МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ХАРЧОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ М.П. ДРАГОМАНОВА

МІЖНАРОДНА НАУКОВО–МЕТОДИЧНА КОНФЕРЕНЦІЯ

СУЧАСНІ НАУКОВО–МЕТОДИЧНІ ПРОБЛЕМИ МАТЕМАТИКИ У ВИЩІЙ ШКОЛІ

21 – 22 червня 2018 р.

КИЇВ НУХТ 2018

MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF UKRAINE

NATIONAL UNIVERSITY OF FOOD TECHNOLOGIES

NATIONAL PEDAGOGICAL DRAGOMANOV UNIVERSITY

INTERNATIONAL

SCIENTIFIC AND METHODICAL CONFERENCE

MODERN SCIENTIFIC AND METHODICAL ISSUES OF MATHEMATICS IN HIGHER SCHOOL

21 to 22 June 2018

KYIV NUFT 2018

Матеріали Міжнародної науково-методичної конференції «Сучасні науково-методичні проблеми математики у вищій школі», 21 – 22 червня 2018р. – К.: НУХТ, 2018р. – 65.

Видання містить матеріали Міжнародної науково-методичної конференції «Сучасні науково-методичні проблеми математики у вищій школі». На конференції розглянуті сучасні математичні методи в інженерних задачах та методичні проблеми викладання математичних дисциплін у вищій школі. У матеріалах висвітлено шляхи і методи інтенсифікації навчального процесу й вплив новітніх наукових розробок на формування майбутніх фахівців.

Materials of International Scientific and Methodical Conference *Modern Scientific and Methodical Issues of Mathematics in Higher School, 2*1-22 June 2018. K.: NUFT, 2018. – 65.

This publication contains the materials of International Scientific and Methodical Conference *Modern Scientific and Methodical Issues of Mathematics in Higher School.* The conference covered modern methods used in mathematics and engineering challenges, as well as methodical issues of teaching mathematical disciplines in higher school. The materials elucidate the ways and methods of intensification of educational process and the influence of recent scientific developments on the formation of future specialists.

Рекомендовано вченою радою НУХТ.

Протокол № 10 від «26» квітня 2018р.

Матеріали конференції видано в авторській редакції

Перший завідувач кафедри вищої математики, професор
Володимир Іванович Можар

06.07.1901 – 09.11.1937

Секція 1.

Математичні методи
в
інженерних задачах

1. Перший завідувач кафедри вищої математики професор В.І. Можар

Ганна Циганкова, Іван Юрик
Національний університет харчових технологій

Можар Володимир Іванович народився 06.07.1901р. в с. Березівка Коростишівського району на Житомирщині в селянській заможній українській сім’ї. Тут він закінчив сільську церковно-приходську школу, а середню освіту здобув в м. Житомирі. В 1925 р. успішно закінчив Житомирській пединститут і після цього отримав спеціальну математичну підготовку в Київському інституті народної освіти. Проходив аспірантський стаж на науково-дослідній кафедрі математики Всеукраїнської Академії Наук (ВУАН) під керівництвом академіка М. Кравчука і М. Крилова. Вже тоді він займався вирішенням диференціальних інтегральних рівнянь теорії пружності, використовуючи в основному методи теорії функції комплексної змінної. Цій тематиці наукових досліджень були присвячені і подальші його роботи. Під час навчання в аспірантурі, він активно викладав на кафедрі вищої математики КПІ.

Маючи високу професійну математичну підготовку і досвід педагогічної роботи Володимир Іванович став організатором кафедри математики Київського інституту цукрової промисловості (тепер – НУХТ), в цьому йому допомагали талановиті математики ВУАН.

Під керівництвом В. І. Можара за період з 1930 по 1936 р. р. кафедра підготувала і видала посібники:

1. М. Кравчук, П. Касяненко, С. Кулик, В. Можар, О. Смогоржевський. Вища математика. Посібник для студентів і самоосвіти. У трьох частинах. К.: Вид-во ВУАН, 1934. – ч.1. – 407с.
2. М. Кравчук, В. Можар. Диференціальні рівняння та їх застосування в природознавстві й техніці. К.: Вид-во ВУАН, 1934. – 184с.

Це була перша математична література високого рівня видана українською мовою педагогами нашого навчального закладу. Публікація цих посібників стала визначною подією в українському математичному освітньому просторі.

В період 1934-35 рр. в Радянському Союзі почалася активна і жорстока битва з «українським націоналізмом» і вихід підготовленого курсу вищої математики для технологічних інститутів у двох томах було припинено. Така ж доля дісталася і ІІ та ІІІ томам посібника М. Кравчука та ін. Написані посібники визнавались «націоналістичними» і піддавались нищівній критиці саме за українську термінологію і українську наукову мову.

В. І. Можар належав до інтелектуальної творчої еліти українського народу. Він вільно володів декількома іноземними мовами, в тому числі англійською, німецькою, французькою. Проте в стінах рідного інституту завжди відстоював велич мови свого народу, читав лекції з математики та доповіді українською мовою.

Володимир Іванович багато зробив для створення українського математичного словника. Всі наукові і методичні праці були надруковані рідною для нього мовою. 17.11.1935 йому була присуджена вчена ступінь кандидата фізико-математичних наук, а 23.02.1935р. у 33-х річному віці він був затверджений в званні професора по кафедрі математики.

Паралельно з фундаментальними дослідженнями і методичною роботою кафедра математики на чолі з Можаром В.І. плідно співпрацювала зі спеціалістами в галузі харчових технологій, про що свідчать видані в той час статті.

Володимир Іванович приділяв велику увагу науковій роботі студентів. На кафедрі математики була розроблена чітка концепція і детальна програма науково-дослідної роботи зі студентами.

Науково-методичну значущість, важливість та актуальність для того і, навіть, теперішнього часу доповіді професора Можара «Про наукову роботу студентів» важко переоцінити. «…Примітизування науки, емпіризм, догматичність та рецептурність у викладанні знижують науково-педагогічний авторитет вищої школи…», - говорив професор Можар.

Всі, хто знали Можара В.І., відзначали, що він був блискучим лектором, талановитим педагогом, чуйним до людей і користувався великою повагою своїх колег і студентів.

В. І. Можар продовжував і далі плідно працювати над докторською дисертацією. За свідченням рідних в кінці квітня 1937р. він виїхав до Москви для доповіді своєї дисертаційної роботи на науковому семінарі.

27.11.1937р. був заарештований органами НКВС за несправедливим звинуваченням, як активний учасник націонал-фашистської терористичної організації. Через декілька днів був переданий до м. Києва. Відразу був проведений детальний обшук в його київській квартирі. Було знайдено 2 книги М. Хвильового, 2 книги Винниченка і інше. Саме ця література була використана як головний доказ причетності Володимира Івановича до ворожої організації.

Абсолютно всі звинувачення Володимир Іванович відхиляв, проте не приховував того, що просування українізації в його інституті було недостатнім і математику це не подобалося. Також він заявляв, що швидкість колективізації на селі дуже перебільшена. Одним з доказів його вини було приведення даних про членство та організацію товариства «Просвіта» в школах Житомира в 1917-18 роках.

На початку жовтня 1937 р. справу Можара В.І. було передано на розгляд трійки при Київському обласному управлінні НКВС, яка винесла йому вирок – розстріл. Вирок було виконано опівночі 9 листопада 1937 року.

Так, на злеті розквіту життєвих і творчих сил, на тридцять сьомому році життя обірвалася діяльність талановитого математика, визначного педагога, першого завідувача кафедри вищої математики професора Володимира Івановича Можара. Місце його могили на сьогоднішній день не відоме. 03.08.1956 року справу було переглянуто і Володимир Іванович був повністю реабілітований.

Багато добрих справ для студентів, для математиків, для вищої школи зробив професор В. І. Можар. Слава Богу, що прийшов час і все це втілюється в практику сьогоднішнього дня.

Сьогодні кафедра вищої математики НУХТ носить ім'я професора Можара Володимира Івановича, а студентам, які досягли значних успіхів в математиці, надається стипендія імені професора В.І. Можара.

Література.

1.Мартиненко М.А., Васянович В.Я. Творче надбання та укорочене життя професора В. І. Можара. Матеріали конференції 26–27 червня 2001 р., К.: УДУХТ, 2001. – с. 1–7.

2. Мартиненко М.А., Зінченко Т.В., Бородін В.О., Мулява О.М. Кафедрі вищої математики 85 років. – К.: НУХТ, 2015. – 122с.

2. Математик. Педагог.
(До 75-річчя від дня народження М.А. Мартиненка)

Олег Мазур, Тетяна Зінченко

Національний університет харчових технологій

22.01.2018р. (на День Злуки) щедра Доля піднесла М.А. Мартиненку безцінний дарунок – можливість відсвяткувати 75-річчя свого земного життя, а він сам собі підсунув під подушку унікальне власне надбання – 60 років загального трудового стажу. Півстоліття Михайло Антонович невтомно трудився безпосередньо на науково-освітньому полі і всі ці роки ретельно засівав його добротними фундаментальними знаннями і життєдайними зернами українського патріотизму.

Наведемо лише ключові і беззаперечні факти його біографії і професійної діяльності:

Народився майбутній професор в с. Нехвороща Полтавської обл.. в багатодітній селянській безграмотній родині. Там навчався в школі і там же недолітком (тринадцятий минало) почав працювати у місцевому колгоспі на різних роботах.

В 1968р. закінчив механіко-математичний факультет Харківського Університету і відповідно до рейтингового списку отримав направлення на посаду асистента кафедри теоретичної механіки Луганського машинобудівного інституту, де і працював більше семі років.

