

В.Г.Мирончук, д.т.н.

О.А.Єщенко, к.т.н.

М.М. Картава

Національний університет харчових технологій

e-mail: oxayes@mail.ru

ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КРИСТАЛІЗАЦІЇ ОХОЛОДЖЕННЯМ УТФЕЛЮ ОСТАННЬОГО ПРОДУКТУ

На основі рівнянь матеріального балансу та уявлень про процес кристалізації утфелю останнього продукту охолодженням як об'єкт технології, побудована імітаційна модель цього процесу, за допомогою якої проведено обчислювальні експерименти. За результатами цих експериментів отримані експоненційні аналітичні залежності зміни характеристик утфелю в процесі кристалізації охолодженням, а саме вмісту кристалів, маси, чистоти та масової частки сухих речовин міжкристального розчину. Доведено, що результати експерименту за розробленою імітаційною моделлю повністю відображають характер перебігу процесу кристалізації сахарози охолодженням.

Ключові слова: імітаційна модель, кристалізація охолодженням, утфель, міжкристальний розчин, вміст кристалів.

Основним завданням бурякоцукрового виробництва є одержання високоякісного цукру при його мінімальних втратах. Вирішення проблеми зменшення виробничих втрат сахарози є актуальним завданням. Важливим способом зменшення виробничих втрат і, відповідно, одержання додаткової кількості цукру є максимально можливе знецукрювання меляси при кристалізації утфелю останнього продукту охолодженням. При цьому швидкість охолодження має бути такою, щоб не створювати умови вторинного кристалоутворення [1]. Тобто,

знецукрення міжкристального розчину має відбуватись за рахунок масоперенесення та вбудови молекул сахарози на поверхні існуючих кристалів. Не дивлячись на численні дослідження в цій галузі [2–4], на сьогодні існують прогалини у визначенні оптимальних режимів процесу тепло-масообміну при кристалізації утфелю в мішалках-кристалізаторах. Дослідження цього процесу методом фізичного моделювання пов'язано в значній мірі з труднощами в наслідок його довготривалості (більше 30 годин). Усунути цей недолік можливо шляхом застосування імітаційного моделювання.

Нами, на основі накопиченого цукротехніками досвіду та експериментального матеріалу [2–3], побудована імітаційна модель процесу кристалізації сахарози охолодженням у мішалках-кристалізаторах. Сам процес ми представили як об'єкт технології (рис. 1) з вхідними, керуючими та вихідними параметрами [5, 6].

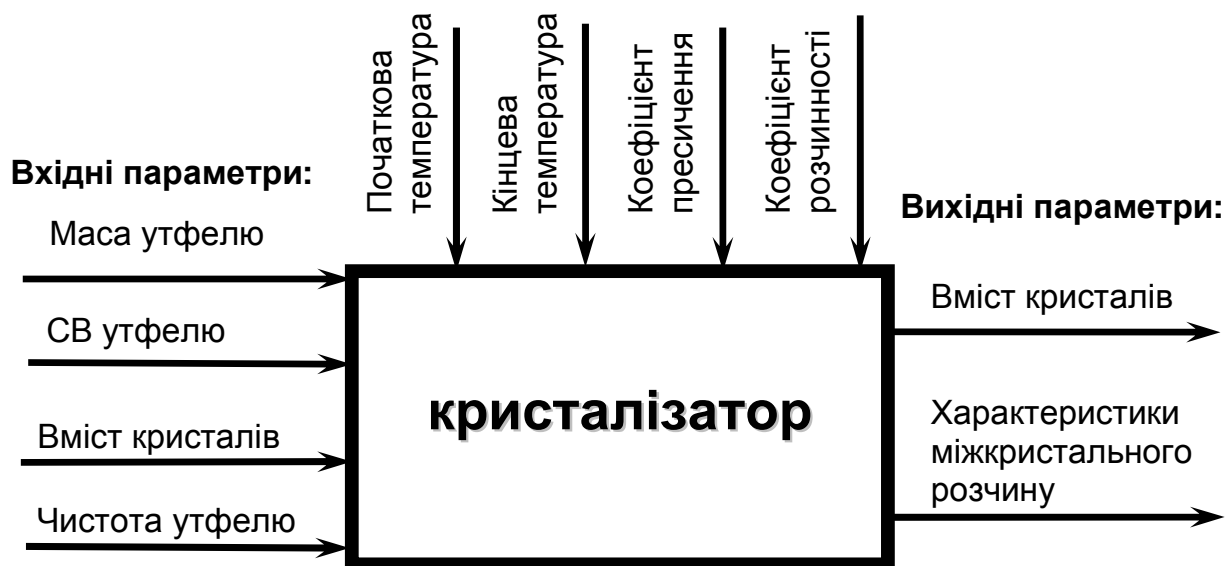


Рис. 1. Процес кристалізації сахарози охолодженням в кристалізаторах як об'єкт технології.

