

ВИКОРИСТАННЯ ГРАВИТАЦІЙНИХ МОДЕЛЕЙ В ЕКОНОМІЧНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ

Здійснено історичний огляд розвитку відомих гравітаційних моделей, які майже століття використовуються для дослідження різноманітних соціально-економічних процесів. Проведено аналіз деяких гравітаційних моделей та висвітлено основні недоліки їх використання.

Ключові слова: гравітаційна модель, потенціал ринку збуту, демографічний потенціал, закон гравітації ринкової роздрібної торгівлі, карти ринкових та демографічних потенціалів.

О.А. Железняк, Л.М. Олещенко

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГРАВИТАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Осуществлен исторический обзор развития известных гравитационных моделей, которые около века используются для исследования разнообразных социально-экономических процессов. Проведен анализ некоторых гравитационных моделей и отражены основные недостатки их использования.

Ключевые слова: гравитационная модель, потенциал рынка сбыта, демографический потенциал, закон гравитации рыночной розничной торговли, карты рыночных и демографических потенциалов.

О.О. Zheleznyak, L.M. Oleshchenko

USAGE OF GRAVITY MODELS IN ECONOMIC RESEARCHES

The author carried out historical review of development of famous gravity models which have been used for research of various social and economic processes for almost a century. The analysis of some gravity models was also conducted and basic lacks of their usage were analyzed.

Keywords: gravity model, potential of market of sale, demographic potential, law of market retail gravitation, maps of market and demographic potentials.

Форм. 16. Літ.

Постановка проблеми. Одним із сучасних напрямків економічних досліджень є гравітаційне моделювання у просторі та часі взаємодіючих елементів соціально-економічної системи. Як універсальне соціальне явище, просторову взаємодію (міграцію населення, потік товарів, грошей, інформації, пасажирів тощо) вивчали економісти, демографи, географи та соціологи. Гравітаційні моделі, відомі до сьогодні, переважно відображали величину взаємодії у певний момент часу. Для того, щоб описувати динамічні властивості соціально-економічних систем, необхідно враховувати зміни внутрішнього і зовнішнього середовища. Розвиток і вдосконалення гравітаційних моделей соціально-економічних процесів є актуальною проблемою, оскільки спрямоване на адекватне відображення та прогнозування просторових взаємодій в соціально-економічних системах.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. На даний час відома велика кількість робіт (переважно зарубіжних авторів), присвячених розробці та використанню гравітаційних моделей в економічних дослідженнях різноманітних соціально-економічних систем. Гравітаційну модель використовували зарубіжні та вітчизняні економісти: 1) у дослідженнях торгівельних взаємодій (Д. Андерсон, Д. Бергштранд, Е. ван Вінкуп, Н. Гончаренко, Д. Ітон, Н. Колесникова, С. Кортум, П. Кругман, С. Кульпінський, В. Леонтєв, Ю. Макогон, В. Московкін, А. Нестерова,

Ю. Подвисоцький, Н. Рилач, А. Роуз, С. Рудольф, А. Страут, Г. Тейл, Д. Тінберген, О. Ткачук, Т. Токарчук, Е. Хелпман, З. Щербата та інші); 2) для аналізу ринкового та демографічного потенціалу території, визначення меж ринкових зон (М. Біркін, Ш. Ібатулін, П. Конверс, Д. Рей, У. Рейлі, Дж. Стюарт, Х. Уільямс, Ф. Фуолджер, Ч. Харріс, П. Черномаз та інші); 3) для аналізу міграційних взаємодій (М. Андрєєв, А. Голіков, Е. Равенстейн, С. Стауфер, та інші); 4) при вивченні туристично-рекреаційних взаємодій (Т. Вар, Я. Виклюк, П. Вількінсон, Р. Вольф, К. Герінг, О. Гладкий, В. Євдокименко, М. Клаусон, Л. Крамптон, С. Ляхов, М. Саранча, У. Сворт, Б. Томпсон, Н. Юхименко); 5) у дослідженнях транспортно-пасажирських взаємодій (Д. Буканов, А. Буслаєв, А. Вільсон, М. Кристопчук та інші).