У 1975-1978рр. навчався в аспірантурі Київського університету ім. Т.Шевченка, де під керівництвом Мудрого вчителя А.Т. Улітка підготував і захистив кандидатську дисертацію (1979р.) У 1978 р. зарахований (за направленням Міносвіти) асистентом кафедри вищої математики КТІХП (Київського технологічного інституту харчової промисловості, нині – Національний університет харчових технологій), на якій безперервно втілював свої творчі ідеї протягом 39 років. Паралельно з педагогічною і методичною роботою він одразу розпочав активно працювати над докторською дисертацією, яку успішно захистив в Ленінградському державному університеті (1989р.). Це єдиний випадок в історії нашої кафедри, коли на її власному полі «виріс» доктор фізико-математичних наук.

Основним науковим результатом професора Мартиненко М.А. визнано запропонований ним метод розв’язання нового класу задач про рівновагу пружних тіл, які послаблені математичними розрізами по поверхням обертання другого порядку.

Пізніше метод знайшов широке застосування в задачах математичної фізики, теорії пружності і в низці наукових публікацій (Н.М. Стоян, КНУ ім. Т. Шевченко; С.Д. Смірнов, ДНУ ім. О.Гончара, та ін.) його «охрестили» методом Мартиненка-Улітка. До речі, аналітичні результати згаданого дуєту неодноразово використовував в своїй докторській дисертації Yi-Shao Lai (США, Університет Техасу, 2002 р.).

Основні наукові результати проф. М.А. Мартиненко систематизував в одноособовій монографії: «Мішані просторові задачі математичної теорії пружності», яка в конкурсах наукової літератури НУХТ і АН ВОУ (Академія наук вищої освіти України) виборола III і I місця.

За цикл вагомих наукових праць з прикладної математики проф. М.А. Мартиненко нагороджений високопрестижною в професійних колах медаллю М.В. Остроградського, як переможець всеукраїнського конкурсу АН ВОУ.

Фундаментальні праці М.А. Мартиненко сприяли його авторитету, як високопрофесійного наукового експерта і про це свідчить, наприклад, той факт, що він виступав офіційним опонентом на захисті більше 30 кандидатських і докторських дисертацій, які були виконані в КНУ ім. Т. Шевченка, ЛНУ ім. І. Франка, ДНУ ім. О.

Гончара, КПІ ім. І. Сікорського, НАУ ім. М. Жуковського, Інституті механіки ім. С. Тимошенка та ін. Він десятки разів рецензував прислані з інших ВНЗ наукові статті, автореферати, посібники і підручники. Все це суттєво розширило географію співпраці НУХТ з провідними науковими центрами України.

Необхідно додати, що окрім вагомого внеску в теорію пружності, проф. М.А. Мартиненко опублікував низку робіт, в яких розглядав температурні, контактні і електродинамічні задачі; аналітичні і чисельні методи дослідження систем інтегро-диференціальних рівнянь; проблеми віброзахисту конструкцій та інші актуальні задачі прикладної математики.

На жаль, в силу специфіки загальноосвітніх кафедр, Михайлу Антоновичу не вдалося створити стабільну наукову школу. Але заслуговує на увагу те, що, наприклад, О.І. Жупанська отримала в аспірантурі НУХТ (керівник М.А. Мартиненко) такі фундаментальні знання і наукові результати, які стали основою для дочасного присвоєння їй звання професора в США.

Проф. М.А. Мартиненко очолив кафедру вищої математики (1994 р.) тоді, коли розпочалася українізація країни. Аналіз показав, що на той час в бібліотеці УДУХТ україномовна література з математики була відсутня і студенти могли її вивчати лише за російськомовними лекціями і підручниками. За пропозицією завідувача, кафедра прийняла ключові рішення, які були спрямовані на комплексне впровадження державної мови в навчальний процес. Однією з найважливіших, безпрецедентних, і здавалося тоді, абсолютно утопічною була національно патріотична програма: «Студентам УДУХТ- україномовну математичну літературу.» Але кафедра, завдяки високій організованості і наполегливій праці, з нею успішно справилась і за відносно короткий період видала під грифом МОНУ 4 підручники (два в двох частинах), 16 навчальних посібників з усіх математичних дисциплін для студентів усіх спеціальностей. Щоб оцінити коефіцієнт зростання згаданих здобутків, їх достатньо порівняти з аналогічними даними за попередній 60-річний період (1933-1993 рр), за який кафедра не видала жодної праці з відповідним грифом. Необхідно додати, що більше половини згаданих підручників і навчальних посібників були написані з врахуванням вимог програм академіка І.С. Гулого: «Фундаменталізація профільних і профілізація фундаментальних дисциплін».

Майже два десятиліття Михайло Антонович наполегливо боролся за почесне повернення забутого імені українського патріота - пасіонарія проф. В.І. Можара, до рідного йому колективу НУХТ і в інформаційне поле України. Безцінні зерна з біографії розстріляного в 1937р. В.І. Можара Михайло Антонович старанно «відкопував» в архівах силових структур, в колі знайомих і рідних репресованого, а також в періодичних виданнях того часу. Зібрані матеріали про В.І. Можара він десятки разів доповідав на студентських, всеукраїнських, міжнародних конференціях, а також опублікував на цю тему ряд статей в газеті «Промінь», науково-інформаційних виданнях і в інтернеті. В 2001 р. М.А.Мартиненко започаткував конференцію « Сучасні науково-методичні проблеми математики у вищій школі», яка була присвячена 100-річчю від дня народження першого завідувача кафедри вищої математики професора В.І. Можара.

За сімнадцять років кафедра вже провела п'ять конференцій з незмінною назвою, які набули статусу міжнародних. За попередній 70-річний період (1930-2000рр.) подібні конференції кафедрою не проводилися. Створене інформаційне поле сприяло появі рішення ректорату НУХТ про надання кафедрі вищої математики славного імені українського апостола правди і науки проф. В.І. Можара. Повернення відбулося!

3. On point spectrum for conflict dynamical systems

Volodymyr Koshmanenko
Institute of Mathematics of NAS of Ukraine
Victoriya Voloshyna
National Pedagogical Dragomanov University

We study the problem of spectral transformation for measures which describe the power distributions for opponents along the conflict space [1]-[3]. Using the method of fractal space division we prove that the strategy of fixed priority is necessary and sufficient for emergence of the pure point measure in the limit states [4].

The trajectories of conflict dynamical system are presented in terms of probability measures

$$\begin{Bmatrix} \mu_N \\ \nu_N \end{Bmatrix} \xrightarrow{*} \begin{Bmatrix} \mu_{N+1} \\ \nu_{N+1} \end{Bmatrix}, \ N = 1,2,... \tag{1}$$

on $\Delta_0 = [0,1]$. Here * stands for the mapping corresponding to conflict interaction. We assume that Δ_0 is subjected to infinite fractal division:

$$\Delta_0 = \bigcup_{i=1}^{n} \Delta_{\alpha_i} = \bigcup_{\alpha_1,\ldots,\alpha_k=1}^{n} \Delta_{\alpha_1\ldots\alpha_k}, n \geq 2, k = 1,2,...$$

Theorem.

The limit measure μ_∞ is pure point if and only if the strategy of fixed priority is chosen, i.e.,

$$\mu_1\left(\Delta_{i_0}\right) > \nu_1\left(\Delta_{i_0}\right) \tag{2}$$

for a single fixed index $1 \leq i_0 \leq n$ and therefore $\mu_1\left(\Delta_i\right) < \nu_1\left(\Delta_i\right)$ for all $i \neq i_0$.

References.

1. V. Koshmanenko, On the Conflict Theorem for a Pair of Stochastic Vectors // Ukrainian Math. J, – 2003. – 55, 4, P.555-560.

2. V. Koshmanenko, Spectral Theory for Conflict Dynamical Systems. (in Ukrainian) Kyiv, Naukova dumka, 2016. 287p.

3. Koshmanenko V., Kharchenko N. Spectral properties of image measures after conflict interactions. Theory of Stochastic Processes. – 2004. – 10 (26), N 3-4. – P. 73–81.

4. Koshmanenko V., Voloshyna V. Limit distributions of conflict dynamical systems with point spectrum. // Ukrainian Math. J., 2018. (sent to publication).

4. Detecting of signals in half-strips

Volodymyr Dilnyi

Cracow University of Technology

Khrystyna Huk

Drohobych State Pedagogical University

Introduction

In the classical Wiener signal theory (see [1]) a signal g is a function of the continuous time parameter t and a filter Φ is a device ("a box") transforming an input signal into a certain output signal. The energy of a signal g is proportional to $\int_{\gamma} |g(z)|^2 |dz|$.

Without entering into the physical nature of a stationary filter Φ, we consider it as a translation invariant linear operator on the corresponding L^2 space.

Methods

Let $H^p_\sigma(\mathbb{C}_+)$, $\sigma \geq 0$, $1 \leq p < \infty$ be the space of analytic functions in the half-plane $\mathbb{C}_+ = \{z: Re\, z > 0\}$ for which

$$\|f\| := \sup_{|\varphi|<\frac{\pi}{2}} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} |f(re^{i\varphi})| e^{-pr\sigma|\sin\varphi|} dr \right\} < +\infty$$

For the case $\sigma = 0$ the space $H^p_\sigma(\mathbb{C}_+)$ is the (classical) Hardy space.

A function G is called cyclic in $H^p_\sigma(\mathbb{C}_+)$, $\sigma \geq 0$, $1 \leq p < \infty$, if $G \in H^p_\sigma(\mathbb{C}_+)$ and the system $\{G(z): \tau \leq 0\}$ is complete in $H^p_\sigma(\mathbb{C}_+)$.

