

# ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ДЛЯ ПАРАБОЛІЧНОГО РІВНЯННЯ З НЕЛОКАЛЬНИМИ КРАЙОВИМИ УМОВАМИ В КРУГОВОМУ СЕКТОРІ.

Капустян В.О., *НТУУ КПИ, м. Київ, kapustyanv@ukr.net*  
Мазур О.К., *НУХТ, м. Київ, okmazur@ukr.net*

Розглядається керований процес  $y(r, \theta, t)$ , який в області  $G$  задовольняє крайовій задачі [1]

$$\begin{aligned}\frac{\partial y}{\partial t} &= \Delta y + u(r, \theta, t), \\ y(r, \theta, t_0) &= \varphi(r, \theta), \\ y(1, \theta, t) &= p(\theta, t), p(\theta, t) \in C([0, \pi] \times [t_0, T]), p(0, t) = 0 \\ y(r, \theta, t) &= 0, r \in [0, 1], t \geq t_0 \\ \frac{\partial y(r, \theta, t)}{\partial \theta} &= \frac{\partial y(r, \pi, t)}{\partial \theta}, r \in [0, 1]\end{aligned}$$

де  $G = \{(r, \theta, t) : 0 < r < 1, 0 < \theta < \pi, t_0 < t \leq T\}$

Потрібно знайти таку неперервну функцію  $\tilde{U}(r, \theta, t)$ , щоб функціонал

$$I_D(u) = \int_{t_0}^T \int_0^1 \left[ r(U_0^2(r, t) + \sum_{k=1}^{\infty} (U_{2k-1}^2(r, t) + U_{2k}^2(r, t))) \right] dr dt$$

приймав найменше значення за умови, що

$$y(r, \theta, T) = \psi(r, \theta),$$

де  $\psi(r, \theta)$  – неперервна  $\pi$  – періодична по кутовій змінній функція.

$$U_{2k-1}(r, t) = (u, \psi_{2k-1})_{L^2(0, \pi)}, k = 1, \dots$$

$$U_{2k}(r, t) = (u, \psi_{2k})_{L^2(0, \pi)}, k = 0, 1, \dots$$

$$\psi_0(\theta) = \frac{2}{\pi^2}, \psi_{2k}(\theta) = \frac{4}{\pi^2}(\pi - \theta) \sin 2k\theta, \psi_{2k-1}(\theta) = \frac{4}{\pi^2} \cos 2k\theta$$

Доведено розв'язність наведеної задачі оптимального керування та обґрунтовано алгоритм знаходження розв'язку. Для одновимірних областей такі задачі розглянуто в [2].

## Література

- [1] Моисеев Е.И., Амбарцумян В.Э. О разрешимости нелокальной краевой задачи с равенством потоков на части границы и сопряженной к ней задачи. – Дифференциальные уравнения, 2010, т.46, №5, с. 718-725.
- [2] Капустян В.Е., Лазаренко И.С. Задачи с минимальной энергией для параболических уравнений с нелокальными краевыми условиями.- Вісник Дніпропетровського університету, 2009, т.17, №8. Серія: моделювання, вип.1, с. 47-60.