УДК 004:656.614.2

MATHEMATICAL METHODS FOR CHOOSING OPTIMAL ROUTES FOR TRAFFIC INTERACTIONS IN THE REGION

L. Oleshchenko
National University of Food Technologies

Key words:
Quality of roads
Short cut
Optimization of hauling
Graphs
Mathematical programming

Article history:
Received 23.01.2015
Received in revised form 04.02.2015
Accepted 02.03.2015

Corresponding author:
L. Oleshchenko
Email:
olm-86@mail.ru

ABSTRACT

This article provides optimal ways of modeling driving route between the towns of Chernihiv region using graph theory and mathematical programming. The quality of roads on the route significantly affect the value of transportation costs, so a comprehensive study of the interactions of transport in the region is necessary to analyze the quality and structure of the road network, as well as economic and technical characteristics of rolling stock of trucking companies. Mathematical programming and graph-analytical methods are used to determine the optimal routes between towns of the abovementioned region.

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ВИБОРУ ОПТИМАЛЬНИХ ШЛЯХІВ МАРШРУТІВ ДЛЯ ТРАНСПОРТНИХ ВЗАЄМОДІЙ У РЕГІОНІ

Л.М. Олещенко
Національний університет харчових технологій

У статті здійснено моделювання оптимальних шляхів автомобільних маршрутів між містами Чернігівської області з використанням теорії графів і математичного програмування. Якість автодоріг на маршруті істотно впливає на величину собівартості перевезень, тому для комплексного вивчення транспортних взаємодій у регіоні необхідно проводити аналіз якості та структури мережі доріг, а також економіко-технічних характеристик рухомого складу автотранспортних підприємств. Використано апарат математичного програмування та графо-аналітичний метод для вибору оптимальних шляхів маршрутів між містами досліджуваного регіону.

Ключові слова: *якість доріг, найкоротший шлях, оптимізація перевезень, графи, математичне програмування.*

Постановка проблеми. Як свідчить статистика, в Україні перевезення вантажів і пасажирів здійснюється переважно автотранспортом [1]. На сьогодні в

Чернігівській області автоперевезення здійснюється без комплексного аналізу стану доріг і відстаней на маршрутах. Деякі шляхи перевезень можуть бути мінімальними за відстанню, але нищівними для рухомого складу внаслідок низької якості доріг [2]. Вирішення даної проблеми потребує детального аналізу системи доріг та створення економіко-математичних моделей визначення оптимальних шляхів перевезень між населеними пунктами регіону.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. На сьогодні розроблено велику кількість алгоритмів пошуку оптимального вирішення транспортної задачі, найвідомішими з них є алгоритми Дейкстри та Флойда [2, 3, 4, 6]. У [7] алгоритми пошуку найкоротшої відстані (алгоритм Дейкстри) та найкоротшої відстані між парами вершин (алгоритм Флойда) розглядаються як алгоритмічне забезпечення прикладних задач транспорно-навігаційних геоінформаційних систем. За допомогою системи візуального проектування Borland C^{++} Builder розроблено програмний комплекс з оптимізації транспортних перевезень у транспортній мережі, який здійснює процедуру пошуку найкоротших відстаней і визначення оптимальних обсягів перевезень у мережі [2].

Мета статті полягає у застосуванні апарату математичного програмування та графо-аналітичного методу при виборі оптимальних шляхів маршрутів між містами досліджуваного регіону.

Основні результати дослідження. До відомих методів пошуку шляху мінімальної тривалості між вузлами транспортної мережі із змінними параметрами відносяться: обчислювальний алгоритм Кука і Холсея, який використовує багатокроковий процес прийняття рішення; метод Форда і Фалкерсона; метод електронного моделювання, що базується на одночасному дослідженні всіх можливих шляхів із початкового вузла до всіх інших вузлів та ідентифікації оптимального шляху між заданими вузлами мережі.

Пошук найкоротшого шляху (НКШ) між двома вузлами: s (джерелом) і t (стоком) полягає у знаходженні вектора $X=(x_1, \ldots, x_n)$, де елемент $x_i=1$, якщо i-та дуга належить НКШ, і 0 у протилежному випадку, i – порядковий номер дуги ($i=1, \ldots, n$), такий, щоб загальна довжина шляху:

$$D=\sum_{i=1}^{n} d_i x_i \rightarrow \min ,$$

де d_i — довжина i-тої дуги.