Results

Theorem 1. Let $G \in H^2_\sigma(\mathbb{C}_+)$, $\sigma > 0$, $G \equiv 0$. Then G is cyclic in $H^2_\sigma(\mathbb{C}_+)$ if and only if the function G is zero-free in $\mathbb{C}_+$, the singular boundary function of G is an identical constant and

$$\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{\ln|G(x)|}{x} + \frac{2\sigma}{\pi} \ln x \right) = +\infty.$$

Theorem 2. Let f be an unknown filter at the half-strip $D_\sigma = \{z: Re z < 0, |Im\, z| < \sigma\}$ and let g be a test signal at the Hardy space at the $\mathbb{C}\setminus D_\sigma$. Then $\int_{-\infty}^{+\infty} f(w+\tau)g(w)dw = 0$ for all $\tau \leq 0$ implies $f \equiv 0$ if and only if

$$G(z) = \int_{\partial D_\sigma} g(w) e^{wz} dw$$

is cyclic in $H^2_\sigma(\mathbb{C}_+)$.

Also, we discuss about applications in the signal theory, zeta function theory, convolution equations and other applications.

Conclusions. We describe all test signals for identification of the unknown filter in the half-strip.

References

1. Nikolskii N.K. Operators, Functions, and Systems: An Easy Reading. Hardy, Hankel, and Toeplitz. AMS, 2002.

5. Lie-Bäcklund symmetry reduction of nonlinear and non-evolution equations

Ivan Tsyfra
AGH University of Science and Technology, Faculty of Applied Mathematics, Krakow, Poland
Wojciech Rzeszut
Faculty of Mathematics and Computer Science, Jagiellonian University, Krakow, Poland

Papers [2] and [3] dealt with the concept of the Coditional Lie-Bäcklund Symmetry of evolution equations, which is a natural generalization of nonclassical symmetry. They can be used to reduce nonlinear evolution equations with two independent variables to a system of ODEs. In fact, we can derive such a reduction by the virtue of invariant maniford method. Zhdanov proved the theorem on the connection between the Generalised Conditional Symmetry and reduction of evolution equations to the system of ordinary differential equations. The number of differential equations in this system is equal to the number of unknown functions. The approach is used to construct exact solutions of nonlinear diffusion equations in [4]. The relationship of generalized conditional symmetry of evolution equations to compatibility for overdetermined system of differential equations is studied in [7]. Svirshchevskii [5] put forward the symmetry reduction method of evolution equations of the form

$$u_t = K[u],$$

where $u = u(t,x)$, $K[u] = K\left(x, u, \frac{\partial u}{\partial x}, \dots \frac{\partial^p u}{\partial x^p}\right)$. One can use this approach if $K[u]\partial_u$ is a Lie-Bäcklund Symmetry (LBS) operator of a linear homogeneous ODE. The invariance of linear ordinary differential equations is equivalent to the invariance of linear of linear space of solutions of this equation which is used in the method of "nonlinear separation" of variables by Galaktionov. In turns out that the symmetry reduction method is also applicable to any non-evolutionary differential equation [6]

$$\eta(t, x, u_{(k)}) = 0,$$

if $X = \eta(t, x, u_{(k)})\partial_u$ is the LSB operator of a nonlinear or linear ordinary differential equations, with $u_{(k)}$ denoting all partial derivatives of *u* of order up to *k* with respect to *t* and *x*. Thus the approach can be used for symmetry reduction of partial differential equations which are not restricted to evolution type ones. It can be applied to non-evolutionary equation and even to ordinary differential equations. Moreover in the framework of this approach one can construct an ansatz which reduces non-evolutionary partial differential equations to the system of ordinary differential equations and aso the number of equations is smaller then the number of unknown functions. This enables us to find solutions depending on arbitrary functions.

Example. Let us consider equation $$u_{xx} + 0.5u^2 = 0. \qquad (1)$$

It is not linearizable and it admits symmetries $u_t\partial_u$ and $\left(u_{xxx} + uu_x\right)\partial_u$. On the grounds of the aforementioned findings, the solution to (1) provides an ansatz and a reduction for the KdV equation $u_t = u_{xxx} + uu_x$. more challenging task, however, would be to find some other PDEs sharing the same ansatz. For this purpose we introduce independent variable *z*. It can identified with the time variable *t* or viewed as a second space variable. One can show the equation (1) is invariant under LBS operators

$$\left(u^2u_xu_z + 2u_{xz}u^2{}_x\right)\partial_u \text{ and } \left(u^2u^2{}_z + 2u_{xz}u_xu_z\right)\partial_u.$$

Since a linear combination of symmetry operators is itself a symmetry operator, we can use the solution of equation (1) to reduce (1+2)-dimensional equations

$$u_t = u_{xxx} + uu_x + u^2u_xu_z + 2u_{xz}u^2{}_x \text{ and } u_t = u_{xxx} + uu_x + u^2u^2{}_z + 2u_{xz}u_xu_z,$$

or a non-evolution equation in one of the forms:

$$\varepsilon u_t + u^2u_tu_x + 2u_{tx}u^2{}_x + u_{xxx} + uu_x = 0, \quad (2)$$

$$\varepsilon u_t + u^2u^2{}_t + 2u_{tx}u_tu_x + u_{xxx} + uu_x = 0, \quad (3)$$

where ε is an arbitrary constant.

The solution of the ODE (1) is the Weierstrass's elliptic function $u(x) = -12p(x + c_1, 0, c_2)$, meaning the ansatz we substitute into the presented PDEs for reduction is

$$u(x,t) = -12p(x + c_1(t), 0, c_2(t)).$$

After such substitution, equation (2) for example, reduced to a system

$$\varepsilon c_2' = 0, \;\; \varepsilon c_1' - 144c_2' = 0.$$

This means that for $\varepsilon = 0$ equation (2) has a family of solutions

$$u(x,t) = -12p(x + c_1(t), 0, c_2), \;\; c_2 = const$$

and for $\varepsilon \neq 0$ there is only a stationary solution

$$u(x,t) = -12p(x + c_1, 0, c_2), \;\; c_1, c_2 = const.$$

For equation (3) the reduced equations are

$$c_1'\left(144c_2' - \varepsilon\right) = 0, \;\; c_2'\left(144c_2' - \varepsilon\right) = 0.$$

The solution to this system are $c_1 = const, c_2 = const$

or $c_1(t)$ - arbitrary function, $c_2 = \dfrac{\varepsilon}{144}t + c_0$, $c_0 = const.$

This means that the equation (2) has a family of solutions

$$u(x,t) = -12p(x + c_1(t), 0, \frac{\varepsilon}{144}t + c_0), \;\; c_0 = const$$

as well as a stationary solution $u(x,t) = -12p(x + c_1, 0, c_2), \;\; c_1, c_2 = const.$

References.

1. Fushchych W.I. and Tsyfra I.M., On a reduction and solutions of nonlinear wave equations with broken symmetry, J. Phys. A., 1987, v. 20, no. 2, L45-L48.

2. Fokas A.S. and Liu Q.M., Nonlinear interaction of traveling waves of non-integrable equations, Phys. Rev.Letters, 1994, v. 72, no. 21, 3293-3296.

3. Zhdanov R.Z., Conditional Lie-Bäcklund symmetry and reduction of evolution equation, J. Phys. A: Math Gen., 1995, v. 28, 3841-3850.

4. Qu C.Z., Exact solutions to nonlinear diffusion equations obtained by a generalized conditional symmetry method, IMA J.Appl.Math., 1999, v.62, 283-302.

5. Svirshchevskii S.R., Lie-Bäcklund symmetry of linear ODEs and generalized separation of variables in nonlinear equations, Phys.Lett.A, 1995, v. 199, 344-349.

6. Tsyfra I.M., Symmetry reduction of nonlinear differential equations, Proceeding of Institute of Mathematics, 2004, v.50, 266-270.

7. Kunzinger M. and Popovych R.O., Generalized conditional symmetry of evolution equations, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2011, v. 379, no.1, 444-460.

6. Точні розв'язки рівнянь Ньюела–Вайтхеда–Сегеля зі змінними коефіцієнтами

Вячеслав Бойко, Олена Ванєєва, Олександр Жалій
Інститут математики НАН України, Київ, Україна

Розглянемо клас рівнянь Ньюела–Вайтхеда–Сегеля, які також називають узагальненими рівняннями Фішера, з коефіцієнтами, що залежать від змінної часу:

$$u_t = a^2(t)u_{xx} + b(t)u - c(t)u^3, \tag{1}$$

a, b, c — довільні гладкі функції змінної t, $ac \neq 0$. Роботу [1] присвячено пошуку точних розв'язків рівнянь з цього класу. Ми показуємо, що вирази для стаціонарних розв'язків, знайдені у цій роботі, не задовольняють відповідні рівняння.

У роботі [2] клас (1) досліджено з симетрійної точки зору, а саме прокласифіковано лиївські симетрії та неліївські регулярні оператори редукції рівнянь з цього класу. З допомогою методу еквівалентності знайдено широкі сім'ї нестаціонарних точних розв'язків для деяких рівнянь з цього класу.

Прокласифіковано допустимі перетворення в класі (1), доведено, що цей клас є нормалізованим у звичайному сенсі (див. означення у [3]).

Теорема. Групоїд еквівалентності класу (1) породжений звичайною групою еквівалентності $G^{\sim}$ цього класу, що складається з перетворень вигляду

$$\tilde t = \theta(t),\quad \tilde x = \delta_1 x + \delta_2,\quad \tilde u = \varphi(t)u,\quad \tilde a^2(\tilde t) = \frac{\delta_1^{\,2}}{\theta_t}a^2(t),\ \tilde b(\tilde t) = \frac{1}{\theta_t}\left(b(t) + \frac{\varphi_t}{\varphi}\right),\ \tilde c(\tilde t) = \frac{c(t)}{\varphi^2\,\theta_t}.$$

Тут δ_1 та δ_2 — довільні сталі з $\delta_1 \neq 0$, а $\theta(t)$ та $\varphi(t)$ — довільні гладкі функції, що задовольняють умову $\varphi\theta_t \neq 0$.

