

Семенишина І.В., Ткачук А. М.
Подільський державний аграрно-технічний університет
Національний університет харчових технологій
ira_semenishina@mail.ru, tkachukam@ukr.net
Асимптотична еквівалентність імпульсних систем

Розглядаються системи диференціальних рівнянь з імпульсною дією вигляду

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(t, x), \quad t \neq \tau_k(x) \\ \Delta x \Big|_{t=\tau_k(x)} &= h_k(x) \end{aligned} \quad (1)$$

та

$$\begin{aligned} \dot{y} &= g(t, x), \quad t \neq \tau_k(x) \\ \Delta y \Big|_{t=\tau_k(x)} &= \psi_k(x) \end{aligned} \quad (2)$$

тут $t = \tau_k(x)$, $k = 1, 2, \dots$ – гіперповерхні, на яких відбувається імпульсна дія.

Будемо вважати, що всі розв'язки систем (1) та (2) необмежено продовжувані вправо.

Означення. Скажемо, що системи (1) і (2) асимптотично еквівалентні при $t \rightarrow \infty$, якщо між їх розв'язками можна встановити взаємно однозначну відповідність подібності таку, що для відповідних розв'язків $x(t)$ та $y(t)$ систем (1) і (2) виконується граничне співвідношення

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t) - y(t)\| = 0. \quad (3)$$

Розглянемо наступні імпульсні системи

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= Ax, \quad t \neq \tau_k \\ \Delta x \Big|_{t=\tau_k} &= Bx, \end{aligned} \quad (4)$$

де A, B – $(n \times m)$ -матриці, τ_k – числова послідовність на R^1 така, що $\tau_k \rightarrow -\infty$ при $k \rightarrow -\infty$ і $\tau_k \rightarrow +\infty$ при $k \rightarrow \infty$ та

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= Ay + f(t, y), \quad t \neq \tau_k(x) \\ \Delta y \Big|_{t=\tau_k} &= By + J_k(y), \end{aligned} \quad (5)$$

$$J_k : R^n \rightarrow R^n.$$

Теорема. Нехай виконано наступні умови:

- 1) дійсні частини власних чисел матриці A недодатні, а власним числам з нульовою дійсною частиною відповідають одномірні жорданові клітини;
 - 2) $AB = BA$;
 - 3) $\|E - B\| \leq 1$;
 - 4) існує невід'ємна функція $K(\tau) \in L_1(0; \infty)$ така, що $\|f(t, y)\| \leq K(t)\|y\|$ для довільних $t \geq 0, y \in R^n$;
 - 5) існує $\{D_k, k \geq 1\}$ – невід'ємна послідовність чисел така, що $\|J_k(y)\| \leq D_k\|y\|$ для довільних $y \in R^n$ і $\sum_{k=1}^{\infty} D_k < \infty$;
 - 6) f – ліпшицева по y та неперервна за сукупністю змінних при $t \geq 0, x \in R^n$.
- Тоді системи (4) та (5) асимптотично еквівалентні.