УДК 66.071.5+532.529

А.М. СВІТЛИК, аспірант

О.М. ПРОХОРОВ, доцент, кандидат технічних наук

Національний університет харчових технологій

ДИНАМІКА РУХУ ДВУХФАЗНИХ СИСТЕМ В КАПІЛЯРІ

Розглянуто задачу руху рідини в газовій плівці в капілярі циліндричної форми, спираючись на рівняння Нав'є – Стокса, а також на рівняння нерозривності, для отримання математичної моделі, що дозволяє обрахувати швидкості суцільної та дисперсної фаз. Градієнт тиску повздовж осі рідини $\frac{\partial \rho}{\partial x}$ після алгебраїчних перетворень можна виразити рівнянням $\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{(G_2 - G_3) q_x - q_в}{G_1}$. Дана стаття може бути використана при розробці обладнання для сатурації рідини.

Ключові слова: циліндричний капіляр, газорідинна суміш, снарядний режим, рівняння Нав'є – Стокса, градієнт тиску.

Мікротехнології з кожним роком все більше впроваджуються в різноманітні процеси харчової технології. Більшість таких процесів проводяться в капілярах. Авторами запропоновано використовувати пористі капіляри для проведення процесу абсорбції газу у воді.

Розглянемо циліндричний пористий капіляр у якому відбувається рух газорідинної суміші в снарядному режимі. Виділемо об'єм, обмежений січенням I – I та II – II, які проходять в даний момент часу через частину газової бульбашки, а друге – через рідинний снаряд та обмежену плівку газу (рис.1).

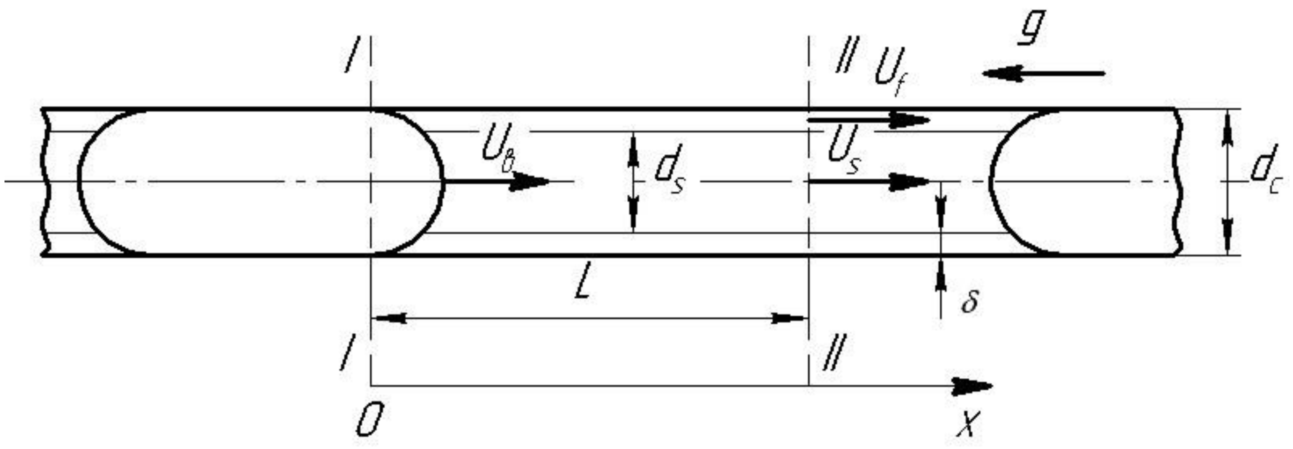

Рис. 1. Загальний рух двохфазної суміші в снарядному режимі.

На основі балансу мас для січення I – I та II – II отримаємо співвідношення

$$q_в = q_s + q_f \quad (1)$$

Вираз (1) має слідуюче тлумачення: в лівій частині представлено кількість речовини, яка входе або виходе із об’єму V через січення I – I, в праві – потоки речовин, які виходять із об’єму V через січення x=L.

Розглянемо задачу руху рідини в газовій плівці в капілярі циліндричної форми. Таким чином, бульбашка розглядається як циліндр радіусом R_c, а рідина рухається всередині газової плівки товщиною δ.