Доведено, що підклас класу (1) вигляду

$$u_t = a^2(t)u_{xx} + \left(\lambda a^2(t) + \frac{\dot a(t)}{a(t)} - \frac{\dot c(t)}{2c(t)}\right)u - c(t)u^3, \tag{2}$$

де λ — довільна ненульова стала, зводиться точковим перетворенням з групи $G^{\sim}$ до класичного рівняння Ньюела–Вайтхеда–Сегеля $u_t = u_{xx} + \mathrm{sign}(\lambda)\,u - u^3$, точні розв'язки якого відомі (див., наприклад, [4]). Використовуючи ці розв'язки та відповідне перетворення еквівалентності, знайдено низку нових точних розв'язків для рівнянь (2), що не є стаціонарними і цікаві для застосувань.

Література.

1. H. Triki, A.-M. Wazwaz, Trial equation method for solving the generalized Fisher equation with variable coefficients, Phys. Lett. A 380 (2016), 1260–1262.

2. V. Boyko, C. Sophocleous, O. Vaneeva, A. Zhalij, Classification of reduction operators and exact solutions of variable coefficient Newell–Whitehead–Segel equations, to appear.

3. R.O. Popovych, A. Bihlo, Symmetry preserving parameterization schemes, J. Math. Phys. 53 (2012), 073102, 36 pp.

4. O.O. Vaneeva, R.O. Popovych, C. Sophocleous, Enhanced group analysis and exact solutions of variable coefficient semilinear diffusion equations with a power source, Acta Appl. Math. 106 (2009), 1–46.

7. Групові властивості та точні розв'язки (2+1)-вимірного лінійного рівняння ціноутворення азійського опціону

Станіслав Спічак,
Інститут математики НАН України
Валерій Стогній, Інна Копась
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

У роботі [1] розглядається рівняння

$$\frac{\partial V}{\partial t}+\frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}+rS\frac{\partial V}{\partial S}+S\frac{\partial V}{\partial A}-rV=0, \qquad (1)$$

яке описує ціноутворення азійського опціону в неперервному часі $t\in[0;T]$,
T – термін дії контракту;
$V=V(t,S,A)$ – функція вартості опціону;
S – вартість базового активу;
A – усереднене значення всіх наявних цін базових активів S до моменту часу t;
r і σ – сталі, що описують безризикову процентну ставку і волатильність акції відповідно.

Широкі застосування рівняння (1) викликають беззаперечний інтерес до отримання його точних розв'язків.

Одним із конструктивних методів їх побудови є теоретико-груповий підхід до інтегрування рівняння з частинними похідними. Використовуючи метод Лі-Овсяннікова, досліджено симетрійні властивості і знайдено максимальну алгебру інваріантності рівняння (1).

Для побудови точних розв'язків проведено класифікацію одновимірних і двовимірних підалгебр алгебри інваріантності з точністю до дії перетворень її групи автоморфізмів.

Використовуючи інваріанти, що відповідають знайденим одновимірним і двовимірним підалгебрам, здійснено редукцію цього рівняння до диференціальних рівнянь із частинними похідними з двома незалежними змінними та звичайних диференціальних рівнянь відповідно.

Ряд отриманих редукованих рівнянь вдалося проінтегрувати, що дало можливість отримати точні розв'язки рівняння.

Література.

1. Barucci E., Polidoro S., Vespri V. Some results on partial differential equations and Asian options // Math. Models Methods Appl. Sci. – 2001. – 11. – P. 475-497.

8. Застосування асимптотичних і чисельних методів для знаходження солітонних розв'язків рівняння Кортевега-де Фріза з сингулярним збуренням

Віталій Вовк, Валерій Самойленко, Владислав Сатко
Київський національний університет імені Тараса Шевченка

При математичному моделюванні різноманітних явищ і процесів у фізиці, механіці, багатьох інших галузях природознавства (біології, хімії, геології та інш.), в економіці, соціології та в техніці дослідники часто вивчають нелінійні диференціальні рівняння з частинними похідними. Актуальність таких задач пов'язана як з необхідністю аналізу адекватних, зазвичай, нелінійних математичних моделей різноманітних явищ і процесів, так і прагненням фахівців (математиків, фізиків) розробити і розвинути такі якісні та аналітичні методи дослідження моделей математичної фізики, за допомогою яких можна було б ефективно вивчати відповідні математичні задачі, які виявляються досить складними для дослідження, а тому їх вивчення вимагає використання методів і підходів як власне теорії диференціальних рівнянь і математичної фізики, так і методів функціонального аналізу та теорії динамічних систем, а також алгебро-геометричних методів та наближених, зокрема, асимптотичних, і чисельних методів, наприклад, для побудови їх точних чи наближених розв`язків.

У багатьох випадках при вивченні моделей математичної фізики ефективно використовуються (поєднуються одночасно) декілька різних методів і підходів. Різні способи поєднання різноманітних методів і підходів при дослідженні нелінійних диференціальних рівнянь можна спостерігати в історії розвитку теорії нелінійних хвиль, а саме, при вивченні рівняння Кортевега-де Фріза. Це рівняння, яке було відкрите у 1895 році, привернуло значну увагу дослідників у XX столітті, коли з’явились технічні можливості (ЕОМ) для проведення числових (комп’ютерних) експериментів. При комп’ютерному моделюванні фізичної проблеми скінченої теплопровідності тіл за допомогою перших засобів комп’ютерної техніки було виявлено зв'язок згаданої вище фізичної проблеми з рівнянням Кортевега-де Фріза і відкрито нові властивості розв’язків диференціальних рівнянь, про які раніше не було відомо. Такі розв'язки отримали назву солітонних, оскільки ці розв`язки описували взаємодії хвиль як твердих частинок. Ця обставина зацікавила вчених і у подальшому для пошуку таких розв’язків було розроблено новий метод – метод оберненої задачі розсіяння, який базується на спектральній теорії операторів.

При описі поширення нелінійних хвиль у середовищі, що характеризується неоднорідністю за часом і простором, за наявності малої дисперсії задача про пошук солітонних розв’язків зводиться до вивчення сингулярно збуреного рівняння Кортевега-де Фріза зі змінними коефіцієнтами. У переважній більшості випадків, коли коефіцієнти даного рівняння мають досить загальний вигляд, пошук точних розв’язків викликає значні труднощі або взагалі неможливий. Тому доцільно використовувати наближені (асимптотичні та чисельні) методи для знаходження таких розв’язків. При цьому, для з’ясування питання про ефективність запропонованого алгоритму побудови наближених (асимптотичних) розв’язків доцільно проводити порівняльний аналіз точних, асимптотичних і чисельних розв’язків такого рівняння при певних (заданих) коефіцієнтах рівняння і конкретних значеннях малого параметра. Саме ці питання розглянуто у даній доповіді, у якій на конкретних прикладах продемонстровано ефективність запропонованих алгоритмів побудови на основі нелінійного методу ВКБ (наближених) асимптотичних розв’язків сингулярно збуреного рівняння Кортевега-де Фріза зі змінними коефіцієнтами.

9. Точні розв'язки нелінійного хвильового рівняння

Анатолій Баранник
Інститут математики Поморської академії, Слупськ, Польща
Тетяна. Баранник
Полтавський національний педагогічний університет ім. В.Г. Короленка
Іван Юрик
Національний університет харчових технологій, Київ

Розглядається нелінійне рівняння:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = F(u)\,\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + a\,F`(u)\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2. \qquad (1)$$

Рівняння такого типу зустрічається в задачах хвильової і газової динаміки.
Ми конструюємо розв'язки виду

$$t = \omega_1(x)\,d(u) + \omega_2(x). \qquad (2)$$

Підстановка містить (2) три невідомі функції $\omega_1(x),\ \omega_2(x)$ та $d(u)$, які знаходяться з умови, що дана підстановка редагує рівняння (1) до системи звичайних диференціальних рівнянь з невідомими функціями $w_1(x)$ і $w_2(x)$.

Теорема. Якщо рівняння (1) допускає підстановку (2), то функція $F(u)$ визначається за формулою

$$F = \lambda\left(d`\right)^2, \quad \lambda - \text{стала} \neq 0,$$

де d(u) є довільним розв'язком рівняння

$$d'' = \lambda(\beta d + \gamma)(d')^{(1+2a)/a}, \quad \beta\gamma \in R, \quad \beta^2 + \gamma^2 \neq 0.$$

З теореми випливає зокрема, що побудова розв'язків виду (2) рівняння (1) у випадку $\beta \neq 0$, $a \neq \frac{1}{2}$ зводиться до інтегрування системи звичайних диференціальних рівнянь

$$\varphi_1^{`} = \frac{2a}{\lambda}\varphi_1^3, \quad \varphi_2^{`} = \frac{2a}{\lambda}\varphi_1^2\varphi_2, \qquad (3)$$

де $\varphi_1(x) = \frac{1}{1+2a}\,\omega_1^{-1}$, $\varphi_1(x) = -\frac{1}{1+2a}\,\omega_1^{-1}\,\omega_2$.

Система (3) має нескінченні серії точних розв'язків, які виражаються через еліптичні функції Якобі [*1-3*].