За основу математичного опису процесу кристалізації сахарози охолодженням приймемо матеріальний баланс процесу.

Рівняння матеріального балансу:

$$G_y = G_{kp_n} + G_{M_n} = G_{kp_k} + G_{M_k} \quad (1)$$

по сахарозі: $G_y Цк_y = G_{M_n} Цк_{M_n} + G_{kp_n} = G_{M_k} Цк_{M_k} + G_{kp_k}, \quad (2)$

по нецукрам: $G_y Ну_y = G_{M_n} Ну_{M_n} = G_{M_k} Ну_{M_k}, \quad (3)$

по сухим речовинам: $G_y CP_y = G_{M_n} CP_{M_n} + G_{kp_k} = G_{M_k} CP_{M_k} + G_{kp_k}, \quad (4)$

по воді: $G_y W_y = G_{M_n} W_{M_n} = G_{M_k} W_{M_k}, \quad (5)$

де $G_y, G_{kp_n}, G_{kp_k}, G_{M_n}, G_{M_k}$ – маса утфелю, маси кристалів в утфелі та міжкристального розчину відповідно на початку та в кінці процесу кристалізації охолодженням, кг; $Цк_y, Цк_{M_n}, Цк_{M_k}, Ну_y, Ну_{M_n}, Ну_{M_k}, CP_y, CP_{M_n}, CP_{M_k}, W_y, W_{M_n}, W_{M_k}$ – масові частки сахарози, нецукрів, сухих речовин та води в утфелі та у міжкристальному розчині відповідно на початку та в кінці процесу, %.

При математичному описі кристалізації сахарози охолодженням необхідно визначити кількість сахарози у міжкристальному розчині. Її визначають із формули

$$\frac{G_M Цк_M}{100\%} = W_y H_0(t) K_{nep},$$

тоді:

$$Цк_M = \frac{W_y H_0(t) K_{nep}}{G_M} 100\%$$

де G_M – маса міжкристального розчину, кг; $Цк_M$ – масова частка сахарози в міжкристальному розчині, %; W_y – маса води в утфелі; $H_0(t)$ – коефіцієнт розчинності сахарози, як функція температури, K_{nep} – коефіцієнт пересичення утфелю.

Залежність коефіцієнту розчинності сахарози від температури та чистоти розчину визначаємо за рівнянням регресії третього порядку, отриманим нами методом найменших квадратів

$$\begin{aligned}
 H_0(t, \mathcal{U}) = & 1,0502 + 0,1903t - 0,01827\mathcal{U} + \\
 & + 6,084 \cdot 10^{-5}t^2 + 6,926 \cdot 10^{-3}\mathcal{U}^2 - 4,1505 \cdot 10^{-3}t\mathcal{U} + \\
 & + 6,429 \cdot 10^{-6}t^3 - 5,244 \cdot 10^{-6}\mathcal{U}^3 - \\
 & - 8,317 \cdot 10^{-6}t^2\mathcal{U} + 2,821 \cdot 10^{-5}t\mathcal{U}^2
 \end{aligned} \quad (6)$$

де t – температура продукту, °С; \mathcal{U} – чистота цукрового розчину.