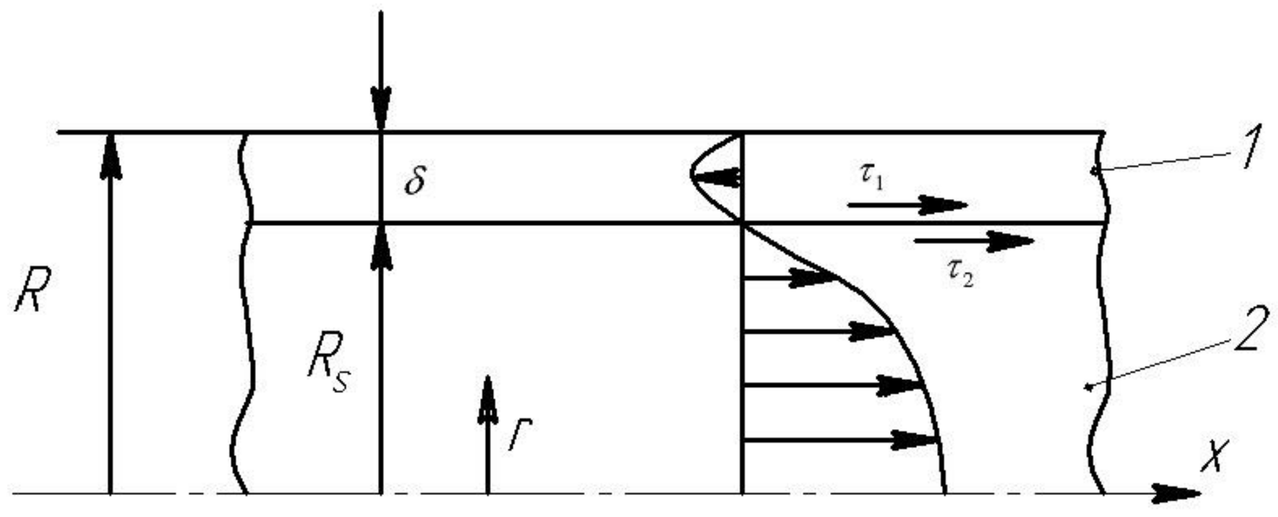

Рис. 2. Схема руху двухфазної суміші в снарядному режимі при взаємодії газової плівки і рідини;

де: 1 – газова плівка; 2 – рідина фаза.

Запишемо рівняння Нав'є – Стокса в циліндричних координатах в проекції на вісь x:

$$\rho\left(\frac{\partial U_x}{\partial t}+U_r\frac{\partial U_x}{\partial r}+\frac{U_\theta}{r}\frac{\partial U_x}{\partial \theta}+U_x\frac{\partial U_x}{\partial x}\right)=-\frac{\partial}{\partial x}(P-\rho q_x x)+\mu\nabla^2(x), \quad (2)$$

та рівняння нерозривності

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho U_r\cdot r)}{r\,\partial r}+\frac{\partial(\rho U_\theta)}{r\,\partial \theta}+\frac{\partial(\rho U_x)}{\partial x}=0 \quad (3)$$

Після перетворень рівняння (2) прийме слідуючий вигляд (індекс «x» для спрощення запису опускаємо, використовуючи позначення: для суцільної фази $U_1=U_x$, а для дисперсної $U_2=U_x$).

$$\vartheta_i\frac{\lambda}{r}\frac{\partial}{\partial_r}\left(r\frac{\partial U_i}{\partial r}\right)=-q_x+\frac{1}{\rho_i}\frac{\partial P}{\partial x} \quad (4)$$

В багатьох роботах [1, 2] на поверхні бульбашки тангенціальні напруження рівні нулю, виходячи із незначної в'язкості газу. Формулювання граничних умов показано на рис.2.