У випадку $\beta=0$, $a \neq -1$ рівняння (1) має вигляд

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \lambda U^{-1(1+a)}\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\lambda a}{1+a}\,U^{-(2+a)(1+a)}\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2, \qquad (4)$$

де $U = -\varepsilon U + b;\ \varepsilon = \pm 1, b \in R,$ яке локальним перетворенням

$$U = V^{1+a},\ x = \tau,\ t = \xi \qquad (5)$$

зводиться до нелінійного рівняння з квадратичною нелінійністю

$$\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = \frac{1}{\lambda}\frac{\partial^2 V}{\partial \xi^2} + \frac{a}{\lambda}\left(\frac{\partial V}{\partial \xi}\right)^2. \qquad (6)$$

Література

1. V. A. Golartionov, S. R. Svirchevskii: Exact solutions and invariant subspases of nonlinear differential equations in mechanics and physics. Boce Raton, London: Chapman & Hall/ CRC, 2007.

2. A. F. Baranchyk, T.A. Baranchyk and I. I. Yuryk: Separation of variables for nonlinear equations of hyperbolic and Korteweg de Vries type, Rep Math. Phys. 68(2011), no 1, 97-105.

3. A. F. Baranchyk, T.A. Baranchyk and I. I. Yuryk: Generalized separation of variables for nonlinear equations $U_{tt} = F(u)u_{xx} + aF`(u)u_x^2$ Rep. Math. Phys. 71 (2013), no 1 1-13.

10. Про тензорний добуток унітарних незвідних зображень групи P(1,4)

Іван Юрик

Національний університет харчових технологій

Розглядається задача розкладу на незвідні зображення тензорного добутку унітарних зображень неоднорідної групи де Сіттера P (1,4). Дана група є напівпрямим добутком вигляду $P(1,4)=SO_0(1,4)\otimes N$, де $SO_0(1,4)$-зв'язка компонента одиниці в групі всіх лінійних перетворень в просторі R_5, які зберігають квадратичну форму $x_0^2-x_1^2-x_2^2-x_3^2-x_4^2$, N- адитивна абелева група дійсних чисел a_1, a_2 a_3, a_4.

Алгебра Лі групи P(1,4) породжується ермітовими операторами P_μ і $J_{\mu\nu}$, яка має чотири інваріанти:

$$W=\frac{1}{6}v_{\mu\nu\sigma}=\frac{1}{2}\omega_{\mu\nu}^2, \qquad \varepsilon=\frac{P_0}{|P_0|}$$

$$P^2=P_0^2-P_1^2-P_2^2-P_3^2-P_4^2,\ V=\frac{1}{4}J_{\mu\nu}\omega_{\mu\nu}$$

Розглядаються зображення, які характеризуються додатнім значенням x^2 інваріанта P^2 і цілими значеннями s, t- власними значеннями інваріантів S^2, T^2 алгебри SO(4).

Лема 1. Зображення є неперервною сумою вигляду

$$\int_{æ_1+æ_2}^{\infty} V(æ)\sigma(æ)\,d\,æ,$$

де $\sigma(æ)$ **− унітарне звідне зображення, для якого $P^2=æ^2$.**

Лема 2. Зображення $R^{æ}$ розкладається в пряму суму незвідних зображень $D^{s,t}$ групи *K*. Кожне зображення $D^{s,t}$ входить в розклад з такою кратністю, з якою воно входить в розклад зображення

$$0\otimes D^{s_1t_1}\otimes D^{s_2t_2}\text{, де } (o_kf)(x)=f(k^{-1}x), k\in K,$$

x- точка одиничної сфери в просторі R_4.

Використовуючи ці леми і загальну теорію зображень компактних груп [1] отримаємо таку теорему.

Теорема. Тензорний добуток двох унітарних незвідних зображень $T^{s_1,t_1,æ_1}$ і $T^{s_1,t_1,æ_1}$ групи P(1,4) можна записати в формі

$$\otimes\sum_{s,t=0}^{\infty}\int_{æ_1+æ_2}^{\infty}c(s,t)T^{s,t,æ}\alpha(æ)dæ$$

де $c(s,t)$ явно виписується.

Ми отримали результати, які узагальнюють результати наведені в [2,3].

Література.

1. Д.П. Желобенко. Компактные группы Ли и их представления, «Наука», М., 1970

2. Л. Мишель, М. Шааф. Симетрия в квантовой физике, «Мир», М., 1974

3. И. И. Юрик. О тензорном произведении унитарных неприводимых представлений неоднородной группы де Ситтера, УМЖ, т. 27, вап 4, с. 564-568.

11. Умови біфуркації розв'язків крайових задач для операторного рівняння Ляпунова у просторі Гільберта

Олександр Покутний

Інститут математики НАН України

Доповідь присвячена отриманню умов біфуркації розв'язків операторного рівняння Ляпунова у просторі Гільберта такого вигляду:

$$AX(\varepsilon) + X(\varepsilon)B = \varepsilon CX(\varepsilon) + H, \quad (1)$$

з крайовою умовою

$$lX(\varepsilon) = \alpha. \quad (2)$$

Тут оператори A, B, C, H $\in L(H_1)$, $L(H_1)$ - простір лінійних та неперервних операторів у просторі Гільберта H_1 . Лінійний та обмежений оператор крайових умов l переводить розв'язки рівняння (1) у деякий простір Гільберта H_2 , $\alpha \in H_2$. Розглядається два випадки:

1. Породжуюча крайова задача $\varepsilon = 0$:

$$AX(0) + X(0)B = H, \quad (3)$$
$$lX(0) = \alpha \quad (4)$$

має розв'язки. У цьому випадку множина розв'язків крайової задачі (1), (2) шукається у вигляді такого ряду за степенями малого параметра $\varepsilon = 0$:

$X(\varepsilon) = \sum \varepsilon^i X_i$

почианючи з ε^{-1}.

2. Породжуюча крайова задача $\varepsilon = 0$:

$$AX(0) + X(0)B = H, \quad (5)$$
$$lX(0) = \alpha \quad (6)$$

немає розв'язків. У цьому випадку множина розв'язків крайової задачі (1), (2) шукається у вигляді такого ряду за степенями малого параметра $\varepsilon = 0$:

$X(\varepsilon) = \sum \varepsilon^i X_i$

почианючи з ε^0.

Запропонована крайова задача досліджується у так званому резонансному (критичному) випадку з використанням узагальнено-обернених та псевдообернених за Муром-Пенроузом операторів [1] та узагальнює результати отримані в [2].

Література.

1. Boichuk A. A., Samoilenko A. M. Generalized Inverse Operators and Fredholm Boundary-Value Problems, Berlin: De Gruyter, 2016, 296 p.
2. Christian Wyss. Perturbation theory for Hamiltonian operator matrices and Riccati equations, Bern, 2008, 164 p.

12. Знаходження оптимальних параметрів емпіричних моделей на принципах диференціальної еволюції

Лариса Вакал

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова

Євген Вакал

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Вступ і постановка задачі. Сучасний рівень розвитку науки передбачає проведення широкомасштабних експериментів з метою вивчення закономірностей різних фізичних явищ. При експериментальному вивченні функціональної залежності величини y від $x_1,\ldots,x_s$ (при $s=1$ маємо випадок функції однієї незалежної змінної), виконують вимірювання y при різних значеннях $x_1,\ldots,x_s$. Результати можуть бути подані у вигляді таблиці значень $(x_{1k},\ldots,x_{sk},y_k)$, $k=1,\ldots,m$, або графічно. Точна функціональна залежність y від $x_1,\ldots,x_s$ невідома і через обмежену кількість значень, а також наявність випадкових помилок однозначно відтворити її на основі отриманих даних, як правило, неможливо. Тому намагаються побудувати емпіричну модель (функцію, формулу) $y=\varphi(x_1,\ldots,x_s;a_1,\ldots,a_n)$, де $a_1,\ldots,a_n$ – деякі параметри, яка б достатньо добре наближала отримані дані. Розглядається задача знаходження оптимальних значень параметрів $a_1,\ldots,a_n$ емпіричної формули декількох змінних, для яких вибрана норма (квадратична, чебишовська та ін.) відхилення y_i від значень, обчислених за емпіричною формулою, набуває мінімального значення. Ця задача, особливо в нелінійному відносно шуканих параметрів випадку, досить складна, її розв'язання потребує застосування громіздких алгоритмів. Для знаходження оптимальних значень параметрів емпіричних формул пропонується адаптувати ефективний і водночас нескладний в реалізації алгоритм диференціальної еволюції (ДЕ). Він належить до групи еволюційних алгоритмів, які моделюють базові процеси біологічної еволюції: мутацію, схрещування та відбір.

Алгоритм. Алгоритм ДЕ починається з генерації популяції випадкових векторів $V_i=(v_{1i},\ldots,v_{ni})$, $i=\overline{1,Np}$ (Np – розмір популяції), координати яких представляють собою можливі значення параметрів $a_1,\ldots,a_n$. Далі для кожного V_i створюється мутантний вектор, над яким виконується операція схрещування. Той з векторів (V_i і вектора, отриманого після схрещування), значення цільової функції якого менше, включається в наступну популяцію. Значення цільової функції вектора V_i дорівнює похибці наближення експериментальних значень функцією $\varphi(x_1,\ldots,x_s;v_{1i},\ldots,v_{ni})$. Алгоритм завершує роботу, якщо вичерпано максимальне число популяцій або досягнуто задану точність наближення.

Результати. Алгоритм ДЕ успішно використовувався для знаходження оптимальних параметрів нелінійних емпіричних формул, зокрема, формул для обчислення кута взаємного повороту двох блоків залізобетонного елемента, відокремлених нормальною тріщиною. Цей кут залежно від форми перерізу елемента (тавр, двотавр та ін.) є функцією від чотирьох до семи змінних.