Мета статті полягає у дослідженні еволюції використання гравітаційних моделей соціально-економічних процесів, висвітленню та аналізу сучасного застосування таких моделей для описання динамічних процесів.

Основні результати дослідження. Ідеї розробки гравітаційних моделей у сфері економіки належать зарубіжним ученим. У 1858 р. американський соціолог **Ф. Керрі** [1] виявив наявність аналогії гравітаційної взаємодії в суспільних явищах. Уперше запропонував використовувати гравітаційну модель в економічних дослідженнях німецький (і австрійський) економіст, соціолог, професор політекономії, міністр торгівлі Австрії (1871) А. Шафле [2]. У своїй теорії розміщення промисловості він стверджував, що промисловість розвивається переважно у великих містах або поблизу них. Великі міста притягають до себе промислові підприємства, сила їх тяжіння обернено пропорційна квадрату відстані між ними. Локалізація промисловості посилюється пропорційно кількості міського населення і обернено пропорційно відстані до ринків збуту і щільності розміщення великих міст. Існуючі відхилення від моделі розміщення автор приписував зосередженню промислових підприємств біля джерел економічних ресурсів (сировини, палива, трудових та фінансових потоків).

Пізніше, у 1885 р. Е. Равенстейн [3] (США) виявив гравітаційну силу у міграційних взаємодіях між різними регіонами. Цю ідею у подальшому розвивав американський учений А. Янг [4] у працях «The Movement of Farm Population» та «The laws of Migration» (1924) та «Is Reilly's Law of Retail Gravitation Always True?» (1959).

У 1929 р. У. Рейлі [5] (США) запропонував закон гравітації роздрібною торгівлі, згідно якого місто притягує своєю роздрібною торгівлею клієнтuru з навколишньої території з «силою», пропорційною розміру міста і обернено пропорційною квадрату відстані від клієнта до центра міста. Межа зон збуту міст i і j визначається як геометричне місце точок, для яких:

$$\frac{p_i}{d_{i,x}^2} = \frac{p_j}{d_{j,x}^2}, \quad (1)$$

де $d_{i,x}$, $d_{j,x}$ — відстані від міст i і j відповідно, до точки x на межі. Закон Рейлі дозволяє визначити відносну відстань, уздовж якої підприємство роздрібною торгівлі може задовольняти потреби споживачів своїми товарами. Основна ідея закону полягає в тому, що із зростанням потенціалу міста число покупців у приміській зоні зростає. Якщо дві аптеки змагаються за клієнтів, що живуть між ними, можна з'ясувати, скільки клієнтів «притягуються» в один напрям, а скільки — в інший. Для точки, розташованої між i і j , можна оцінити розподіл торгового обороту на обидва райони i і j таким чином:

$$\frac{U_i}{U_j} = \frac{p_i}{p_j} \cdot \left(\frac{d_j}{d_i} \right)^n, \quad (2)$$

де i та j — райони; U — оборот роздрібною торгівлі; p — чисельність населення; d — відстань між районами i і j ; n — емпіричний параметр (який Рейлі на базі 225 тестів оцінив ≈ 2).

Гравітаційна модель роздрібною торгівлі Рейлі пояснює, як місто виступає центром тяжіння торгівельних потоків прилеглої території з «силою», пропорційною розміру міста і обернено пропорційною квадрату відстані від клієнта до центру міста. Згідно моделі Рейлі, інтенсивність торгівлі між двома регіонами пропорційна відношенню їх ВВП і відстані між ними.

У 1947 р. емпіричне узагальнення Рейлі було уточнене економістом Г.К. Зіпфом [6], який сформулював принцип найменших зусиль стосовно людської поведінки. Зіпф розглядав також взаємодії міст різного рангу та сформулював правило для оцінки зростання (занепаду) міста (правило «ранг-розмір»):

$$P_n = \frac{P_1}{n}, \quad (3)$$

де P_n - населення міста n -го рангу, P_1 - населення найбільшого міста країни.