Вважаємо, що в процесі кристалізації охолодженням вміст нецукрів та води в міжкристальному розчині залишається незмінним. Тоді на початку кристалізації охолодженням:

$$\text{маса міжкристального розчину: } G_{M_n} = W_y H_0(t_n, \mathcal{U}_n) K_{nep} + \frac{G_y H_{\mathcal{U}_y}}{100\%} + \frac{G_y W_y}{100\%}, \quad (7)$$

$$\text{маса кристалів: } G_{kp_n} = G_y - G_{M_n}, \quad (8)$$

$$\text{вміст кристалів в утфелі: } Kp_n = \frac{G_{kp_n}}{G_y} 100\%. \quad (9)$$

Аналогічно знаходимо маси міжкристального розчину та кристалів в кінці процесу кристалізації охолодженням:

$$G_{M_k} = W_y H_0(t_k, \mathcal{U}_k) K_{nep} + \frac{G_y H_{\mathcal{U}_y}}{100\%} + \frac{G_y W_y}{100\%}, \quad (10)$$

$$G_{kp_k} = G_y - G_{M_k}, \quad (11)$$

$$Kp_k = \frac{G_{kp_k}}{G_y} 100\%. \quad (12)$$

Для будь-якої температури утфелю в процесі охолодження $t_i = t_n \mathbf{K} t_k$:

$$G_{M_i} = W_y H_0(t_i, \mathcal{U}_i) K_{nep} + \frac{G_y H_{\mathcal{U}_y}}{100\%} + \frac{G_y W_y}{100\%}, \quad (13)$$

$$G_{kp_i} = G_y - G_{M_i}, \quad (14)$$

$$Kp_i = \frac{G_{kp_i}}{G_y} 100\%. \quad (15)$$

Масові частки сахарози, нецукрів, сухих речовин та води в міжкристальному розчині, а також його чистоту визначаємо за рівняннями:

$$Цк_{M_i} = \frac{W_y H_0(t_i) K_{nep}}{G_{M_i}} 100 \% \quad (16)$$

$$Hu_{M_i} = \frac{G_y Hu_y}{G_{M_i}} 100 \% \quad (17)$$

$$CP_{M_i} = \frac{W_y H_0(t_i) K_{nep} + G_y Hu_y}{G_{M_i}} 100 \% \quad (18)$$

$$W_{M_i} = \frac{G_y W_y}{G_{M_i}} 100 \% \quad (19)$$

$$Ч_{M_i} = \frac{Цк_{M_i}}{CP_{M_i}} 100 \% \quad (20)$$

Залежності (13)–(20) являють собою математичний опис моделі процесу кристалізації сахарози охолодженням.

На основі проведених обчислювальних експериментів за моделлю (13)–(20) нами отримані залежності характеристик утфелю (вміст кристалів, маса, чистота та масова частка сухих речовин міжкристального розчину) від температури, що представлено на рис. 2.

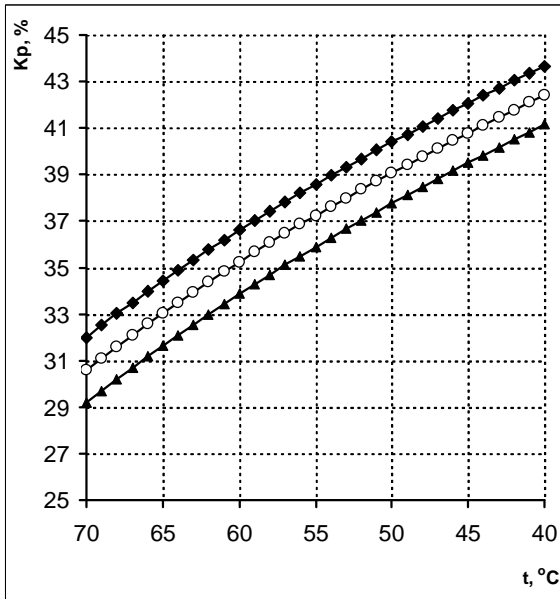
Апроксимуючи ці дані, нами отримані відповідні аналітичні залежності. Вміст кристалів в утфелі останньої кристалізації від температури апроксимується аналітичною залежністю Вейбулла:

$$Kp(t) = a_{Kp t} - b_{Kp t} e^{-c_{Kp t} t^{d_{Kp t}}}, \quad (21)$$

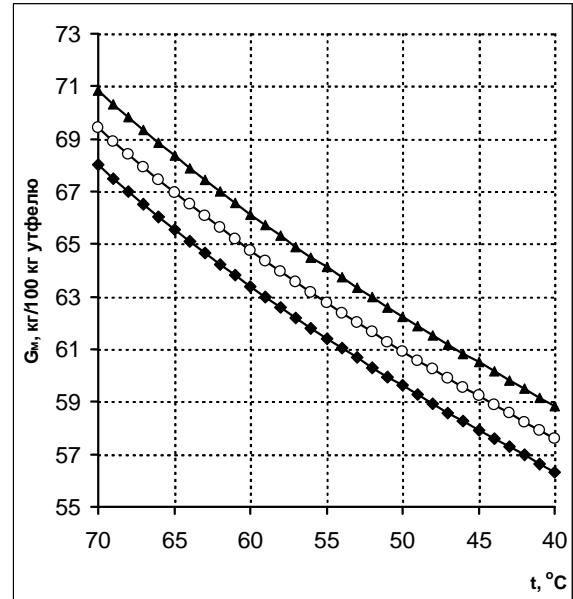
де коефіцієнти $a_{Kp t}$, $b_{Kp t}$, $c_{Kp t}$, $d_{Kp t}$ є функціями чистоти утфелю останньої кристалізації.

Аналітичний вид залежностей маси, масової частки сухих речовин та чистоти міжкристального розчину описується раціональною функцією:

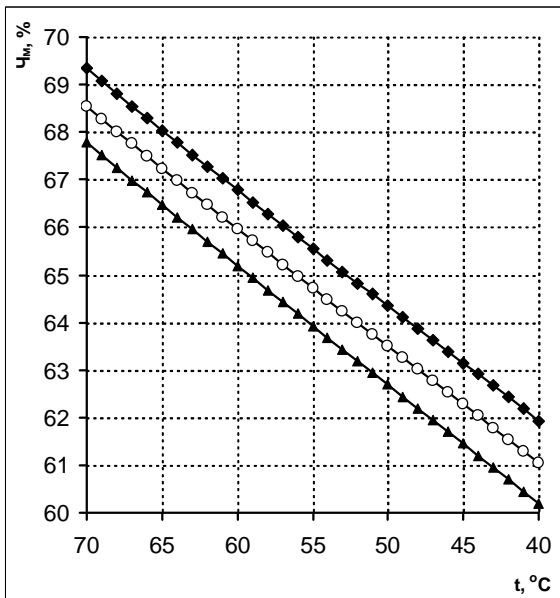
$$G_M(t) = \frac{a_{G_M} + b_{G_M} t}{1 + c_{G_M} t + d_{G_M} t^2}, \quad (22)$$



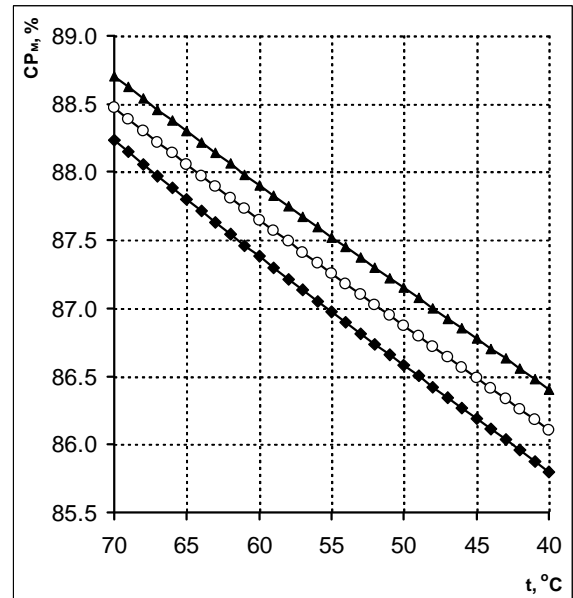
а



б



в



г

Рис. 2 Залежність зміни вмісту кристалів (а) в утфелі останнього продукту та характеристик міжкристального розчину (б – маса, в – чистота, г – масова частка СР) в процесі кристалізації охолодженням від температури: чистота утфелю останнього продукту \blacklozenge – 80 %, \circ – 79 %, \blacktriangle – 78 %.

$$CP_M(t) = \frac{a_{CP_M} + b_{CP_M} t}{1 + c_{CP_M} t + d_{CP_M} t^2}, \quad (23)$$

$$Ch_M(t) = \frac{a_{Ch_M} + b_{Ch_M} t}{1 + c_{Ch_M} t + d_{Ch_M} t^2}, \quad (24)$$

де $a_{G_M}, b_{G_M}, c_{G_M}, d_{G_M}, a_{CP_M}, b_{CP_M}, c_{CP_M}, d_{CP_M}, a_{Q_M}, b_{Q_M}, c_{Q_M}$ – розрахункові коефіцієнти, що залежать від чистоти утфелю на вході в кристалізатори.

