23. Оптимальне H^{∞} оцінювання стану лінійних багатовимірних об'єктів, що функціонують в умовах невизначеності

Ігор Грищенко
Національний університет харчових технологій

Вступ: Задачі оптимального оцінювання часто виникають як окрема складова в задачах оптимального управління динамічними системами, що функціонують в умовах невизначеності і отже, від якості оцінювання суттєво залежить ефективність всієї системи керування. В роботі дається подальший розвиток і розв'язок задач калмановської фільтрації.

Матеріали і методи: В роботі використовується методи H^{∞} теорії управління і оцінювання та елементи теорії диференціальних ігор для двох осіб з нульовою сумою.

Результати: Розглянемо довільний об'єкт, динаміка якого описується математичною моделлю у вигляді системи звичайних диференціальних рівнянь виду:

$$\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt} = A(t)x(t) + B(t)w(t), \qquad 0 < t \le T, \\ x(0) = x_0 \end{cases} \tag{1}$$

де $x(t) \in R^n$ – вектор стану об'єкта, x_0 – невідомий вектор початкового стану, $w(t) \in R^m$ – вектор зовнішніх збурень, природа якого невідома, $A(t) \in R^{n\times n}$, $B(t) \in R^{n\times m}$ – задані матриці.

Нехай над об'єктом проводяться деякі спостереження, математична модель яких представлена наступним рівнянням:

$$y(t) = H(t)x(t) + D(t)w(t), \tag{2}$$

де $y(t) \in R^r$ – результат спостережень, $H(t) \in R^{r\times n}$, $D(t) \in R^{r\times m}$ – відомі матриці, причому $R(t) = D(t)D^T(t) > 0$, тобто $R(t)$ – додатно визначена матриця.

Розглянемо також вектор виду:

$$s(t) = L(t)x(t), \tag{3}$$

компоненти якого є лінійною комбінацією змінних вектора стану $x(t)$, де $L(t) \in R^{s\times n}$ – задана матриця. Цей вектор необхідно оцінити на часовому інтервалі $[0,T]$, використовуючи спостереження (2). Зауважимо, якщо $L(t) = E$ – одинична матриця, то $s(t) = x(t)$ і отже, оцінюватись буде вектор стану $x(t)$.

Уточнимо задачу H^{∞} оцінювання. Для цього введемо наступний критерій оцінювання:

$$J(p) = \sup_{x_0 \in R^n,\, w \in L_2[0,T]} \left\{ \frac{\|s - p\|^2_{[0,T]}}{\|x_0\|^2_{G^{-1}} + \|w\|^2_{[0,T]}} \right\}^{1/2}, \tag{4}$$

де введені такі позначеня: $\|w\|^2_{[0,T]} = \int_0^T w^T(t)w(t)dt$, $\|x_0\|^2_{G^{-1}} = x_0^T G^{-1} x_0$, $G = G^T > 0$ – задана вагова матриця, $p = p(t)$ – шукана оцінка вектора $s(t)$ виду (3).

Функціонал (4) можна інтерпретувати як енергію похибки оцінювання $s - p$ вектора $s(t)$ за найнесприятливіших збурень x_0 та $w(t)$, що діють на об'єкт спостереження (1).

Задача H^{∞} оцінювання полягає в тому, що необхідно знайти такий вектор оцінювання $p = p(t)$, який забезпечує виконання нерівності $J(p) < \gamma$, де $\gamma > 0$ – задане максимально допустиме порогове значення енергії похибки оцінювання. Оптимальне H^{∞} оцінювання передбачає мінімізацію енергії похибки оцінювання за

найнесприятливіших збурень. Оптимальна оцінка може бути одержана з субоптимальної шляхом пошуку найменшого допустимого значення параметра γ.

Використовуючи теорію диференціальних ігор для двох осіб з нульовою сумою, в роботі одержано шукану H^{∞} оцінку у вигляді $p(t) = L(t)\eta(t)$, де $\eta(t)$ є виходом фільтру:

$$\begin{cases} \dfrac{d\eta(t)}{dt} = A(t)\eta(t) + K(t)\big(y(t) - H(t)\eta(t)\big), \\ \eta(0) = 0, \end{cases} \tag{5}$$

в якому матричний коефіцієнт підсилення дорівнює $K(t) = \big(P(t)H^T(t) + B(t)D^T(t)\big)R^{-1}$, а матриця $P(t)$ є розв'язком деякого матричного диференціального рівняння типу Ріккаті.

Показано, що оптимальну H^{∞} оцінку можна знайти числовими методами шляхом пошуку такого мінімального значення параметра γ, при якому всі власні значення матриці $P(t)$ будуть додатніми.

Висновки: В роботі дається розв'язок задачі H^{∞} оцінювання стану стаціонарних та нестаціонарних систем, а також досліджується ефективність та якість одержаних фільтрів.

Література

1. Safonov, M.G., Limebeer J.N., Chiang R.Y. Simplifying the, theory via loop shifting, matrix pencil, and descriptor concepts, International Journal of Control, 50 (2003), pp. 2467-2488.

2. Basar, T., Olsder C.J. Dynamic Non Co-operative Game Theory. New York: Academic Press, 2002. – 475 p.