Закон Рейлі пояснює розподіл купівельної сили, що простягається за межі населеного пункту. У якому розмірі відбувається цей відтік (визначення точних меж ринкових зон двох конкуруючих міст – ринкових центрів) у 1949 р. визначив П. Конверс [] (США). Він запропонував стохастичну гравітаційну модель, яка ставить імовірність відвідувань даного торгового центру жителями певного населеного пункту в залежність від часу проїзду до нього та від рівня агломерації. Відношення торгових площ до часу поїздки створює специфічний чинник привабливості даного торгового центру.

Згідно моделі Конверса, споживачі віддають перевагу тому або іншому торговому простору, керуючись деякими критеріями. Таким критерієм є відстань до магазину — рівноймовірна точка Конверса. Ця точка розраховується за формулами (4) і (5). Радіус обслуговування — це район діяльності магазину, який визначається відстанню, яку долає покупець, від місця проживання до даного магазину. Визначається за формулою (4):

$$R = \sqrt{\frac{S}{\pi}} \quad (4)$$

де R — радіус обслуговування, км.; S — площа території, що обслуговується магазином, кв.км.

Точка Конверса розраховується за формулою (5):

$$D = \frac{d}{1 + \sqrt{\frac{P_x}{P_y}}} \quad (5)$$

де D — відстань до магазину, км.; d — відстань між підприємствами роздрібною торгівлі, км.; x — магазин з більшою зоною обслуговування; y — магазин з меншою зоною обслуговування; P_x — чисельність населення, що відвідує магазин « x », чол.; P_y - чисельність населення, яке відвідує магазин « y », чол.

У 1940 р. С. Стауфер [] (США) запропонував модель, засновану на припущенні, що мігрантів приваблюють в тому або іншому пункті так звані сприятливі можливості, що виражаються через масу пункту тяжіння; в якості маси пункту виходу він запропонував використовувати показники чисельності населення. Модель Стауфера – несиметрична, оскільки взаємодіючі населені пункти володіють якісно різними масами:

$$I_{ij} = G \cdot \frac{P_i \cdot P_j}{\sum_{n=1}^{j-1} X_n} \quad (6)$$

де I_{ij} – величина потоку мігрантів між пунктами i і j ; P_i – чисельність населення в пункті i ; P_j – число сприятливих можливостей в пункті j ; X_n – число сприятливих можливостей в n -му проміжному пункті; $n=1, 2, 3, \dots, j-1$.

За Стауфером, зв'язки між рухливістю населення і відстанню не обов'язкові; число людей, що переміщуються на певну відстань, прямо пропорційне числу сприятливих можливостей в кінці цієї відстані і обернено пропорційне до числа проміжних можливостей; зв'язок між рухливістю і відстанню визначається додатковою залежністю, в якій сума проміжних можливостей буде функцією відстані. Відстань в моделі виражається через кількість тих сприятливих можливостей, що є між пунктами в'їзду і виїзду, які і затримують мігрантів. Чим відстань більша, тим більше і проміжних можливостей і, отже, менший міграційний потік. Головна перевага моделі зіткнення можливостей полягає в тому, що вона спирається на логіку поведінки людини, яка прагне знайти місце роботи якомога ближче до місця проживання, збільшити свій трудовий дохід, поліпшити умови праці, побуту і відпочинку. Дану модель можна інтерпретувати як спосіб віддзеркалення засобами математичного апарату змісту феномена просторової самоорганізації населення.

У 1947 р. Дж.Стюарт [] (США) ввів терміни “демографічна сила” і “демографічний потенціал” за аналогією до фізичних гравітаційних сил і потенціалу (взаємодія між сукупностями людей підкоряється закону, аналогічному закону всесвітнього тяжіння). Демографічний потенціал Стюарт описував формулою:

$$v_i^x = \frac{p_i}{d_{x,i}}, \quad (7)$$

де v_i^x — потенціал, що створюється у точці x районом (або містом) i .

Дж. Стюарт склав карти демографічного потенціалу для території США. Аналогічні карти на сьогодні використовуються для аналізу освоєності території у багатьох розвинених країнах світу. Дослідник відмітив високу кореляцію між демографічним потенціалом та розміщенням роздрібною торгівлі, розвитком автомобільних доріг, зайнятістю сільського населення в несільськогосподарській сфері.

