

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДИНАМІЧНОЇ ПОВЕДІНКИ ВІБРОЗАХИСНОЇ СИСТЕМИ ІЗ МАЯТНИКОВИМ ГАСНИКОМ ТИПУ “ГАНТЕЛЯ”

Вступ

В останній час у зв'язку із збільшенням висоти гнучких будівельних споруд та об'єктів (особливо баштового типу) актуальною постала проблема регулювання та стабілізації рівня амплітуд їх вимушених коливань. Зазначені вимушені коливання можуть виникати під дією динамічних навантажень різної природи – повітряних, сейсмічних, промислових, вибухових та ін. збурень [1–3]. Вони здатні порушити нормальні умови функціонування елементів будівельних споруд та об'єктів як механічних систем, а пов'язані з ними динамічні навантаження створюють пряму загрозу їх міцності.

З метою зменшення рівня вібродинамічних навантажень на елементи механічних систем застосовуються різні динамічні гасники вимушених коливань (ДГК), серед яких найбільш розповсюдженими є маятникові (на підвісі), пружні, ударні гасники [1–9], а також котково-демпфірувальні системи [10]. Деякі питання, пов'язані із визначенням оптимальних параметрів, що регулюють ефективне функціонування традиційних гасників на несучих тілах, висвітлені в роботах [11–14].

Застосування гасників кожного з цих типів теоретично обґрунтоване та унормоване у певних діапазонах власних частот несучих об'єктів. Наприклад, пружні та ударні гасники використовуються у високочастотному діапазоні з малими амплітудами, маятникові (на підвісі) – у середньочастотному, котково-демпфірувальні – у низькочастотному із великими амплітудами несучих тіл. Але існують несучі об'єкти (наприклад, телевежі, витяжні труби, несучі стволи вітроенергетичних установок тощо), у яких спектр головних трьох – чотирьох власних частот дуже широкий, а саме від низьких частот в 0,5 – 1,5 рад/с до середніх частот 10 – 15 рад/с і вище [6–9, 11].

В цих умовах зазначену проблему віброзахисту елементів механічних систем та висотних об'єктів в цілому слід вирішувати за рахунок розробки і впровадження гасників таких конструкцій, експлуатаційні робочі частоти належали би якомога ширшому частотному діапазону від 0 до 15 рад/с. Крім того, важливою особливістю таких гасників повинна бути їх компактність, надійність функціонування та простота у настройці. Одним з ефективних конструктивних рішень таких гасників є маятникові гасники типу “гантелі” (рис. 1). Як буде показано нижче, власні частоти таких гасників можуть бути налаштовані на довільну частоту несучих тіл (об'єктів) із зазначеного широкого частотного діапазону за рахунок зміни чотирьох параметрів таких гасників.

Постановка задачі

Розглядається динамічна поведінка віброзахисної системи із маятниковим гасником вимушених коливань під дією зовнішнього гармонічного збудження $F(t) = F_0 \sin(\omega t)$ (рис.1). Конструкція запропонованого для дослідження маятникового гасника має вигляд гантелі з нерівними зосередженими масами

на її кінцях, причому більша маса M знаходиться на нижньому кінці гантелі, а менша маса m - на верхньому ($M > m$). Маятник закріплено шарнірно на несучому тілі масою M_0 у точці O . Довжина плеча AO нижньої частини маятника дорівнює L , а довжина плеча BO верхньої частини - l . Вважається, що плечі AO та BO жорсткі та невагомі. Настроювання маятника здійснюється достатньо просто за рахунок зміни мас M та m , а також довжин L та l .

Застосування гасників такої конструкції доцільне як у середньочастотному, так і в низькочастотному діапазонах ($0 - 15$ рад/с) вимушених коливань. Поглинання енергії гасником здійснюється за рахунок сил тертя у сферичному шарнірі O . Моделювання демпфірування у сферичному шарнірі O виконувалось за допомогою в'язкого демпфера із коефіцієнтом в'язкого опору C_φ .

