

Сєдих О.Л.,
старший викладач кафедри інформатики
Національний університет харчових
технологій, м. Київ, Україна

РІШЕННЯ ЗАДАЧ ОПТИМІЗАЦІЇ ЗАСОБАМИ СУЧАСНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Сучасний фахівець повинен мати фундаментальну підготовку, здібності до самоосвіти, сприйняття інновацій та до прийняття нестандартних рішень і повинен володіти сучасними інформаційними технологіями. Тому для вирішення задач інженерно-економічного характеру в навчальному процесі університетів використовуються сучасні комп'ютерні інформаційні технології. Які звільняють студентів від проведення громіздких, однотипних обчислень і дозволяють зосередитися на теоретичному матеріалі.

Більшість оптимізаційних задач можуть бути вирішені за допомогою табличного процесора Excel. Процес рішення в Excel, що полягає в заповненні даними задачі клітин таблиці, внесення в них формул, виконання команд і заповнення діалогових вікон, не є до кінця автоматичним.

Нові можливості відкриває MathCAD – система для автоматизації математичних розрахунків. Основною перевагою MathCAD є те, що опис розв'язання математичних задач задається за допомогою звичних математичних формул, символів і знаків, а також шляхом звернення до спеціальних функцій.

Проблеми щодо вибору рішень, які виникають при управлінні технологічними процесами, можна сформулювати у вигляді задач математичного програмування. Прикладами таких задач є задачі оптимального використання ресурсів, завантаження обладнання, оптимізація перевезень, планування виробництва, тощо. MathCAD має потужний інструмент вирішення оптимізаційних задач – це вбудовані функції Maximize, Minimize і логічний блок Given».

Мета роботи: поєднати засвоєння математичних методів і використання для їх рішення математичного пакету MathCAD.

Розглянемо транспортну задачу (оптимізація перевезень). На трьох складах А, В, С знаходиться 200, 300 і 500 центнерів борошна відповідно. Потрібно скласти план його перевезення до чотирьох споживачів (I, II, III, IV) так, щоб вони отримали потрібні 200, 200, 300 і 500 центнерів борошна відповідно, а затрати на перевезення були мінімальними, тобто потрібно визначити, скільки одиниць вантажу повинно бути відправлено із довільного і-го складу відправлення в довільний j-ий пункт призначення так, щоб максимально задовольнити потреби і щоб сумарні затрати на перевезення були мінімальними.

Вартість перевезення 1 центнера борошна (в гривнях) зі складів до споживачів надані в табл. 1.

Таблиця 1.

Вартість перевезення 1 центнера борошна зі складів до споживачів

Склади	Споживачі			
	I	II	III	IV
A	4	3	2	1
B	2	3	5	6
C	6	7	9	12

Розв'язання:

Нехай

$$x = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{24} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{34} \end{pmatrix} - \text{матриця, що визначає план перевезень};$$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \\ 6 & 7 & 9 & 12 \end{pmatrix} - \text{матриця транспортних витрат};$$
 $a = (200 \quad 300 \quad 500) - \text{вектор ресурсів складів A, B, C};$
 $b = (200 \quad 200 \quad 300 \quad 500) - \text{вектор потреб споживачів I, II, III, IV}.$

Ця транспортна задача є закритою, оскільки сумарні ресурси і сумарні потреби співпадають:

$$\sum_{i=1}^3 a_i = \sum_{j=1}^4 b_j = 1000$$

Сформулюємо математичну модель задачі.

Цільова функція, що відповідає сумарним затратам на перевезення борошна зі складів споживачам має вигляд:

$$Z = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 c_{ij} \cdot x_{ij} \rightarrow \min \quad (1)$$

при цьому задача має наступні обмеження:

обмеження по ресурсам:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 200; \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 300; \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 500; \end{cases} \quad (2)$$

обмеження по потребам:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} + x_{31} = 200; \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 200; \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 300; \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 300; \end{cases} \quad (3)$$

умови невід'ємності:

$$x_{ij} \geq 0, \quad (i = 1, \dots, 3; j = 1, \dots, 4). \quad (4)$$

Таким чином, розв'язання транспортної задачі зводиться до мінімізації цільової функції (1) для всіх x_{ij} , які задовольняють умовам (2) - (4).

Перейдемо до реалізації задачі в MathCAD.

$$\begin{aligned}
 & \text{ORIGIN} := 1 \\
 & m := 4 \quad n := 3 \\
 & b := \begin{pmatrix} 200 \\ 300 \\ 500 \end{pmatrix} \quad a := \begin{pmatrix} 200 \\ 200 \\ 300 \\ 300 \end{pmatrix} \quad c := \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \\ 6 & 7 & 9 & 12 \end{pmatrix} \quad x_{n,m} := 0 \\
 & F(x) := \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (x_{i,j} \cdot c_{i,j}) \\
 & \text{Given} \\
 & x_{1,1} + x_{1,2} + x_{1,3} + x_{1,4} = b_1 \quad x_{1,1} + x_{2,1} + x_{3,1} = a_1 \\
 & x_{2,1} + x_{2,2} + x_{2,3} + x_{2,4} = b_2 \quad x_{1,2} + x_{2,2} + x_{3,2} = a_2 \\
 & x_{3,1} + x_{3,2} + x_{3,3} + x_{3,4} = b_3 \quad x_{1,3} + x_{2,3} + x_{3,3} = a_3 \\
 & x \geq 0 \quad x_{1,4} + x_{2,4} + x_{3,4} = a_4 \\
 & y := \text{Minimize}(F, x) \\
 & y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 200 \\ 200 & 0 & 0 & 100 \\ 0 & 200 & 300 & 0 \end{pmatrix} \quad F(y) = 5300
 \end{aligned}$$

Рис. 1. Розв'язання транспортної задачі в середовищі MathCAD

Висновок: застосування комп'ютерних інформаційних технологій сприяє економії навчального часу при виконанні на комп'ютері трудомістких обчислювальних робіт, підвищенню якості викладання. Застосування математичного пакету MathCAD у навчальному процесі полегшує сприйняття матеріалу, стимулює самостійну роботу студентів, сприяючи їх інтелектуальному розвитку. Крім того, придбані знання використовуються надалі при написанні курсових і дипломних робіт, при проведенні науково-дослідної роботи студентів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Лашенко А.П. Инженерно – экономические задачи на базе Mathcad: практикум для студентов экономических специальностей [Текст]/А.П. Лашенко. – Минск: БГТУ, 2006. – 69 с.
2. Кирьянов Д.В. MathCAD 14 [Текст]/ Д.В. Кирьянов. – СПб.: БВХ-Петербург, 2007. – 704 с.