Уперше гравітаційна модель була застосована на практиці у кінці 1950-х — на початку 1960-х рр., але отримані закономірності мали емпіричний характер і мали багато негативних відгуків за відрив від теорії. Завдяки високій емпіричній точності отримані результати активно використовували у дослідженнях і продовжились подальші наукові розробки у цій сфері.

У 1954 р. Ч. Харріс [] (США) обґрунтував поняття ринкового потенціалу стосовно міст та інших територіальних утворень та склав карту ринкових потенціалів США. Запропонована ним формула розрахунку ринкових потенціалів враховувала обсяг роздрібною торгівлі території, транспортні витрати на доставку товарів з однієї території до іншої та визначала ринковий потенціал регіону як суму потенціалів, утворених як “масою” даного регіону, так і “масами” інших регіонів, з якими відбувається ринкова взаємодія у формі товарного обміну.

Гравітаційна модель Харріса просторової організації ринків збуту мала вигляд:

$$V_i = P_i + \sum_{j=1, j \neq i}^n \frac{P_j}{d_{ij}}, \quad (8)$$

де V_i - потенціал ринку збуту, P - місткість ринків, d_{ij} - відстань між i -м і j -м ринками, n - кількість ринків (підрозділів загального ринку). Сумарні транспортні витрати i -го ринку TC_i Ч. Харріс визначав за формулою:

$$TC_i = \sum_{j=1}^n P_j \cdot d_{ij}. \quad (9)$$

Для опису «економічної маси» міста-постачальника Харріс використовував показник чисельності активного населення або об'єму продукції, вироблюваної у місті, для опису «економічної маси» міста-ринку – показник сукупного доходу населення цього міста, що точніше характеризує його торгівлю привабливістю, ніж показник чисельності населення, або показник суми грошових коштів на рахунках жителів міста. Він оцінив ступінь доступності ринку збуту в кожному окрузі США, використавши для цього показник «потенціалу ринку»: зважену суму купівельної спроможності конкретних місцевостей, де вага кожної місцевості знаходилася в зворотній залежності від її віддаленості. Результати досліджень показали, що розвинені промислові регіони США володіють високим потенціалом ринку, оскільки в промисловому поясі (північний схід і середній захід США) були зосереджені значні доли населення і виробництва країни, а, отже, регіони, що входять у цей пояс, спочатку володіли якнайкращим доступом до ринку. Це спостереження привело Харріса до цікавого факту - концентрація виробництва володіє функцією самовідтворювання. Фірми розмішували виробництво в регіонах з хорошим доступом до ринку, але доступ до ринку поліпшувався в регіонах, де концентрувалося виробництво. До Харріса економісти-географи у своїх задачах оптимального розміщення використовували ефект від масштабу виробництва, транспортні витрати і мобільність чинників виробництва. Проте основне правило моделі Харріса не спрацьовувало відносно тих підприємств, що базуються на немобільних чинниках виробництва (наприклад, великий масштаб ринку збуту нафти і газу знаходиться далеко за межами місць їх видобування).

Ґрунтуючись на моделі Харріса, у 1965 р. Д. Рей [] (США) запропонував поширений варіант моделі просторової взаємодії ринкових потенціалів з урахуванням впливу фінансового капіталу. Згідно теорії Рея, ринковий потенціал території є інтегральним показником, що характеризує ступінь економічної взаємодії території з регіональними ринками.

У кінці 1950-х — початку 1960-х рр. уперше було введено гравітаційну модель зовнішньоторговельних зв'язків, згідно якої об'єм двосторонніх торгових потоків прямо пропорційний розміру економік країн і обернено пропорційний відстані між ними та іншими торговими бар'єрами.

Гравітаційні моделі міжрегіональних потоків продуктів використовували В. Леонт'єв [1] та А. Страут [2] (США) у 1963 р. та Г.Тейл [3] (США) у 1967 р.. У моделі Тейла міжрегіональні потоки не залежали від відстаней:

$$x_{ij}^r = X_i^r \cdot Y_j^r / X^r, \quad (10)$$

де x_{ij}^r - повний потік продукту типу r з регіону i в регіон j ; X_i^r - повне виробництво продукту типу r у регіоні i ; Y_j^r - повне споживання продукту типу r в регіоні j . Величини X_i^r , Y_j^r можна інтерпретувати як «маси» продукту r , пов'язані з відправленнями і прибуттями у просторовій взаємодії між регіонами i та j .