Несуче тіло може рухатись тільки вздовж осі OX і цьому рухові перешкоджає пружний елемент із коефіцієнтом жорсткості k та в'язкий демпфер із коефіцієнтом в'язкого опору C . Останній демпфер введено для урахування демпфірування, обумовленого силами внутрішнього тертя у матеріалах вертикального ствола споруди.

В цій статті рухоме несуче тіло моделює конструкцію або споруду із приведеною масою M_0 , яке слід захистити.

Метою цієї статті є побудова математичної моделі та аналіз динамічних ефектів у віброзахисній системі при функціонуванні маятникового гасника типу "гантелі" у її складі.

Побудова динамічних рівнянь руху віброзахисної системи. Знаходження власної частоти маятника у вигляді "гантелі"

Виберемо в якості незалежних узагальнених координат φ - кут відхилення маятника від вертикальної осі OZ та x_0 - переміщення центра мас (ЦМ) несучого тіла вздовж осі OX (рис.1).

Сформулюємо геометричні співвідношення для центрів мас M та m .

Для центра мас M маємо:

$$x_M = x_0 + L \sin \varphi \quad (1)$$

$$y_M = -L \cos \varphi \quad (2)$$

Для центра мас m маємо:

$$x_m = x_0 - l \sin \varphi \quad (3)$$

$$y_m = l \sin \varphi \quad (4)$$

Для побудови диференціальних рівнянь руху віброзахисної системи скористаємось формалізмом Лагранжа [15–17]. Запишемо вираз для кінетичної енергії системи:

$$T = \frac{M_0 \dot{x}_0^2}{2} + \frac{m}{2} [(\dot{x}_0 - l \cos \varphi \cdot \dot{\varphi})^2 + l^2 \sin^2 \varphi \cdot \dot{\varphi}^2 + \frac{M}{2} [(\dot{x}_0 + L \cos \varphi \cdot \dot{\varphi})^2 + L^2 \sin^2 \varphi \cdot \dot{\varphi}^2] \quad (5)$$

Після деяких перетворень маємо:

$$T = \frac{M_0 \dot{x}_0^2}{2} + \frac{m}{2} [\dot{x}_0^2 - 2\dot{x}_0 l \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} + l^2 \dot{\varphi}^2] + \frac{M}{2} [\dot{x}_0^2 + 2\dot{x}_0 L \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} + L^2 \dot{\varphi}^2] \quad (6)$$

Складемо вираз для суми елементарних робіт на відповідних віртуальних переміщеннях усіх мас механічної системи в загальному вигляді:

$$\delta A = [F(t) - (kx_0 + C\dot{x}_0)]\delta x_0 - Mg\delta y_M + mg\delta y_m - C_\varphi \dot{\varphi} \cdot \delta \varphi \quad (7)$$

Перепишемо вираз (7) у незалежних узагальнених координатах:

$$\delta A = [F(t) - (kx_0 + C\dot{x}_0)]\delta x_0 - MLg \sin \varphi \delta \varphi + mgl \sin \varphi \delta \varphi - C_\varphi \dot{\varphi} \cdot \delta \varphi \quad (8)$$

Запишемо рівняння Лагранжа II-го роду у загальній формі:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i, \quad i = \overline{1, n} \quad (9)$$

Знайдемо узагальнені сили Q_i - праві частини рівнянь Лагранжа. Для цього перепишемо вираз (8) в загальній формі:

$$\delta A = Q_x \delta x_0 + Q_\varphi \delta \varphi \quad (10)$$

Порівнюючи вирази (8) та (10), отримаємо узагальнені сили Q_i в такому вигляді:

$$Q_x = F(t) - (kx_0 + C\dot{x}_0) \quad (11)$$

$$Q_\varphi = (ml - ML)g \sin \varphi - C_\varphi \dot{\varphi} \quad (12)$$

Підставимо вирази (6), (11), (12) у формули (9). В результаті отримаємо такі диференціальні рівняння руху досліджуваної віброзахисної системи:

$$(M_0 + M + m)\ddot{x}_0 + C\dot{x}_0 + kx_0 + (ML - ml)(\cos \varphi \cdot \ddot{\varphi} - \sin \varphi \cdot \dot{\varphi}^2) = F_0 \sin(\omega t) \quad (13)$$

$$(ML^2 + ml^2)\ddot{\varphi} + C_\varphi \dot{\varphi} + (ML - ml)\ddot{x}_0 \cos \varphi + g(ML - ml)\sin \varphi = 0 \quad (14)$$

Після деяких перетворень маємо наступну систему рівнянь:

$$(1 + \nu + \mu)\ddot{x}_0 + 2n_x \dot{x}_0 + \omega_0^2 x_0 + p(\ddot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi) = \overline{F_0} \sin(\omega t) \quad (15)$$

$$\ddot{\varphi} + 2n_\varphi \dot{\varphi} + q(\ddot{x}_0 \cos \varphi + g \sin \varphi) = 0 \quad (16)$$

де $\nu = \frac{M}{M_0}$; $\mu = \frac{m}{M_0}$; $\overline{F_0} = \frac{F_0}{M_0}$; $2n_x = \frac{C_x}{M_0}$; $\omega_0^2 = \frac{k}{M_0}$; $\Delta = ML - ml$; $p = \frac{\Delta}{M_0}$;

$$\Sigma = ML^2 + ml^2; \quad q = \frac{\Delta}{\Sigma}; \quad 2n_\varphi = \frac{C_\varphi}{\Sigma}.$$

Якщо не враховувати демпфірування у сферичному шарнірі маятника ($C_\varphi = 0$) та розглядати несуче тіло нерухомим ($x_0(t) \equiv 0$), то у цьому випадку маємо тільки одне диференціальне рівняння руху маятника із нерухомою точкою підвісу O :

$$\ddot{\varphi} + qg \sin \varphi = 0 \quad (17)$$

Для такого випадку частоту малих власних коливань маятникового гасника у вигляді “гантелі” можна знайти за формулою:

$$\omega_B = \sqrt{\frac{ML - ml}{ML^2 + ml^2} g} \quad (18)$$

Як випливає з формули (18), коливання можуть відбуватись при такій умові: $ML - ml > 0$. Зазначена формула встановлює також, що регулювання

власної частоти маятничого гасника запропонованої конструкції можливе за допомогою зміни чотирьох головних параметрів (на відміну, скажімо, від коткових гасників): m, M, l, L . Це дає ширші та гнучкіші можливості налаштування гасників такої конструкції на необхідну власну частоту несучого тіла, а також суттєво розширити діапазон робочих частот (від 0 до 15 рад/с) таких гасників.

Числовий аналіз.

Аналіз динамічної поведінки досліджуваної механічної системи виконувався числовими методами з використанням сертифікованого пакету прикладних програм MATCAD [18]. При цьому не робилось ніяких застережень відносно зміни узагальненої координати φ . Головне питання в цьому дослідженні полягало в тому, щоби визначити поведінку системи в області резонансної частоти як при функціонуванні гасника, так і без нього.

Параметри системи для дослідження були вибрані такими: $L = l = 0,5 \text{ м}$; $\nu = 0,05$; $\mu = 0,043$; $\mu_0 = \frac{\mu}{\nu} = 0,86$; $n_\varphi = 0,2 \text{ с}^{-1}$; $\omega = 1,2 \text{ рад/с}$; $\omega_0 = 1,215 \text{ рад/с}$; $n_x = 0,03 \text{ с}^{-1}$; $\overline{F_0} = 0,03g$. Останні два параметри вибрані з урахуванням вимог нормативних документів будівельної галузі [19].

На рис. 2 показано графік зміни в часі T амплітуди вимушених коливань несучого тіла з урахуванням функціонування гасника, а на рис. 3 – графік зміни амплітуди кута φ відхилення осі “гантелі” від вертикалі в часі T .