За умови збереження балансу потоків для кожного i-го вузла: $F_{\text{вих}}(x_i)-F_{\text{вх}}(x_i)=0$, $F_{\text{вих}}(x_i)$, $F_{\text{вх}}(x_i)$ — сума потоків на виході та вході кожного i-го вузла, $F_{\text{вих}}(x_n)-F_{\text{вх}}(x_n)=1$, $F_{\text{вих}}(x_1)-F_{\text{вх}}(x_1)=-1$ та граничних умов: усі $x_i \geq 0$. Задача про НКШ ускладнюється за рахунок урахування додаткових властивостей дуг транспортної мережі, зокрема рейтингу доріг (дуг графа).

Для оптимальної організації пасажирських і вантажних перевезень перевізник повинен обирати найбільш економічно вигідні шляхи для здійснення рейсів, які мінімізують відстань перевезення та мають якісне покриття, що зумовлює повільніше зношування транспортних засобів. Для вирішення цієї задачі пропонується використати графо-аналітичний метод побудови оптимальних шляхів з використанням додатку Solver пакета MS Excel. Як вузли обрано населені пункти регіону, як дуги — дороги між пунктами з їх довжинами [5].

Алгоритм знаходження мінімальних шляхів в MS Excel такий [4, 5]:

- у таблиці для дуг визначаємо діапазон для невідомих *X* (Дуга) і обчислюємо значення цільової функції за формулою: *суммпроизв (Дуги, Довжини)*;
- у таблиці для вузлів обчислюємо суми вхідних і вихідних потоків, їх алгебраїчну суму та задаємо обмеження;
- для обчислення потоку у вузлах використовуємо функцію обчислення суми величин, координати яких належать відповідній множині за допомогою функції *суммесли*.

Для суми вхідних потоків використовуємо формулу: *суммесли (усі кінці дуг; вузол; потоки)*, тобто підсумовуємо потоки по тих дугах, кінці яких збігаються з поточним вузлом. За формулою *суммесли (усі початки дуг; вузол; потоки)* підсумовуємо вихідні потоки.

За допомогою додатка Solver пакета MS Excel отримуємо найкоротший шлях для здійснення рейсу. Цей результат може використовуватися автотранспортними підприємствами для знаходження найкоротших маршрутів від початкового вузла до інших вузлів регіону. Задача про найкоротший шлях ускладнюється через урахування додаткових властивостей дуг транспортної мережі. У нашому випадку використовуємо показник якості доріг у вигляді їх рейтингу за 10-бальною системою. У табл. 1. наведено результат знаходження оптимального перевізного шляху для маршруту «Чернігів-Прилуки» з урахуванням якості доріг.

Таблиця 1. **Знаходження найбільш економічно вигідного шляху для автомобільних перевезень між містами Чернігів і Прилуки**

	Дуга (вектор *X*)	Відправлення (початки дуг)	Прибуття (кінці дуг)	Довжина дуги	Рейтинг дороги	Вузли	Вх.	Вих.	Їх сума	Обмеж.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0	Чернігів	Киселівка	12	6	Чернігів	0	1	1	1
2	1	Чернігів	Количівка	8	6	Киселівка	0	0	0	0
3	0	Киселівка	Березна	25	6	Березна	0	0	0	0
4	0	Березна	Мена	31	6	Мена	0	0	0	0
5	0	Мена	Сосниця	21	6	Сосниця	0	0	0	0
6	0	Сосниця	Шаповалівка	63	4	Шаповалівка	0	0	0	0
7	0	Шаповалівка	Борзна	9	8	Борзна	0	0	0	0
8	0	Борзна	Вертіївка	43	8	Плиски	0	0	0	0
9	0	Борзна	Плиски	9	4	Вертіївка	0	0	0	0
10	0	Плиски	Ніжин	43	4	Ніжин	1	1	0	0
11	0	Плиски	Ічня	31	4	Ічня	1	1	0	0
12	0	Ніжин	Ічня	36	4	Монастирище	1	1	0	0
13	1	Ніжин	Монастирище	36	5	Кіпті	1	1	0	0
14	1	Монастирище	Ічня	20	4	Лихачів	1	1	0	0

Продовження табл. 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
15	0	Монастирище	Прилуки	33	5	Зруб	1	1	0	0
16	1	Ічня	Прилуки	32	4	Іванівка	1	1	0	0
17	0	Вертіївка	Ніжин	12	5	Количівка	1	1	0	0
18	1	Кіпті	Лихачів	28	8	Прилуки	1	0	–1	–1
19	1	Лихачів	Зруб	10	8					
20	1	Зруб	Ніжин	22	5					
21	0	Іванівка	Зруб	38	4					
22	1	Іванівка	Кіпті	40	8					
23	1	Количівка	Іванівка	7	6					
24	0	Количівка	Вертіївка	65	5	ЦФ=203				

У результаті отримано оптимальний результат для організації пасажирських і вантажних перевезень [8—10]: автомобільний шлях «Чернігів–Количівка–Іванівка–Кіпті–Лихачів–Зруб–Ніжин–Монастирище-Ічня-Прилуки», відстань перевезення — 203 км.

