовують під матрицею A , тоді

$$\begin{bmatrix} A \\ E \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} E \\ A^{-1} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Приклад 2. Знайти обернену матрицю до даної.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Виконуємо такі кроки як у прикладі 1. Матрицю заносимо у таблицю 2 і виконуємо відповідні перетворення.

Таблиця 2

	A	B	C	D	E	F	G
1	Обчислення оберненої матриці по вертикалі						
2	методом Жордана-Гауса						
3	A				Крок 1		
4	1	-1	-2		1	0	0
5	2	-1	-1		2	1	3
6	-1	3	2		-1	2	0
7	1	0	0		1	1	2
8	0	1	0		0	1	0
9	0	0	1		0	0	1
10	E				Крок 3 E		
11	Крок 2				1	0	0
12	1	0	0		0	1	0
13	0	1	0		0	0	1
14	-5	2	-6		-1/6	2/3	1/6
15	-1	1	-1		1/2	0	1/2
16	-2	1	-3		-5/6	1/3	-1/6
17	0	0	1				
18						A ⁻¹	

Отже, за три кроки ми знайшли обернену матрицю.

Запропонований спосіб знаходження оберненої матриці має суттєві переваги над традиційним способом (обчислення алгебраїчних доповнень всіх елементів матриці та їх транспонування): процес розв'язання займає лічені хвилини в порівнянні з підрахунком вручну; паралельно добре засвоюється теоретичний матеріал, виробляються навички реалізації алгоритмічних процедур; формується вміння добирати ефективний метод для розв'язування поставленої задачі. Для викладача з'являється можливість за досить короткий час скласти систему контрольних завдань для проведення тематичного та підсумкового контролю.

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Листопад В.В. Розв'язування систем лінійних рівнянь з комп'ютерною підтримкою. Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання. – Київ: Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2020. – № 22 (29). С. 82 – 88.