Для більш повного зображення картини коливань несучого тіла наведемо їх фазовий портрет (рис. 4). Тут по осі OX відкладається амплітуда вимушених коливань несучого тіла, а по осі OY – швидкість його ЦМ (OXY – фазова площина). Фазовий портрет дозволяє визначити ту область на фазовій площині, в якій зосереджені всі рухи несучого тіла. Для досліджуваної системи це граничний цикл у вигляді еліпса з напівосьми $a = 2,148 \text{ м}$ та $b = 2,608 \text{ м/с}$ та центром на початку координат.

Щоб оцінити ефективність системи віброподавлення вимушених коливань, яка базується на використанні маятничого гасника типу “гантеля”, наведемо графік зміни амплітуди коливань несучого тіла при відсутності останньої при $M = m = 0$ (рис. 5). Порівнюючи графіки на рис. 2 та на рис. 5, можна зробити висновок про достатньо високий рівень віброподавлення вимушених коливань несучого тіла в області резонансних частот: максимальна амплітуда вимушених коливань несучого тіла при застосуванні гасника запропонованої конструкції приблизно у 1,7 рази менше, ніж при його відсутності.

Висновки

Проведений на основі розробленої математичної моделі аналіз динамічної поведінки віброзахисної системи із гасником вимушених коливань типу “гантелі” показав, що запропонована система віброподавлення вимушених коливань дозволяє значно зменшити рівень амплітуд вимушених коливань несучого тіла, і тим самим виключити можливість виникнення резонансних явищ в механічній системі. Це досягається за рахунок оптимального

настроювання параметрів гасника на відповідні частоти власних коливань несучого тіла. Регулювання власної частоти маятникового гасника запропонованої конструкції слід виконувати за допомогою оптимального вибору та настроювання чотирьох головних його параметрів: m , M , l , L . При цьому робочий діапазон власних частот (від 0 до 15 рад/с) таких гасників більш широкий, ніж у коткових та маятникових на підвісі.

Робота методики оптимального настроювання параметрів таких гасників є окремою актуальною задачею, яка буде поставлена та розв'язана у подальших дослідженнях.

Результати дослідження можуть бути корисними розробникам та проектувальникам віброгасників вимушених коливань висотних споруд та об'єктів спеціального призначення при розробці їх конструктивних рішень та у процесі вибору їх оптимальних характеристик.

Література

1. *Динамический расчет сооружений на специальные воздействия*: Справочник проектировщика (Под ред. Коренева Б.Г., Рабиновича И.М.). – М.: Стройиздат, 1981. – 216 с.
2. *Сысоев В.И.* Устройства для гашения колебаний / Справочник проектировщика “Динамический расчет зданий и сооружений” (под ред. Коренева Б.Г., Рабиновича И.М.), Раздел № 16. – М.: Стройиздат. – 1984. – С. 264 – 271.
3. *Беспрозванная И.М., Соколов А.Г., Фомин Г.М.* Воздействие ветра на высокие сплошные сооружения. – М.: Стройиздат, 1976. – 234 с.
4. *Фролов К.В., Фурман А.Ф.* Прикладная теория виброзащитных систем. – М.: Машиностроение. – 1980. – 320 с.
5. *Вибрации в технике*: Справ.: Т.6: Защита от вибрации и ударов. М.: Машиностроение. – 1981. – 456 с.
6. *Корнев Б.Г.* Динамические гасители колебаний // Тезисы доклада на междунар. Симпозиуме «Виброзащита в строительстве». – Ленинград, 1984. – т.2, С. 7 – 17.
7. *Кондра М.П., Остроумов Б.В.* Опыт применения динамических гасителей для виброзащиты башен // Тезисы доклада на междунар. Симпозиуме «Виброзащита в строительстве». – Ленинград, 1984. – т.2, С. 33-34.
8. *Остроумов Б.В.* Расчет сооружений с динамическим гасителем колебаний // Промышленное и гражданское стр-во. – 2003. - № 5. – С. 18 - 22.
9. *Остроумов Б.В.* Исследование, разработка и внедрение высотных сооружений с гасителями колебаний // Автореф. д.т.н. – М.: ЗАО «ЦНИИПСК им. Мельникова», 2003. – 48 с.
10. *Легеза В.П.* Моделі і метод віброзахисту динамічних систем на основі котково-демпфірувальних пристроїв // Автореф. д.т.н. – К. : НТУУ “КПІ”, 2004. – 38 с.
11. *Корнев Б.Г.* Об экспериментальном определении параметров маятникового динамического гасителя колебаний // Строительная механика и расчет сооружений. – 1972. - №2. – С. 22 – 28.