Так як всі розрахункові коефіцієнти є функціями чистоти утфелю, то залежності (21)–(24) можна записати як двопараметричну модель зміни основних характеристик утфелю в процесі його охолодження, де параметрами є його чистота та поточна температура

$$Kp(t, Q) = a_{Kp_t}(Q) - b_{Kp_t}(Q) e^{-c_{Kp_t}(Q)t^{d_{Kp_t}(Q)}}, \quad (25)$$

$$G_M(t, Q) = \frac{a_{G_M}(Q) + b_{G_M}(Q)t}{1 + c_{G_M}(Q)t + d_{G_M}(Q)t^2}, \quad (26)$$

$$CP_M(t, Q) = \frac{a_{CP_M}(Q) + b_{CP_M}(Q)t}{1 + c_{CP_M}(Q)t + d_{CP_M}(Q)t^2}, \quad (27)$$

$$Q_M(t) = \frac{a_{Q_M}(Q) + b_{Q_M}(Q)t}{1 + c_{Q_M}(Q)t + d_{Q_M}(Q)t^2}. \quad (28)$$

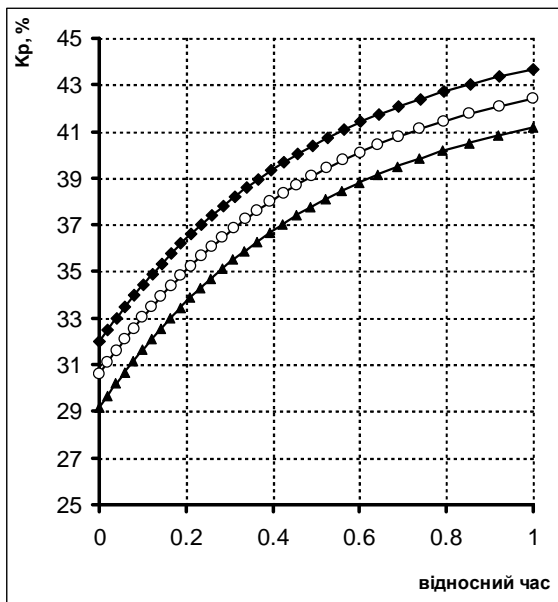
Базуючись на термодинамічних уявленнях про перебіг процесу кристалізації сахарози охолодженням та на основі того, що релаксація, тобто процес встановлення рівноваги в системі, по параметру $Y(t) = a - be^{-ct}$ відбувається за експоненційним законом, то за час релаксації Δt цей параметр змінюється в e разів, тобто $\ln(a - Y(t))$ змінюється в часі лінійно. Величина a визначає асимптоту залежності $Y(t) = a - be^{-ct}$.

Зогляду на те, що залежність Вейбулла належить до сімейства експоненційних моделей, то прологарифмувавши її та розглянувши як лінійну, отримаємо відносну часову шкалу. Температура процесу за цією шкалою описується логістичною залежністю:

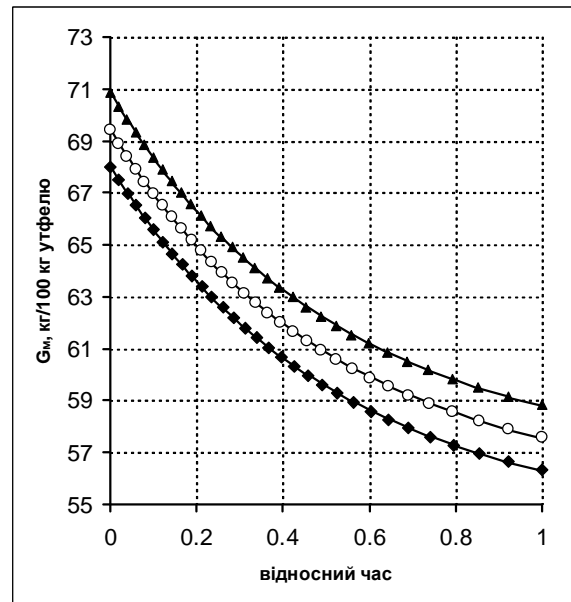
$$t(t) = \frac{a_t}{1 + b_t e^{-c_t t}}, \quad (29)$$

Де t – температура, °C; t – відносний час.