Модель Леонт'єва і Страута мала вигляд:

$$x_{ij}^r = \frac{\sum_j x_{ij}^r \cdot \sum_i x_{ij}^r}{\sum_i \sum_j x_{ij}^r} \cdot D_{ij}^r, \quad (11)$$

До більш ранніх теоретичних обґрунтувань гравітаційної моделі торгових потоків можна віднести роботи Д. Тінбергена [4] (Нідерланди, 1962) і Д. Андерсона [5] (США, 1979). Андерсон ввів гравітаційну модель, використовуючи виробничу функцію Кобба-Дугласа та гравітаційну модель з одиничною еластичністю для коефіцієнтів внутрішнього валового продукту (ВВП). Згодом американські дослідники Е. Хелпман [6] і П. Кругман [7] запропонували версію гравітаційної моделі, що працює у рамках монополістичної конкуренції, підкреслюючи взаємозв'язок між структурою ринку і об'ємом торгівлі. Їхня робота є макроекономічним обґрунтуванням гравітаційної моделі. Мікроекономічне виведення моделі дав Д. Бергштрэнд [8]. Його теоретичне обґрунтування гравітаційної моделі спиралося на теорему Хекшера-Оліна.

Гравітаційна модель торгівлі була введена з метою дослідження впливу відстані між країнами на обсяги зростання товарообороту та ВВП:

$$T = \frac{A (VVP_1 \times VVP_2)^k}{d^m}, \quad (12)$$

де T – товарооборот; d – відстань між столицями країн, A , k та m – константи (параметри моделі). Дана регресійна модель є “внутрішньолінійною”, тому для зручності обчислення її показники було прологарифмовано та записано формулу (12) у лінійну модель (13):

$$\ln(T) = \ln(A) + k \cdot \ln(VVP) - m \cdot \ln(d). \quad (13)$$

Модель даного типу застосовувалася також для оцінки експорту та імпорту за відносною масою країни (величиною номінального ВВП та населення) та відстані. При цьому очікувалося, що коефіцієнт відносної маси країни буде додатним, тобто країна експортує до (або імпортує) із більших за відносною масою країн. Відповідно змінна відстані буде від'ємною, оскільки транспортні видатки негативно впливають на збільшення товарообороту між країнами. Наприклад, згідно гравітаційної моделі, рівняння для експорту має вигляд:

$$\ln E_{ij} = \alpha + \beta_1 \ln GDP_j + \beta_2 POP_j + \beta_3 \ln Dist_{ij} + \sum y_k \cdot D_{kij}, \quad (14)$$

де E_{ij} – вартість експорту країни i до країни j ; GDP_j – номінальна вартість ВВП країни j ; POP_j – населення країни j ; $Dist_{ij}$ – відстань між країнами i та j ; D_{kij} – фіктивні змінні, якими означено членство країн i та j у спільній торговій зоні або пільговому режимі торгівлі; α , β_i , y_k – оцінювані параметри.

Досить аргументованим виведенням гравітаційної моделі є модель Д. Андерсона та Еріка ван Вінкупа [9] (2003). Вони запропонували модель, в яку була додана змінна багатостороннього опору. Перевагою моделі було її строге теоретичне обґрунтування. Для пари торгуючих між собою регіонів багатобічним опором автори називали середній для двох регіонів бар'єр у торгівлі з рештою світу. Чим більший цей бар'єр, тим сильніше регіони прагнуть торгувати один з одним. Застосування змінної багатостороннього опору дозволяє отримати адекватні оцінки змінних, що входять у неї. Згідно А. Роузу [10], ВТО не робить значущого впливу на двосторонню торгівлю країн. В той же час додавання в специфікацію Роуза багатостороннього опору міняє результат на прямо протилежний: змінна ВТО стає позитивною і статистично значущою.

На підставі отриманої теоретичної залежності Андерсон та ван Вінкуп зробили такі висновки:

1. Торгові бар'єри знижують у відносному виразі торгівлю між великими країнами більше, ніж торгівлю між маленькими країнами.