12. *Резников Л.М., Фишман Г.М.* Оптимальные параметры и эффективность динамического гасителя при действии периодических импульсов // *Машиноведение*. – 1973. - №1. – С. 29 – 35.
13. *Резников Л.М.* Оптимизация параметров динамических гасителей колебаний с различными видами сопротивления // *Проблемы прочности*. – 1970. - №9. – С. 43 – 50.
14. *Резников Л.М.* Оптимальные параметры динамического гасителя с частотно-независимым трением при автоколебаниях сооружений / В кн.: *Динамика механических систем*. Сб. науч. тр. Киев: Наукова думка, 1983. – С. 80 – 85.
15. *Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У.* Колебания в инженерном деле. – М.: “Машиностроение”. – 1985. – 472 с.
16. *Василенко М.В., Алексейчук О.М.* Теорія коливань і стікості руху. – К.: Вища школа. – 2004. – 526 с.
17. *Пановко Я.Г.* Основы прикладной теории колебаний и удара. Л.: “Машиностроение”. – 1976. – 320 с.
18. *Дьяконов В.В.* *MATHCAD-2001*. Специальный справочник. - Санкт-Петербург: ПИТЕР, 2002. – 832 с.
19. *Строительные нормы и правила 2.01.07-85*. Нагрузки и воздействия. Нормы проектирования. – М.: Госстрой СССР, 1987. – 35 с.

Надійшла до редакції 10 березня 2005 року

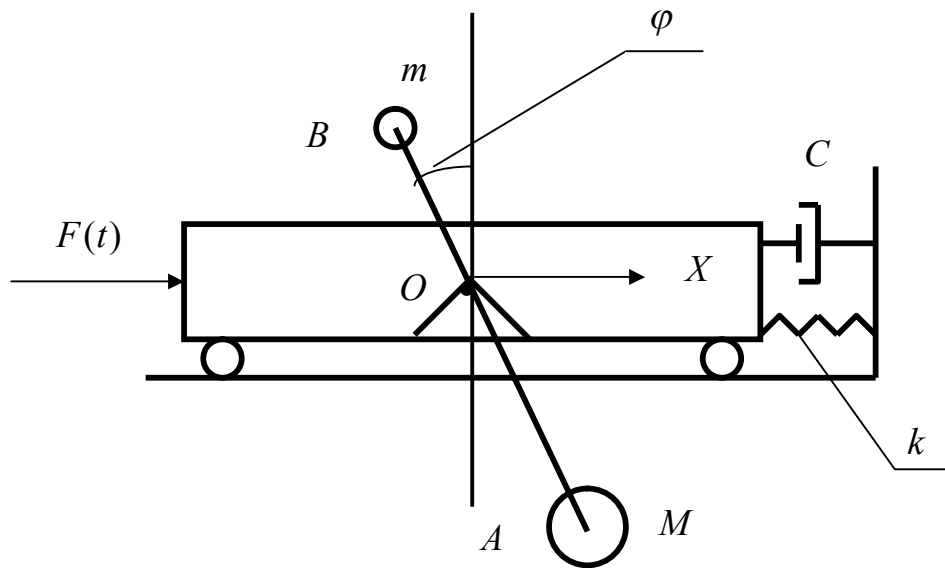


Рис. 1. Віброзахисна система із маятниковим гасником типу “гантеля” під дією зовнішнього гармонічного збудження $F(t)$