На поверхні розділення рідина газ ($r=R_в=R-\delta$)

$$U_1|_{r=R_s}=U_2|_{r=R_s};\ \tau_1|_{r=R_в}=\tau_e|_{r=R_s} \quad (5)$$

Вираз (5) можна записати:

$$\tau_1|_{r=R_s}=\mu_1\frac{\partial U_1}{\partial r}|_{r=R_в}=\tau_2|_{r=R_s}=\mu_2\frac{\partial U_2}{\partial r}|_{r=R_s} \quad (6)$$

Після ряду математичних перетворень отримуємо рівняння для визначення швидкостей:

В газовій плівці

$$U_1(r)=E_1(R^2-r^2)-Cln(\frac{R}{r}), \quad (7)$$

в дисперсній рідинній фазі

$$U_2(r) = E_1(R^2 - R_s^2) + E_2[R_s^2 - r^2] - Cln(\frac{R}{R_s}) \tag{8}$$

де: $E_1 = \frac{q_1'}{4\vartheta_1} = \frac{1}{4\vartheta_1}\left(q_x - \frac{1}{\rho_1}\frac{\partial p}{\partial x}\right)$; $E_2 = \frac{q_2'}{4\vartheta_2} = \frac{1}{4\vartheta_2}\left(q_x - \frac{1}{\rho_2}\frac{\partial p}{\partial x}\right)$; $C_1 = (\rho_1 - \rho_2)q_x\frac{R_в^2}{2\mu_1}$

Таким чином, отримаємо загальне рівняння для системи газ-рідина які рухаються в капілярі під дією сил тяжіння та прикладеного градієнта тиску.

Градієнт тиску повздовж осі рідини $\frac{\partial \rho}{\partial x}$ після алгебраїчних перетворень можна виразити рівнянням:

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{(G_2 - G_3)q_x - q_в}{G_1} \tag{9}$$

де: $G_1 = \frac{\pi}{8}\left[\frac{R^4 - R_s^4}{\mu_1} + \frac{R_s^4}{\mu_2}\right]$; $G_2 = \frac{\pi}{8}\left[\frac{R^4 - R_s^4}{\vartheta_1} + \frac{R_s^4}{\vartheta_2}\right]$; $G_3 = \frac{\pi}{4}(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\mu_1})R_s^2(R^4 - R_s^2)$

Для систем вода-повітря в капілярах більше 1мм він незначний, а при капілярах менше 1мм – він може приймати значення приблизно 1500Па/м.

Отримана математична модель дозволяє обрахувати швидкість суцільної та дисперсної фаз. При цьому необхідно враховувати: радіус капіляра R, фізичні властивості фаз $(\rho_1, \rho_2, \mu_1, \mu_2, \sigma)$, проекцію прискорення вільного падіння та витрати рідини.

Висновок. Використовуючи запропоновані математичні моделі можна розрахувати динаміку руху двухфазних систем в капілярі, при цьому враховується радіус капіляру, фізичні властивості фаз та проекцію прискорення вільного падіння та витрати рідини.

ЛІТЕРАТУРА

1. Нагматулин Р.Л. Динамика многофазных средс Ч.1./ Нагматулин Р.Л. – М.: Наука, 1987. – 464 с.
2. Taha T. Hydrodynamics of slug flow inside capillaries / Taha T. Cui Z.F. Chem Enqineering Science, 2004. V. 59. P. 1181.

Рассмотрена задача движения жидкости в газовой пленке в капилляре цилиндрической формы, опираясь на уравнение Навье – Стокса и на уравнение неразрывности, для получения математической модели, которая позволяет вычислить скорости сплошной и дисперсной фаз. Градиент давления вдоль оси жидкости $\frac{\partial \rho}{\partial x}$ после алгебраических преобразований можно выразить уравнением $\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{(G_2 - G_3)q_x - q_в}{G_1}$. Данная статья может быть использована при разработке оборудования для сатурации жидкости.

Ключевые слова: цилиндрический капилляр, газожидкостная смесь, снарядный режим, уравнение Навье - Стокса, градиент давления.

A.M. SVITLYK, A.M. PROKHOROV. DYNAMICS OF TWOPHASE SYSTEMS IN CAPILLARIES.

The problem of the fluid movement in gas scum in a cylindric capillary has been studied based on the Navier – Stoks equation and elso on the indissolubility equation in order to understand that the given mathematic model allows to calculate the speed of the solid and dispersed phases. Pressure gradient lengthwise axis of the fluid $\frac{\partial \rho}{\partial x}$ after algebraic transformations can be expressed by the equation $\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{(G_2 - G_3)q_x - q_в}{G_1}$. The mathematical model allows to calculate the rate of drying and disperse phases. This article may be used to develop equipment for fluid saturation.

Key words: cylindrical capillary, gas-liquid mixture, fast regime, equation Navier - Stokes equations, pressure gradient.