2. Торгові бар'єри збільшують у відносному виразі торгівлю між регіонами усередині маленької країни більше, ніж міжрегіональну торгівлю усередині великої країни.

3. Маленькі країни торгують більше у відносному виразі усередині своїх меж, у порівнянні з об'ємом загальної торгівлі. Отже, збільшення торгових бар'єрів може привести до значного збільшення міжрегіональної торгівлі в малих економіках і не значно збільшити торгівлю усередині регіонів великої економіки.

Найбільш вдалі розробки гравітаційної моделі торгівлі висвітлені у роботах Д. Ітона та С. Кортума [], у яких існував зв'язок між новою економічною географією, що точніше моделює географічні змінні та гравітаційною моделлю.

У 1950-1970 рр. сформувалась англо-американська школа моделювання транспортних потоків. Цей час характеризувався вивченням просторових структур транспортних явищ і процесів, переходом до математичного моделювання і використання методів математичної статистики, теорії графів та теорії ігор. Найбільш популярними моделями і методами того часу стали гравітаційна модель транспортних потоків, модель потенціалів, ентропійна модель внутрішньоміських поїздок англійського дослідника А. Вільсона [], який у 1970 р. на основі гравітаційних уявлень розробив також модель міжрегіональних потоків продуктів, що ґрунтувалася на максимізації ентропії. Він запропонував розглядати як критерій оптимальності для формування системи кореспонденції відому в статистичній фізиці Н-функцію Л. Больцмана, що виражає логарифм імовірності реалізації макросистемою стану з даними пропорціями мікросистем, якщо відомі їх часткові імовірності реалізації. Модель Вільсона дозволяла отримувати прогнози впливу економічного розвитку на національну вантажну транспортну систему, покращувати економічні прогнози (особливо на регіональному рівні).

На даний час існує багато модифікацій гравітаційної моделі, спрямованих на виявлення тенденцій динаміки в майбутньому для транспортних взаємодій між територіями. Це переважно регресійні моделі. Застосування гравітаційної моделі для визначення пасажиропотоків має деякі недоліки, а саме:

1. чисельність населення не є визначальним фактором, коли територія має потужну інфраструктуру. Тоді пасажирами є населення і туристи, кількість останніх може розраховуватись на основі місць у готелях та відвідуваності історико-культурних закладів;

2. неможливо чітко визначити межі міста і кількість населення, адже фактично приміські зони територіально не є складовою міста, але насправді їх населення працює та використовує міську інфраструктуру. Крім того, деяка частка населення зареєстрована за межами міста, але проживає у ньому, тому теоретична і фактична чисельність населення не співпадають;

3. показник відстані за законом Ньютона має другий степінь. При моделюванні географічних явищ, де простір двомірний, показник степені для відстані згідно формальної логіки повинен бути $n = 1$. Все ж на практиці, цей показник має степінь 2 і більше.

У кінці 1950-х рр. було розроблено криву залежності вірогідної частоти відвідувань місця відпочинку від відстані до нього («відстань» розглядалася як значення тимчасових і грошових витрат на її подолання). У фізичному просторі параметри взаємодії тіл є фіксованими, що не характерно для поведінки людини, оскільки вона є ситуаційною. Для моделювання туристично-рекреаційного попиту у 1965 р. Л. Крамптон [] отримав узагальнені значення коефіцієнтів гравітаційної моделі :

$$V_{ij} = g \cdot \frac{P_i^n \cdot C_j^m}{D_{ij}^k}, \quad (15)$$

де V_{ij} - імовірне число відвідувань рекреаційного об'єкту j , що прибули з населеного пункту i ; P_i^n - кількість населення пункту i ; C_j^m - ємкість рекреаційного об'єкту j ; g, n, m, k – емпіричні коефіцієнти (знайдені Л. Крамптоном як $g=20, n=1.11, m=0.71, k=1.53$). Для окремих груп населення і видів туристично-рекреаційної діяльності значення коефіцієнтів значно варіювали. Недоліком його моделі, не дивлячись на її простоту і ефективність, виявилось те, що в ній не враховувався чинник психологічної інерції туристів. Тому модель переоцінювала число поїздок протяжністю до 150 кілометрів і недооцінювала поїздки більше 250 кілометрів. Для вирішення даної проблеми Р. Вольф [] (1972) виділив два види психологічної інерції людини: «інерцію спокою», що полягає в небажанні багато людей здійснювати подорож будь-якої тривалості та «інерцію руху», яка характерна для людей, тривалість подорожі для яких не має значення за тих

