4. УЗАГАЛЬНЕНИЙ МЕТОД ПОБУДОВИ РОЗВ'ЯЗКІВ ДУАЛЬНИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ І СУМАТОРНИХ РІВНЯНЬ

Михайло Мартиненко
Національний університет харчових технологій

Вступ. В даній роботі запропонований узагальнений метод побудови розв'язків дуальних інтегральних і суматорних рівнянь такого вигляду

$$\int_a^\infty c(\tau)m(\tau)X(\tau,\eta)\,d\tau = f(\eta)\,(a \le \eta < \eta_0)$$

$$\int_a^\infty c(\tau)X(\tau,\eta)\,d\tau = g(\eta),\,(\eta_0 \le \eta) \tag{1}$$

де $e(\tau)$ – невідома густина; $m(\tau), f(\eta), g(\eta)$ – відомі функції; $X(\tau;\eta)$ – ядро парної системи представлене через власні функції неперервного спектру. Якщо власні функції мають дискретний спектр, то інтегральні рівняння (1) перетворюються в суматорні.

Про значимість рівнянь (1) в колективній академічній монографії [1,с.56] сказано: « На даний час для розв'язування мішаних задач математичної фізики із аналітичних методів немає більш гнучкого і універсального методу, ніж метод парних рівнянь «.

Основна частина. Введемо ще одну невідому густину $c_1(\tau)$ так, щоб виконувалися рівності

$$\int_a^\infty c_1(\tau)m(\tau)X(\tau,\eta)\,d\tau = f(\eta)\,(a \le \eta < \eta_0)$$

$$\int_a^\infty c_1(\tau)X(\tau,\eta)\,d\tau = 0,\,(\eta_0 \le \eta) \tag{2}$$

$$\int_a^\infty \left[c(\tau) - c_1(\tau)\right]m(\tau)X(\tau,\eta)\,d\tau = 0, \quad (a \le \eta \le \eta_0)$$

$$\int_a^\infty \left[c(\tau) - c_1(\tau)\right]X(\tau,\eta)\,d\tau = g(\eta); \quad (\eta_0 \le \eta \le b) \tag{3}$$

Представимо густини у вигляді

$$c_1(\tau) = \int_a^\eta \varphi(t)Y_1(\tau;t)\,dt$$

$$m(\tau)\left[c(\tau) - c_1(\tau)\right] = \int_{\eta_0}^\infty \psi(\tau)Y_2(\tau;t)\,dt \tag{4}$$

де функції $\varphi(\tau)$ та $\psi(t)$ і їх похідні неперервні на відповідних проміжках, а $Y_1(\tau,t)$ та $Y_2(\tau;t)$ задовольняють умовам

$$\int_a^\infty X(\tau,\eta)Y_1(\tau,t)\,d\tau = H(t-\eta)M(\eta,t)$$

$$\int_a^\infty X(\tau,\eta)Y_2(\tau,t)\,d\tau = H(\eta-t)N(\eta,t) \tag{5}$$

де $H(t-\eta)$ – функція Хевісайда.

Такий вибір інтегральних операторів (5) тотожно задовольняють другому рівнянню системи (2) і першому рівнянню системи (3). Якщо підставити рівності (4) у відповідні інтегральні рівняння (2), (3), то прийдемо до функціональних рівностей відносно невідомих функцій $\varphi(t)$ і $\psi(t)$.

В залежності від поведінки функції $m(\tau)$ на нескінченності задачі зводяться до інтегральних або інтегро-диференціальних рівнянь Фредгольма; методи розв'язку таких рівнянь відомі [2]. Розв'язання дуальних рівнянь в тому випадку, коли ядра $X(\tau,\eta)$ представлені через конкретні власні функції наведені в роботі [3].

Висновки. В роботі розвинений метод зведення дуальних рівнянь до інтегральних або інтегро-диференціальних рівнянь Фредгольма.

ЛІТЕРАТУРА

1. Развитие теории контактных задач в СССР./ Под. ред. Л. А. Галина.– М.: Наука, 1976.- 493с.
2. Забрейко, П. П. Интегральное управление / П.П. Забрейко.– М.: Наука, 1968.– 448с.
3. Мартиненко, М. А. Мішані просторові задачі математичної теорії пружності: монографія / М. А. Мартиненко.–К.: Освіта України, 2012.– 376с.