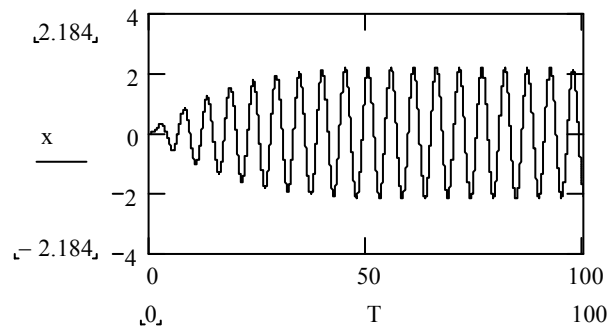


Рис. 2. Графік зміни амплітуди вимушених коливань несучого тіла в часі T з урахуванням функціонування гасника типу “гантеля”

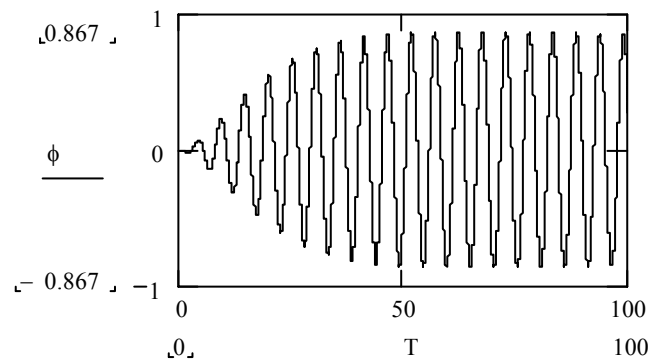


Рис. 3. Графік зміни амплітуди кута φ в часі T

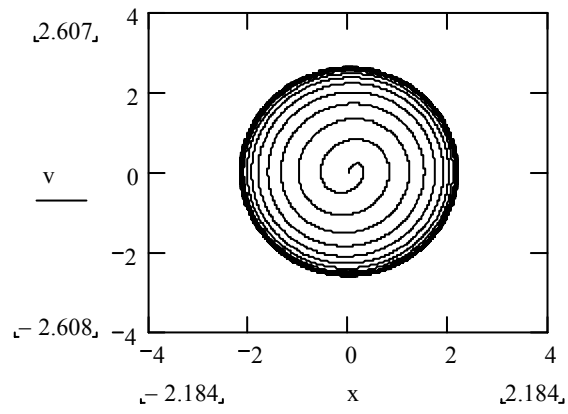


Рис. 4. Фазовий портрет коливань несучого тіла

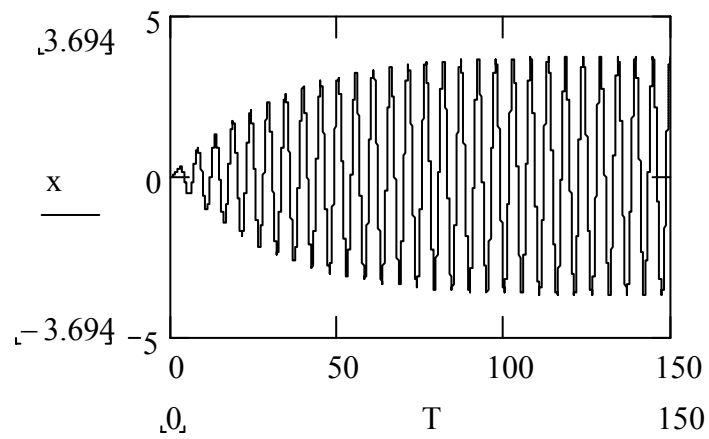


Рис. 5. Графік зміни амплітуди вимушених коливань несучого тіла при відсутності системи віброподавлення ($M = m = 0$)