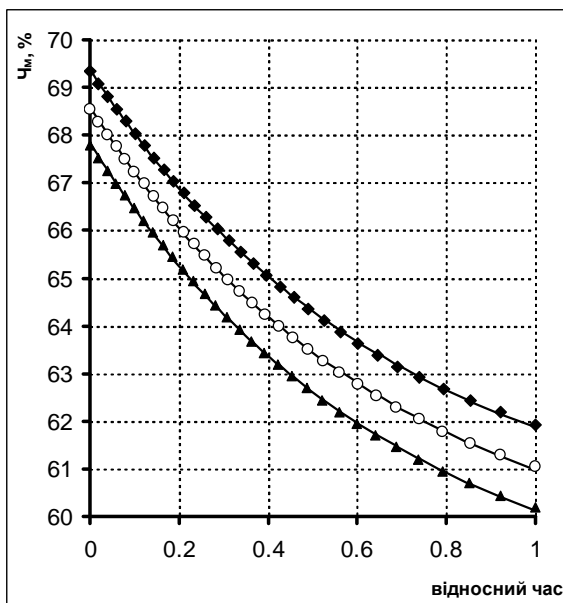
Залежності вмісту кристалів в утфелі в процесі його охолодження у відносному часі мають чітко виражений експоненційний характер (рис. 3а):



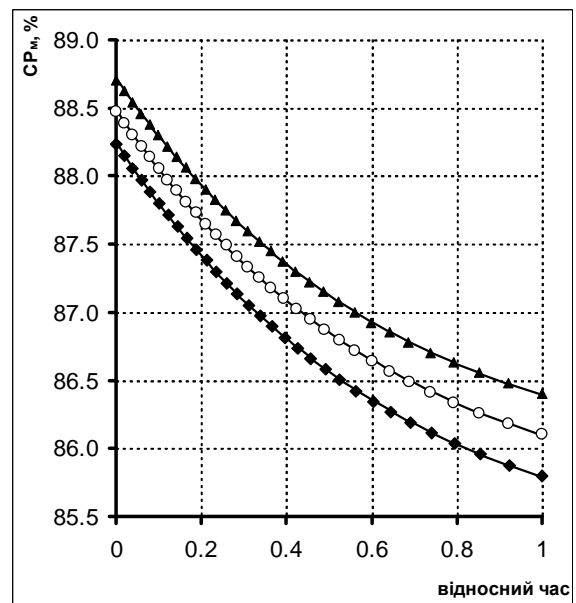
а



б



в



г

Рис.3. Залежність зміни вмісту кристалів (а) в утфелі останнього продукту та характеристик міжкристального розчину (б – маса, в – чистота, г – масова частка CP) в процесі кристалізації охолодженням у відносному часі: чистота утфелю останнього продукту \blacklozenge – 80 %, \circ – 79 %, \blacktriangle – 78 %.

$$Kp(t) = a_{Kp} (b_{Kp} - e^{-c_{Kp}t}), \quad (30)$$

а основні характеристики міжкристального розчину (маса, чистота та вміст сухих речовин) з достатньою точністю описуються логістичними залежностями (рис. 3б, в. г):

$$G_m(t) = \frac{a_{G_m}}{1 + b_{G_m} e^{-c_{G_m} t}}, \quad (31)$$

$$Q_m(t) = \frac{a_{Q_m}}{1 + b_{Q_m} e^{-c_{Q_m} t}}, \quad (32)$$

$$CP_m(t) = \frac{a_{CP_m}}{1 + b_{CP_m} e^{-c_{CP_m} t}}, \quad (33)$$

де розрахункові коефіцієнти a_{Kp} , b_{Kp} , c_{Kp} , a_{G_m} , b_{G_m} , c_{G_m} , a_{Q_m} , b_{Q_m} , c_{Q_m} , a_{CP_m} , b_{CP_m} , c_{CP_m} залежать від чистоти сиропу-нето.