або інших причин (наприклад, задоволення від самої подорожі). Для їх урахування Вольф запропонував модифіковану гравітаційну модель:

$$V_{ij} = g \cdot \frac{P_i^n \cdot C_j^m}{D_{ij}^k} \cdot D_{ij}^{\left(\ln\left(\frac{D_{ij}}{r}\right)s\right)}, \quad (16)$$

де r і s – емпіричні коефіцієнти. При умові $1 > \frac{D_{ij}}{r} \rightarrow \infty$ зі зменшенням відстані посилюватиметься

зниження попиту, а за умови $\infty \leftarrow \frac{D_{ij}}{r} < 1$ вплив відстані на попит буде знижуватися. Емпіричну

перевірку гравітаційної інерційної моделі Р.Вольфа на малих відстанях провів П. Вількінсон [] (1973) і отримав шукані результати при наступних коефіцієнтах: $g=0.00111$, $n=1$, $m=1$, $k=3.8$, $r=1.25$, $s=2$. Серед інших розроблених у цій сфері гравітаційних моделей слід виділити модель Б.Томпсона [] (1967), а також модель К. Герінга, У. Сворта і Т. Вара (1976) [], розроблених для оцінки міжнародних туристичних потоків.

У 80-х–90-х роках теорія ринкових потенціалів та просторової взаємодії одержала подальший розвиток у роботах М. Біркіна, Ф. Фоулджера [] та інших, була приділена значна увага прогнозуванню регіональних ринків товарів та послуг.

На сучасному етапі комплексні гравітаційні моделі використовують для дослідження різноманітних соціально-економічних процесів на державному та регіональному рівні, оскільки застосування таких моделей дозволяє оцінити реальний стан середовища, допомагає обрати економічно обґрунтовані управлінські рішення.

Висновки. Загалом еволюція формування, становлення та розвитку гравітаційних моделей пройшла декілька етапів:

1. Квадрат відстані у чисельнику трансформувався у степінь порядку n , що дало можливість більш адекватно описувати соціально-економічні явища.

2. У модель почали включати, крім чисельності населення і відстані, інші показники, більш доцільні при аналізі конкретних явищ (обсяг ВВП, відношення ВВП на душу населення у країні, різниця між індексом споживчих цін, біржові індекси тощо).

3. Оцінюється рівень вагомості та парна кореляція показників, що дає можливість приділити більшу увагу окремим із них та виключити взаємозалежність.

При всіх відомих позитивних якостях розглянутих моделей можна відзначити і ряд їх основних недоліків:

1. Для отримання точних моделей необхідний трудомісткий збір значного об'єму інформації в цілях розрахунку коефіцієнтів, при цьому коефіцієнти отримують в основному за допомогою калібрування.

2. Значення коефіцієнтів розрізнятимуться для різних видів діяльності людей та їх груп, культур, задіяних циклів взаємодій (щоденних, вихідного дня, відпусток) тощо.

3. У переважному числі даного типу моделей простір взаємодіючих об'єктів розглядається як ізотропний.

4. У більшості моделей враховуються один або декілька чинників, тоді як, наприклад, туристично-рекреаційні процеси залежать від багатьох тих або інших хронологічно динамічних чинників.

5. У багатьох моделях як базовий чинник береться фактична відстань між об'єктами, проте коректнішим є використання показників хронологічної віддаленості і виразу відстані через грошовий еквівалент, необхідний для її подолання.

6. Практично усі гравітаційні моделі базуються на математичному апараті лінійного програмування, проте більшість процесів характеризуються нелінійною поведінкою в часі і дискретністю.

Отже, використання гравітаційних моделей пройшло певну еволюцію, але потребує подальшого розвитку для описання нелінійних соціально-економічних процесів.

1. Anderson J.E. A Theoretical Foundation for the Gravity Equation // American Economic Review. – 1979. – №69(1). – P. 106-116.

