

Рішення транспортної задачі на графах засобами MS Excel

Ольга Седих, Андрій Овчарук

Національний університет харчових технологій, м. Київ

Методи теорії графів часто використовуються при вирішенні різноманітних задач як технічного, так і економічного характеру. При цьому граф виступає в ролі моделі досліджуваного об'єкта, а рішення конкретної задачі зводиться до пошуку деякої оптимальної підмножини в цьому графі. В теорії графів відома велика кількість алгоритмів, але для їх реалізації потрібне вміння програмувати. Виникає питання, чи можливе застосування поширеного пакету прикладних програм, який би не потребував навичок програмування? В якості такого пакету можна використати Microsoft Excel, що має надбудову «Пошук рішення», яка дозволяє знаходити рішення оптимізаційних завдань. У цьому випадку оптимізаційна задача на графі буде зведена до задачі лінійного програмування. У даній роботі розглядається задача пошуку мінімального маршруту.

Постановка задачі. Задан граф з джерелом, стоком і $(n-1)$ проміжними пунктами (рис. 1).

Позначимо довжину комунікації через L_{ij} . Потрібно знайти маршрут найменшої довжини, що з'єднує джерело P_1 і стік P_n .

Математична модель задачі:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n L_{i,j} X_{i,j} \rightarrow \min$$

Обмеження

$$\sum_{j=1}^n X_{i,j} - \sum_{j=1}^n X_{j,i} = 0, \quad i = \overline{2, n-1}$$

$$\sum_{j=1}^n X_{1,j} - \sum_{j=1}^n X_{j,1} = 1$$

$$\sum_{j=1}^n X_{n,j} - \sum_{j=1}^n X_{j,n} = -1$$

$$X_{i,j} \in \{0,1\} \quad (i, j \in \{1,2,\dots,n\})$$

$$\text{де } X_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } P_i \text{ і } P_j \text{ з'єднані в маршруті} \\ 0, & \text{якщо } P_i \text{ і } P_j \text{ не з'єднані в маршруті} \end{cases}$$

- ✓ Перше обмеження означає, що для будь-якого P_i , крім початкового та кінцевого, кількість вихідних комунікацій (потоків) дорівнює кількості вхідних (умова балансу для проміжних пунктів).
- ✓ Друге обмеження означає, що з P_1 вихідних комунікацій на 1 більше, ніж входять (умова початку потоку).
- ✓ Третє обмеження означає, що в P_n вихідних комунікацій на 1 менше, ніж входять (умова завершення потоку).

Задача полягає в знаходженні ненульових значень елементів матриці X_{ij} , які визначають маршрут найменшої довжини.

Приклад: знайти мінімальний маршрут для задачі, заданої на графі (рис. 2).

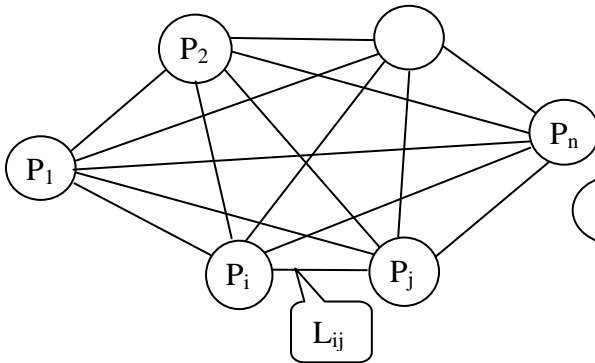


Рис. 1. Загальний вигляд графа

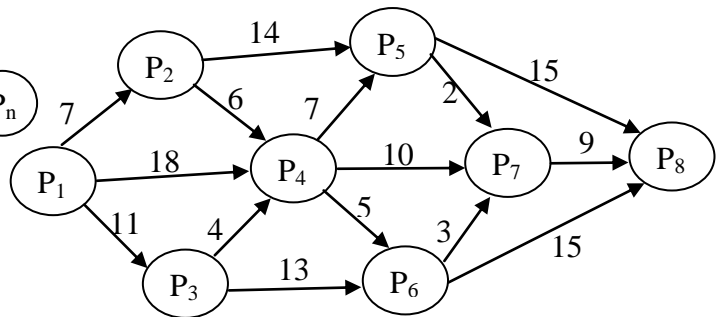


Рис. 2. Вихідний орієнтований граф прикладу задачі про мінімальний шлях

Маємо 6 проміжних пунктів $P_2 - P_7$, джерело P_1 і стік P_8 . Рішення задачі в MS Excel наведено на рис. 3. Знайдений мінімальний маршрут складає 30.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
	Дуга X_{ij}	Початок P_i	Кінець P_j	Довжи на L_{ij}		Вузол	Входять	Виходять	Сума	Обмежен ня	
1											
2	1	1	2	7		1	0	1	1	1	
3	0	1	3	11		2	1	1	0	0	
4	0	1	4	18		3	0	0	0	0	
5	1	2	4	6		4	1	1	0	0	
6	0	2	5	14		5	0	0	0	0	
7	0	3	4	4		6	1	1	0	0	
8	0	3	6	13		7	1	1	0	0	
9	0	4	5	7		8	1	0	-1	-1	
10	1	4	6	5							
11	0	4	7	10							
12	0	5	7	2							
13	0	5	8	15							
14	1	6	7	3							
15	0	6	8	15							
16	1	7	8	9							
17											
18											
19											
20											
21											
22											

Цільова функція		30
Маршрут:		$P_1 > P_2 > P_4 > P_6 > P_7 > P_8$

Поиск решения

Установить целевую ячейку: $\$D\18

Равной: максимальному значению значению: 0

Изменяя ячейки: $\$A\$2:\$A\16

Ограничения: $\$A\$2:\$A\$16 = \text{двоичное}$, $\$I\$2:\$I\$9 = \text{двоичное}$

Кнопки: Выполнить, Закрывать, Предположить, Параметры, Добавить, Изменить, Удалить, Восстановить, Справка

Рис.3. Реалізація задачі про мінімальний маршрут в Excel

Висновок: використання надбудови MS Excel «Пошук рішення» дозволяє ефективно і швидко вирішувати задачі оптимізації на графах.

Література

1. Курицкий, Б.Я. Поиск оптимальных решений средствами Excel 7.0 / Б. Я. Курицкий. – СПб : ВHV, 1997. – 384 с.