Тоді, аналогічно до (25)–(28), модель (30)–(33) представляється як двопараметрична, де параметрами є чистота утфелю та відносний час кристалізації:

$$Kp(t, Q) = a_{Kp}(Q) \left(b_{Kp}(Q) - e^{-c_{Kp}(Q)t} \right), \quad (34)$$

$$G_m(t, Q) = \frac{a_{G_m}(Q)}{1 + b_{G_m}(Q) e^{-c_{G_m}(Q)t}}, \quad (35)$$

$$Q_m(t, Q) = \frac{a_{Q_m}(Q)}{1 + b_{Q_m}(Q) e^{-c_{Q_m}(Q)t}}, \quad (36)$$

$$CP_m(t, Q) = \frac{a_{CP_m}(Q)}{1 + b_{CP_m}(Q) e^{-c_{CP_m}(Q)t}}, \quad (37)$$

Висновки

Побудована нами імітаційна модель процесу кристалізації сахарози охолодженням з високою точністю описує реальний процес і може бути використана в практиці цукрового виробництва.

Результати експерименту за розробленою моделлю повністю відображають характер перебігу процесу кристалізації сахарози охолодженням.

Отримані нами аналітичні залежності зміни технологічних і масових характеристик кристалізації цукрового утфелю останнього продукту охолодження узгоджуються з висновками інших дослідників про їх експоненційний характер, що свідчить про адекватність побудованої імітаційної моделі перебігу реального процесу в мішалках-кристалізаторах.

Література

1. Бажал И.Г. Связь между тепло- и массообменом кристаллизующихся дисперсных систем. // Сахарная промышленность. – 1964, № 6. – С. 12–14.
2. Правила ведення технологічного процесу виробництва цукру з цукрових буряків. ПУП 15.83-37-106:2007. – К.: – Цукор України; – 2007. –418 с.
3. Современные технологии и оборудование свеклосахарного производства. Под ред. В.О. Штангеева. Часть 2. – К.: – Цукор України, 2004. – 320 с.
4. Попов В.Д. Основы теории тепло- и массообмена при кристаллизации сахарозы. – М.: Пищевая пром-сть, 1973. –320 с.
5. Мирончук В.Г., Єщенко О.А. Методика моделювання процесу промислової кристалізації цукрози. // Харчова промисловість – К.: НУХТ, 2009 – № 8, с. 87-90.
6. Мирончук В.Г., Єщенко О.А. Імітаційна модель апаратурно-технологічної схеми продуктового відділення цукрового заводу // Тези доповідей міжнародної науково-технічної конференції "Сучасні методи, інформаційне, програмне та технічне забезпечення систем управління організаційно-технологічними комплексами". – К.: НУХТ, 2009. – с. 26-27

В.Г.Мирончук, д.т.н.

О.А.Ещенко, к.т.н.

М.М. Картава

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КРИСТАЛЛИЗАЦИЯ ОХЛАЖДЕНИЕМ УТФЕЛЯ ПОСЛЕДНЕГО ПРОДУКТА

На основе уравнений материального баланса и представлений о процессе кристаллизации утфеля последнего продукта охлаждением как объект технологии, построена имитационная модель этого процесса, с помощью которой проведено вычислительные эксперименты. По результатам этих экспериментов получены экспоненциально аналитические зависимости изменения утфеля в процессе кристаллизации охлаждением, а именно содержания кристаллов, массы, чистоты и массовой доли сухих веществ межкристаллических раствора. Доказано, что результаты эксперимента по разработанной имитационной модели полностью отражают характер протекания процесса кристаллизации сахарозы охлаждением.

Ключевые слова: имитационная модель, кристаллизация охлаждением, утфель, межкристальный раствор, содержание кристаллов.

V.G.Myronchuk, dr.

O.A.Yeshchenko, Ph.D.

M.M.Kartava

SIMULATION MODELING OF COOLING CRYSTALLIZATION OF LAST PRODUCT MASSECUITE

Based on the equations of material balance and understanding of the process of cooling crystallization massecuite of last product as technology object simulation model of the process has been constructed by which computational experiments has been conducted. According to the results of these experiments obtained exponential dependence of the analytical

characteristics of massecuite during cooling crystallization, namely the content of crystals, weight, purity and mass fraction of solids of the syrup. It is proved that the results of an experiment developed a simulation model fully reflect the nature of the process of crystallization of sucrose cooling.

Keywords: simulation model, cooling crystallization, massecuite, syrup, the content of crystals.