Висновки

На основі аналізу економіко-технічних характеристик доріг Чернігівщини і відстаней між населеними пунктами запропоновано методику вибору шляхів маршрутів між пунктами, які є найбільш економічно вигідними для перевізників у досліджуваному регіоні. Ввівши у базу даних усі вузли транспортної мережі регіону та показники якості доріг між вузлами у вигляді рейтингової шкали, можна знаходити найбільш економічно вигідні шляхи для перевезень. Удосконалення технології вибору оптимальних шляхів для автоперевезень дозволяє мінімізувати витрати перевізника на обслуговування рухомого складу.

Література

1. *Дороги* Чернігівщини. Комплексна економічна доповідь. — Держ. ком. ст. України. Головне управління статистики в Чернігівській області. — Чернігів, 2011. — 21 с.

2. *Дмитриченко М.Ф., Левковець П.Р., Ткаченко А.М., Ігнатенко О.С., Зайончик Л.Г., Статник І.М.* Транспортні технології в системах логістики. Підручник. — Київ: ІНФОРМАВТОДОР, 2007. — 676 с.

3. *Кобелев Н.Б.* Практика применения экономико-математических методов и моделей: уч. пос. — М.: Финстатинформ, 2000. — 246 с.

4. *Кузьмичов А.І., Медведєв М.Г., Кривіцький С.В., Христовська Т.Г.* Лінійні задачі математичного програмування в MS Excel. — К.: Академія муніципального управління, 2006. — 187 с.

5. *Кузьмичов А.І., Медведєв М.Г.* Математичне програмування в Excel: Навч. посіб. — К.: Вид-во Європ. ун-ту, 2005. — 320 с.

6. *Литвинов В.В., Дехтярук М.Т.* Імітаційне моделювання та оптимізація перевезень у транспортних логістичних системах // Сьома міжнародна науково-практична конференція «Математичне та імітаційне моделювання систем». Тези доповідей. — Чернігів-Жукин. — 2012. —25—28 червня 2012 р. — С. 94—98.

7. *Патракеєв І.М.* Транспортно-навігаційні ГІС: Конспект лекцій (для студентів 5 курсу денної форми навчання спеціальностей 7.070908, 8.070908 «Геоінформаційні

системи і технології») / Авт.: І.М. Патракеєв; Харк. нац. акад. міськ. госп-ва. — Х.: ХНАМГ, 2009. — 127 с.

8. *Medvedev M.G., Oleschenko L.M.* Information technology in the organization of long-distance bus passenger transportation // Electronics and control systems. — 2013.— № 4 (38). — P. 94—97.

9. *Олещенко Л.М., Мошенський А.О.* Комп'ютерні мережі комунікації учасників пасажирсько-транспортного процесу // Наукові записки УНДІЗ. — 2014. — №1 (29). — С. 47—52.

10. *Олещенко Л.М., Мошенський А.О.* Експериментальне дослідження зони покриття УКХ радіоканалу для зв'язку диспетчера автотранспортного підприємства з водіями рухомого складу // Наукові записки УНДІЗ. — 2014. — № 3 (31). — С. 47—52.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНЫХ ПУТЕЙ МАРШРУТОВ ДЛЯ ТРАНСПОРТНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В РЕГИОНЕ

Л.М. Олещенко
Национальный университет пищевых технологий

В статье осуществлено моделирование оптимальных путей автомобильных маршрутов между городами Черниговской области с использованием теории графов и математического программирования. Качество автодорог на маршруте существенно влияет на величину себестоимости перевозок, поэтому для комплексного изучения транспортных взаимодействий в регионе необходимо проводить анализ качества и структуры сети дорог, а также экономико-технических характеристик подвижного состава автотранспортных предприятий. Использован аппарат математического программирования и графо-аналитический метод для выбора оптимальных путей маршрутов между городами исследуемого региона.

Ключевые слова: *качество дорог, кратчайший путь, оптимизация перевозок, графы, математическое программирование.*