2. Anderson J.E. and E. van Wincoop. Gravity with gravitas: A solution to the border puzzle // American Economic Review. – 2003. – №93(1). – P. 170-192.

3. Bergstrand J. A Theoretical Foundation for the Gravity Equation // American Economic Review. – 1985. – №1. – P. 69-75.
4. Birkin M., Foulger F., Sales Performance and Sales Forecasting Using Spatial Interaction Modeling // Univ of Leeds. Working Paper. – 1992. – № 21. – P. 122–134.
5. Carey H.C. Principles of Social Science. – 1858.
6. Converse P.D. New Laws of Retail Gravitation // Journal of Marketing. – 1949. – Volume 14, January. – P. 379-384.
7. Crampton L. J. The Gravitation Model: A Tool for Travel Market Analyses / L. J. Crampton // Rev. du Tourisme. – 1965. – P. 34-48.
8. Eaton B. and Kortum S. Technology and bilateral trade // NBER Working Paper, National Bureau of Economic Research. – 1997. – №62. – P.53. – 56.
9. Gearing C.E., Swart W.W., Var T. Establishing a Measure of Touristic Attractiveness // Planning for tourism development. Quantitative approaches. N.Y.: Praeger publishers, 1976. – P. 89-103.
10. Harris C.D. The market as a factor in the localization of industry in the United states //Annals of the Association of American Geographers. – 1954. – № 44. – P. 315–348.
11. Helpman E. A claim for monopolistic competition models of intra-industry trade using gravity model evidence // Journal of the Japanese and International Economies 1(1). – 1987. – P. 62-81.
12. Jung Allen F. Is Reilly's Law of Retail Gravitation Always True? // Journal of Marketing. – 1959. – Volume 24 (2). – P. 62-63.
13. Krugman P.R. Scale Economies, Product Differentiation, and the Pattern of Trade // American Economic Review. – 1980. – № 70. – P. 950-959.
14. Leontief W. and Strout A., Multiregional Input Output Analysis, in Structural Interdependence and Economic Development, T. Barna, (ed.), Macmillan, London, 1963. – P. 119-150.
15. Ravenstein E.G. The laws of Migration // Journal of the Royal Statistical Society. – 1885. – №48. – P. 167-235.
16. Ray D. Market Potential and Economic Shadow. – Chicago, 1965. – 164 p.
17. Reilly W. The Law of Retail Gravitation. – Department of Geography, University of Chicago N.Y.: Knickerbrocker Press, 1931. – 156 p.
18. Rose A. Which International Institutions Promote International Trade? // Review of International Economics. – 2005. – №13(4). – P. 682.698.
19. Shaffle A. Das Gesellschaftliche System der Menschlichen Wirtschaft. – 1873. – 850 p.
20. Stewart J.Q. Empirical Mathematical Rules Concerning the Distribution and Equilibrium of Population // Geographical Review. 1947. – Vol. 37. – P. 461-486.
21. Stouffer S. A. Intervening Opportunities: A Theory Relating Mobility and Distance // The American Sociological Review. – N. G., 1940. – Vol. 5. – № 6. – P. 845–867.
22. Theil H. Economic and Information Theory. – Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1967. – Vol.7. – 488 p.
23. Tinbergen J. (1962) Shaping the World Economy: Suggestions for an International Economic Policy, New York, The Twentieth Century Fund.
24. Thompson B. Recreational travel: a review and pilot study // Traffic Quarterly. – 1967. – Vol. 21. – №4. – P. 527-542.
25. Wilkinson P.F. The use of models in predicting the consumption of outdoor recreation // Journal of Leisure Research. – 1973. – Vol. 5. – №3. – P. 34-48.
26. Wilson A.G. A statistical theory of spatial distribution models // Transportation Research. – 1967. – №.1. – P. 253-269.
27. Wolfe R.I. The inertia model // Journal of Leisure Research. – 1972. – Vol. 4. – №1. – P. 73-76.
28. Zipf G.K. The hypothesis of the Minimum Equation as a unifying social principle: with attempted synthesis // American Sociological Review. – 1947. - № 12. – P.646–647.