Висновки. Запропонований алгоритм дозволяє визначати оптимальні параметри як лінійних, так і нелінійних формул декількох змінних з використанням різних норм наближення. Водночас він простий в реалізації та не потребує застосування чисельних методів.

13. Еквівалентність реалізацій алгебр Лі

Марина Нестеренко
Інститут математики НАН України

У роботі переглянуте поняття еквівалентності реалізацій алгебр Лі та знайдено величини стійкі відносно перетворень еквівалентності. Як результат, сформульовано алгоритм, що дозволяє встановити еквівалентність двох заданих реалізацій та наведено ряд прикладів.

Розглянемо n-вимірний векторний простір V над полем дійсних чисел та алгебру Лі g на V, натягнуту на базис $\{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ з структурними сталими C_{ij}^k, i, j, k=1,2, … ,n. Позначимо відкриту область у $\mathbb{R}^m$ через M та алгебру Лі векторних полів на ній через Vect(M). *Реалізацією* алгебри Лі g векторними полями на M є гомоморфізм g→ Vect(M).

Зафіксуємо точку $x \in M$ і реалізацію алгебри Лі g в цій точці R(x): g→Vect(M). Реалізація у фіксованій точці є лінійним перетворенням, яке перетворює вектор v в його образ R(v(x)) в точці x. n×m-матриця цього лінійного перетворення, утворена з коефіцієнтів диференціальних операторів, називається *матрицею реалізації*, а ранг цієї матриці – *рангом реалізації*.

Реалізація R алгебри Лі g називається *транзитивною*, якщо дія відповідної локальної групи Лі – транзитивна або, еквівалентно, реалізація алгебри називається *транзитивною*, якщо її ранг дорівнює m в усіх точках M.

Точка $x \in M$ називається *регулярною точкою* реалізації R алгебри Лі g, якщо існує окіл U(x), такий, що rank(R) сталий для усіх точок $y \in U(x)$.

Лема. Нехай реалізація R(x): g→Vect(M) має ранг r=rank(R)<m в регулярній точці $x \in M$, де m=dim M, тоді існує локально еквівалентна їй реалізація R(y) : g→Vect(M) в регулярній точці $y \in M$, така, що коефіцієнти базисних векторних полів $\xi_{il}(y)=0$ для усіх i=1, …, n, l=r+1, …, m.

Алгоритм співставлення:

1) попередня перевірка (пошук ізоморфізму алгебр, перевірка точності та транзитивності представників);

2) редукція несуттєвих змінних (обчислення рангу, та застосування леми);

3) встановлення підалгебри (знаходження ядра лінійного оператора);

4) побудова дифеоморфізму та автоморфізму, що зводить одну реалізацію до іншої.

Література.

1. Popovych R., Boyko V., Nesterenko M., Lutfullin M., Realizations of Real Low-Dimensional Lie Algebras, J. Physics A, 2003, V.36, N 26, 7337–7360.

2. M. Nesterenko, S. Posta, Comparison of realizations of Lie algebras, J. Phys.: Conf. Ser. (2018).

14. Про нелінійне деформування податливої на поперечний зсув гнучкої циліндричної оболонки некругового поперечного перерізу

Євген Сторожук, Іван Чернишенко
Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України
Анатолій Богатирчук
Національний університет харчових технологій

Вступ. Некругові циліндричні оболонки з композитних матеріалів знаходять широке застосування в якості несучих елементів конструкцій сучасної техніки і споруд. При значних рівнях діючих навантажень у вказаних елементах конструкцій виникають великі (скінченні) прогини. Особливий інтерес представляє отримання точних розв'язків геометрично нелінійних задач для оболонок даного класу. На теперешній час аналітичні (точні) розв'язки для довгих гнучких циліндричних оболонок некругового перерізу побудовані лише у випадку використання співвідношень класичної теорії оболонок (гіпотез Кірхгофа-Лява) [1].

Постановка і метод розв'язку задачі. Розглянемо нескінченно довгу незамкнену циліндричну оболонку некругового поперечного перерізу, яка виготовлена з композитного матеріалу і навантажена поверхневими та крайовими силами, рівномірно розподіленими вздовж твірної. Тоді переміщення, деформації і напруження в кожному поперечному перерізі оболонки будуть однаковими, а всі шукані величини будуть змінюватися тільки вздовж напрямної.

За вихідні співвідношення при дослідженні напружено-деформованого стану (НДС) даного класу оболонок приймемо рівняння уточненої теорії гнучких пологих оболонок, побудованої з використанням гіпотези прямої нормалі (з враховуванням деформацій поперечного зсуву). Геометричні співвідношення запишемо згідно геометрично нелінійної теорії оболонок в квадратичному наближенні, а фізичні – на основі узагальненого закону Гука. Виражаючи в рівняннях рівноваги внутрішні зусилля і момент через тангенціальне переміщення, прогин і кут повороту, отримаємо систему нелінійних диференціальних рівнянь шостого порядку із змінними коефіцієнтами.

Результати. Для оболонки з шарнірно та жорстко закріпленими повздовжніми краями і кривиною поперечного перерізу, що змінюється за квадратичним законом, отримано точний розв'язок системи нелінійних визначальних рівнянь. Побудований розв'язок у параметричній формі описує нелінійну залежність переміщень, кута повороту і внутрішніх силових факторів від діючого навантаження (рівномірного тиску, згинальних моментів, поперечних сил).

Висновки. В роботі вперше отримано аналітичний (точний) розв'язок геометрично нелінійної задачі для податливої на поперечний зсув довгої пологої циліндричної оболонки некругового поперечного перерізу, що дозволяє розглянути поведінку оболонки у всій області деформування – як докритичній, так і закритичній, і виконати аналіз НДС в залежності від геометричних і механічних параметрів, а також виду навантаження і крайових умов. Побудований розв'язок також може бути еталонним для наближених і чисельних методів.

Література.

1. Григоренко Я.М., Харитонова Л.В. Деформирование гибких некруговых цилиндрических оболочек при совместном действии двух видов нагружения // Прикл. механика.– 2007.– 43, №7.– С. 58–65.

15. Використання методів математичного моделювання для прогнозної оцінки обсягів залізничних пасажирських перевезень

Євгеній Балака, Марина Резуненко
Український державний університет залізничного транспорту
Сергій Резуненко
Харківський національний університет ім. В.Н.Каразіна

Вступ. Пасажирський залізничний транспорт займає провідне місце на ринку послуг з перевезення населення України. Питання удосконалення методів прогнозування обсягів дальніх пасажирських перевезень залишається актуальним оскільки достовірні прогнозні оцінки є основою для визначення потреби в матеріально – технічних, трудових і фінансових ресурсах при плануванні роботи та подальшого розвитку вітчизняного залізничного пасажирського комплексу.

Матеріали і методи. В ході дослідження використані законодавчі та нормативні акти, що регулюють діяльність пасажирського залізничного комплексу України. Загальною методологічною базою дослідження є методи економічного аналізу, економіко–математичного моделювання і соціально-економічного прогнозування.

Аналіз різноманітних методів прогнозування обсягів пасажирських перевезень залізничним транспортом показав, що достовірну прогнозну оцінку можна отримати на основі сумісного використання кореляційно – регресійної моделі та методу екстраполяції найбільш суттєвих факторів, які впливають на цей процес.

Результати. На обсяг пасажирських перевезень залізничним транспортом впливають різноманітні фактори, найбільш суттєвими з яких є фактори економічного та соціального характеру, а саме: чисельність населення країни, реальні доходи населення та рівень тарифів на пасажирські перевезення залізничним транспортом в дальньому сполученні. Ці фактори покладено в основу моделі визначення обсягу пасажирських перевезень залізничним транспортом в дальньому сполученні.

Прогнозування обсягів пасажирських перевезень залізничним транспортом в дальньому сполученні здійснюється в три етапи. На першому етапі визначається кореляційно-регресійна модель обсягів пасажирських перевезень залізничним транспортом в дальньому сполученні на основі статистичних даних. На другому етапі визначаються окремі прогнозні значення величини факторів регресійної моделі на відповідний період випередження, для чого використовується метод екстраполяції змінної середньої. На третьому етапі на основі моделі і знайдених прогнозних значень факторів розраховується прогноз обсягу пасажирських перевезень залізничним транспортом в дальньому сполученні.

Висновки. Сумісне застосування кореляційно – регресійного аналізу та методу екстраполяції на основі змінної середньої дозволило отримати прогноз обсягу пасажирських перевезень в дальньому сполученні, ступень достовірності якого складає 95%.

Література.

1. Балака Є.І., Зоріна О.І., Колеснікова Н.М., Погасій С.О., МукміноваТ.А. Тенденції розвитку залізничних перевезень в провідних країнах світу / Залізничний транспорт України.-2000.- №1.- С.22-23.

2.Альошинський Є.С., Балака Є.І., Светлична С.О., Риженков О.С. Прогнозування обсягів вантажних перевезень через Одеський морський торгівельний порт на основі кореляційно-регресійного аналізу [Текст] / Збірник наукових праць УкрДАЗТ.-Харків, 2014.- вип.150.- С.4-11

16. Організація наближеного рішення інтегральних рівнянь в МП MathCAD

Ольга Сєдих

Національний університет харчових технологій

Вступ. До інтегральних рівнянь приводять багато задач, що виникають в математиці і математичній фізиці. Інтегральні рівняння широко використовуються в моделях, що розглядаються в теорії пружності, газовій динаміці, електродинаміці, екології та інших областях фізики. В даній роботі пропонується реалізація в МП MathCAD квадратурних алгоритмів розв'язання лінійних інтегральних рівнянь Фредгольма II роду.

Матеріали і методи. Інтегральне рівняння Фредгольма II роду має вигляд:

$$x(t) = \lambda \int_a^b Q(t,s)x(s)ds + f(t) \tag{1}$$

де *x(t)* — рішення рівняння; *f(t)* — відома функція; Q*(t,s)* — ядро інтегрального рівняння.

В основі чисельних методів розв'язання інтегральних рівнянь лежить заміна інтеграла в рівнянні кінцевою сумою, використовуючи будь-яку квадратурну формулу. Визначений інтеграл (1) можна представити його наближеним значенням, що обчислюється за допомогою квадратурної формули:

$$\int_a^b \varphi(s)ds \approx \sum_j^n A_j \varphi(s_j) \tag{2}$$

де j=1,2,...,n — номери вузлів тимчасової сітки; A_j — коефіцієнти квадратурної формули.

Підставивши праву частину (2) і враховуючи, що $\varphi(s)=Q(t,s)\,x(s)$, в рівняння (1), отримаємо:

$$x(t) \approx \lambda \sum_{j=1}^n A_j Q(t,s_j)x(s_j) + f(t) \tag{3}$$

Введемо на відрізку [a,b] дискретну тимчасову сітку $t_1,t_2,\ldots,t_n$, вузли якої співпадають з вузлами сітки $s_1,s_2,\ldots,s_n$. Для кожного моменту часу t_i виконується рівність

$$x(t_i) \approx \lambda \sum_{j=1}^n A_j Q(t_i,s_j)x(s_j) + f(t_i) \tag{4}$$

Введемо позначення $Q_{i,j}=Q(t_i,s_j)$, $f_i=f(t_i)$, $x_i=x(t_i)$ і запишемо (4) у вигляді системи n лінійних алгебраїчних рівнянь n з невідомими:

$$\begin{cases} \left(1-\lambda A_1 Q_{1,1}\right)x_1 - \lambda A_2 Q_{1,2} x_2 - \ldots - \lambda A_n Q_{1,n} x_n = f_1 \\ -\lambda A_1 Q_{2,1} x_1 + \left(1-\lambda A_2 Q_{2,2}\right)x_2 - \ldots \lambda A_n Q_{2,n} x_n = f_2 \\ \ldots.. \\ -\lambda A_1 Q_{n,1} x_1 - \lambda A_2 Q_{n,2} x_2 - \ldots + \left(1-\lambda A_n Q_{n,n}\right)x_n = f_n \end{cases} \tag{5}$$

для рішення якої можна використовувати будь-який метод розв’язку СЛАР.

Результати. Таким чином, знаходження рішення рівняння Фредгольма другого роду здійснюється за наступним алгоритмом: задається тимчасова сітка t_i; обчислюються значення функції *f(t)* у вузлах тимчасової сітки; обчислюються елементи матриці, яка містить коефіцієнти СЛАР; розв’язується СЛАР.

Висновки. Для обґрунтування застосування даних алгоритмів розв’язаний контрольний приклад $x(t) = \int_0^1 t \cdot s ds + 2t$ в математичному пакеті MathCAD, що має точне рішення $x(t)=3t$.

17. Застосування ІТ-технологій для розв’язку осесиметричної задачі про тиск двох співвісних циліндрів на шар з початковими напруженнями

Наталія Ярецька

Хмельницький національний університет

Вступ. Під час розв’язку інженерних задач вагоме місце займає дослідження контактної взаємодії твердих деформованих тіл, що пов’язане із проблемою визначення їх напружено - деформованих станів. Аналіз результатів цих досліджень дозволяє сформувати умови на межі поверхонь контактуючих тіл, що відповідають дійсності. Праці з контактної взаємодії пружних штампів із півпростором або шаром навіть у лінійній теорії пружності досить мало. Це пояснюється тим, що їх дослідження зводяться до одних із найважчих рівнянь математичної фізики, розв’язок яких пов’язаний із великими математичними труднощами. Тому дана робота присвячена застосуванню ІТ технологій в одній із задач механіки деформованого твердого тіла, що дозволяє полегшити дослідження проблеми передачі навантаження пов’язаної із врахуванням початкових напружень у тілах на закон розподілу тиску в місцях їх дотику, а розрахунок важливих елементів конструкцій дозволить більш ефективно враховувати міцність матеріалів шляхом її правильної оцінки, зберігаючи у цілому необхідну функціональність.

Матеріали і методи. У роботі з використанням співвідношень лінеаризованої теорії пружності представлено розв’язок осесиметричної задачі про контактну взаємодію пружного шару з початковими напруженнями із співвісними попередньо напруженими циліндрами без врахування сил тертя. Розроблено алгоритм та комп’ютерну програму числового обчислення компонентів напружено-деформованих станів контактуючих тіл з початковими напруженнями при довільній структурі пружного потенціалу («KNDS_CS_PZN», свідоцтво № 54576 від 05.05.2014).

Відмітимо, що при $R_1=R_2$ (де R_1, R_2 – радіуси першого та другого співвісних циліндрів, відповідно) дана задача може бути трактована як задача про тиск попередньо напруженого циліндричного штампа на шар з початковими напруженнями, що знаходиться на жорсткій основі без тертя [1].

Результати. Вплив початкових напружень на тиск пружного шару і співвісних циліндрів представлений стосовно конкретних потенціалів (потенціал Бартєнева - Хазановича, гармонічний потенціал). А розроблений алгоритм числового обчислення компонентів напружено - деформованого стану контактуючих тіл з початковими напруженнями дозволяє використовувати його при інженерних розрахунках та полегшує складність проведених досліджень. Тому запропонований алгоритм може безпосередньо використовуватись для дослідження різноманітних ізотропних, трансверсально-ізотропних або композитних матеріалів при проектуванні технологічного обладнання, деталей машин, колон будівель та іншого.

Числова реалізація дала змогу графічно відобразити вплив початкових напружень на закон розподілу контактних характеристик попередньо напружених тіл для потенціалів найпростішої структури.

Висновки. Виявлено, що початкові напруження при стиску призводять до зменшення сили напружень, а при розтягненні – до їх збільшення. Для переміщень – навпаки. Отже, вплив початкових напружень є суттєвим для контактуючих тіл і повинен враховуватися при розрахунках на міцність у деталях конструкцій.

Література.

1. Yaretskaya N. A. Three-Dimensional Contact Problem for an Elastic Layer and a Cylindrical Punch with Prestresses / N. A. Yaretskaya // International Applied Mechanics.. – 2014. – 50,№4.– Pp. 378–388.

18. Задача про рух рідини з вільною границею

Олексій Зінькевич, Володимир Сафонов
Національний університет харчових технологій
Олександр Нещадим
Національний університет біоресурсіві природокористування України

Вступ. Розробка методів розв'язання задач про рух в'язкої рідини становить проблему, яка цікавить як інженерів, так і математиків.

Матеріали і методи. Розглядається алгоритм одної із задач для лінеалізованих рівнянь Нав'є-Стокса з наперед невідомою (вільною) границею, яка визначається в процесі самого розв'язання.

Результати. Розглянемо в'язку незжимну рідину (рідке тіло), яка заповнює в момент часу $t \le 0$ область, обмеженої контуром $L(0)$ з координатами $x_k = x_k(\sigma, 0)$, $k = 1, 2$. Швидкості частинок рідини при $t \le 0$ вважаємо нульовими. Нехай, починаючи з моменту часу $t = 0$ до границі рідини $L(0)$ прикладені нормальні сили напруги. Масові сили в області і дотичні напруги на контурі вважаємо рівними нулю. Під дією сил поверхневого натягу частки рідини приходять в рух, утворюючи рухливий контур. Необхідно визначити границю рідкого тіла, а також швидкість частинок рідкого тіла.

Розглянемо послідовність моментів часу $t_0, t_1 = h, ..., t_k = k \cdot h, ...$, де $h > 0$ – крок по часу (задане мале число). Розіб'ємо процес розв'язання задачі для кожного моменту часу на етапи:

1) Припустимо, що функції $\theta_i(\sigma, t)$ і $x_i(\sigma, t)$, $i = 1, 2$ відомі для усіх $t \le t_{k-1}$ і $t \le t_k$ відповідно. Функцію $\theta_1(\sigma, t_k)$ визначаємо із інтегрального рівняння

$$-\frac{1}{2}\theta_1(\sigma_0, t_k) + \int\limits_{L(t_k)} \theta_1(\sigma, t_k) \frac{\cos \omega_0(t_k)}{2\pi r(t_k)} ds = F_1(\sigma_0, t_k);$$

2) використовуючи обчислену функцію $\theta_1(\sigma, t_k)$, а також відомі функції $x_i(\sigma, t)$ (для усіх $t \le t_k$) і $\theta_2(\sigma, t)$ (для усіх $t \le t_{k-1}$) функцію $\theta_2(\sigma, t_k)$ визначаємо за формулою $$\theta_2(\sigma_0, t_k) = 2 \int\limits_{L(t_k)} \theta_1(\sigma, t_k) \frac{\sin \omega_0(t_k)}{2\pi r(t_k)} ds + F_2(\sigma_0, t_k);$$

3) знаючи функції $\theta_i(\sigma, t_k)$ і $x_i(\sigma, t_k)$ знаходимо для моменту часу $t = t_{k+1}$ функції $x_i(\sigma, t_{k+1})$ по наближеним формулам $\vec{a}_0^1 = \vec{n}(\sigma, t_k)$, $\vec{a}_0^2 = \vec{s}(\sigma, t_k)$, $x_i(\sigma, t_{k+1}) \approx x_i(\sigma, t_k) + (t_{k+1} - t_k)\left(\vec{e}_i \cdot \sum\limits_{j=1}^{2} \theta_j(\sigma, t_k) \vec{a}_0^j\right)$. Після визначення контуру $x_i(\sigma, t_{k+1})$ можна повторити пункти 1) – 3) і обчислити функції $x_i(\sigma, t_{k+2})$.

Висновки. Нехай контур $L(t)$ в момент $t = 0$ є еліпсом $x_1(\sigma, 0) = 2\cos\sigma,\ x_2(\sigma, 0) = \sin\sigma \quad (0 \le \sigma < 2\pi)$. Під дією сил поверхневого натягу точки контуру здійснюють уповільнюючі коливання навколо положення рівноваги ($x_1^2 + x_2^2 = 2$).

19. Розв'язування деяких задач економіки за допомогою двоїстих мереж

Анатолій Богатирчук

Національний університет харчових технологій

Вступ**.** Завдання розрахунку мережі при заданих гілках полягає у визначенні відгуків на прикладені дії. Відгуки міняються при зміні дії. Крім того, відгуки можуть мінятися при зміні структури зв'язків. Тут розглядаються зміни відгуків при зміні структури з'єднання гілок.

Матеріали і методи. Складовою частиною завдання розрахунку мережі є отримання матриць рішення, які визначають зміну властивостей мережі при зміні структури, навіть якщо немає дій. Зміни структури полягають в злитті меж (вузлів) гілок, або розділенні сполучених меж гілок. При цьому кількість вузлів і підмереж в мережі може не мінятися. Тоді не міняється кількість незалежних замкнутих і розімкнених шляхів, тобто розмірності базисів відповідних підпросторів в мережі. У відгуках, взагалі кажучи, при цьому можуть відбуватися зміни, оскільки може змінитися склад гілок, що входять в шляхи базису.

Результати. При таких перетвореннях розмірності підпросторів замкнутих і розімкнених шляхів не міняються, а, отже, матриці перетворення базисів шляхів залишаються квадратними, тобто мають зворотні матриці. Це надає властивості групи перетворенням структури у рамках однієї мережі. При цьому не відбувається явної взаємодії з подвійною мережею. Зокрема, якщо не сталося зміни кількості вузлів, то й розподіл значень квадрата величини накладеного вектору між подвійними мережами при зміні структури залишається незмінним .

Наприклад, якщо вектор, накладений на мережу через розімкнені шляхи (зовнішня дія) вже мав деякий розподіл квадрата величини між подвійними мережами, те цей розподіл при зміні структури цього виду залишиться тим самим. Навіть при одиничних вагах вільних гілок, що можна трактувати як відсутність метрики, ваги шляхів в пов'язаній мережі, тобто їх метричні характеристики, можуть виявитися відмінними від одиничних значень. Більше того, матриця вагів сполучених гілок стає не лише не одиничною, але і не діагональною . Тобто, в метричній матриці зв'язаної мережі з'являються елементи поза головною діагоналлю, хоча для вільних гілок були елементи тільки на головній діагоналі і ці елементи дорівнювали одиницям.

Це показує, що метрика в мережі є присутньою завжди. Ваги гілок, рівні одиницям, дозволяють тільки спростити формули розрахунку, і виділити для вивчення ті властивості мережі, які відносяться безпосередньо до перетворення структури.

Найбільший інтерес для вивчення властивостей зміни структури представляють такі зміни зв'язків гілок, при яких міняється кількість вузлів і підмереж. Це призводить до зміни кількості замкнутих і розімкнених шляхів, до зміни розмірності відповідного підпростору. При цьому матриці перетворення базисів шляхів стають прямокутними. Вони не мають зворотних матриць. Такі матриці вже не мають властивостей групи. Отже, закони перетворення структури такого типу виходять за рамки тільки однієї мережі .

Висновки. Отримані формули дають алгоритми розрахунку відгуків на гілках при зв'язуванні вільних гілок в мережу, інших змінах структури зв'язку гілок. Формули розрахунку мереж зв'язують метричні характеристики гілок, які визначають реакцію мережі на дії, із структурою зв'язків гілок в мережі.

20. Існування узагальненої похідної в термінах сильного підсумовування рядів Фур'є

Олена Радзієвська

Національний університет харчових технологій

Вступ. Нехай функція $f(x)$ - сумовною, 2π періодичною. Розглянемо функціонал

$$h_n(f;p;x) = \frac{1}{n+1}\sum_{k=0}^{n}\left|S_k(x) - f(x)\right|^p, \tag{1}$$

де $S_k(x) = S_k(f,x)$ - к-та частинна сума ряду Фур'є функції $f(x)$ і $p > 0$. Кажуть, що ряд Фур'є сильно підсумовано з показником p, якщо $h_n(f;p;x) = o(1)$.Вперше функціонали такого виду вивчалися в відомих роботах Харді і Літтлвуда [1, 2], в яких були закладені основи сучасної теорії сильного підсумовування рядів Фур'є . В сучасний період ця тематика залишається актуальною тому, що величини (1) можуть виступати в якості апроксимаційних характеристик функції $f(x)$ і бути у певному сенсі мірою швидкості збіжності її ряду Фур'є. На цьому шляху отримано багато цікавих результатів, що належать М. Кінукаві, Г. Алексичу, Д. Кралику, Р. Таберському, Л. Лейндлеру, В. Тотіку, Л.Д. Гоголадзе, О.І. Степанцю і Н.Л. Пачуліа й ін..

Матеріали і методи. Використовуючи результати Л. Лейндлера з апроксимаційних властивостей функціонала сильного сумування встановлюються існування у функції узагальнених похідних [3] .

Результати. Основним результатом цієї роботи є:

Теорема. Нехай $f(x)$ - неперервна 2π періодична функція ,$\psi \in M_c$ і

$$\Delta^2\left(\frac{1}{\psi(n)}\right) \geq 0 .$$

Тоді, якщо ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left\|\left\{\sum_{m=2^n+1}^{2^{n+1}}\left(\frac{1}{\psi(m)}\right)^p \frac{1}{m}\omega^{-p}\left(\frac{1}{m}\right)\left|S_k(x) - f(x)\right|^p\right\}^{\frac{1}{p}}\right\|_c$$

збігається, де $\omega(\delta)$ є модулем неперервності, то для любого $\beta \in R$ існує (ψ,β) похідна функції $f(x)$, яка належить класу H_ω.

Висновки. Встановлено зв'язок між сильним підсумовуванням ряду Фур'є і існуванням (ψ,β) похідна функції $f(x)$ з класу H_ω.

Література.

1. Ha rdy G.H., Litt1ewood J.E. Sur la serie de Fourier d'une fonction a carre sommable // Comput. Rev. 1913.V. 153. P. 1307-1309.

2. Hardy G.H., Litt1ewood J.E. On the strong summability of Fourier series // Proc. London. Math. Soc. 1926.V. 26. P. 273—286.

3.. Степанец А.И. Классы периодических функций и приближение их элементов суммами // ДАН СССР. 1984. Т. 277,№ 5, С. 1074—1077.

21. Оптимальне керування для крайової задачі

Олексій Капустян
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Олег Мазур
Національний університет харчових технологій

Постановка задачі: В круговому секторі $Q=\{(r,\theta)|r\in(0,1),\theta\in(0,\pi)\}$ розглядається задача оптимального керування

$$\begin{cases} \Delta y := \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r\dfrac{\partial y}{\partial r}\right)+\dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial^2 y}{\partial\theta^2}=u(\theta),(r,\theta)\in Q, \\ y(1,\theta)=p(\theta),\, p(0)=0, \\ y(r,0)=0, r\in(0,1), \\ \dfrac{\partial y}{\partial\theta}(r,0)=\dfrac{\partial y}{\partial\theta}(r,\pi), r\in(0,1) \end{cases} \tag{1}$$

Потрібно знайти таку неперервну функцію $u(r;\theta)$, щоб функціонал

$$J(y;u)=\int_0^1\|y(r)\|^2\,dr+\int_0^1\|u(r)\|^2\,dr\to\inf, \tag{2}$$

де $p\in C^1([0;\pi])$ — задана функція, $\|\cdot\|_D$ — норма в $L^2(0,\pi)$, еквівалентна стандартній, що задається рівністю

$$\|v\|_D=\left(\sum_{n=1}^{\infty}v_n^2\right)^{\frac{1}{2}}, \text{ де } \forall n\ge 1\ v_n=\int_0^{\pi}v(\theta)\cdot\psi_n(\theta)\,d\theta.$$

Розв’язання: Потрібно встановити класичну розв’язність (1), (2), тобто знайти оптимальний серед допустимих процесів

$$\{u,y\}\in C([0,\pi])\times\left(C(\overline{Q})\cap C^2(Q)\right). \tag{3}$$

Висновок: Доведено існування єдиного розв’язку задачі оптимального керування і обґрунтовано наближену формулу для оптимального керування задачі.

Література.

1. Капустян В.Е. Оптимальная стабилизация ограниченным сосредоточенным управлением решений параболической краевой задачи.//Проблемы управления и информатики. 1999 №6 С. 58-67.

2. В.О.Капустян, О.А.Капустян, О.К.Мазур Задача оптимального керування для еліптичного рівняння з нелокальними крайовими умовами в круговому секторі.— Журнал обчислювальної та прикладної математики, 2012, №2(108), с. 3-9.

22. Дослідження магнітного поля на поверхні дискового ротора електродинамічного гальма

Ганна Циганкова

Національний університет харчових технологій

Вступ. В останні роки все більше поширення знаходять різного роду електромагнітні пристрої дископодібної форми. Одним з таких пристроїв, що використовується для перевірки якості двигунів методами безпосереднього навантаження, є дископодібне електродинамічне гальмо.

Матеріали і методи. Електродинамічне гальмо має електропровідний диск, що може обертатися в підшипниках індуктора з повітряним проміжком. Завдяки зменшеним розмірам вздовж осі, електродинамічне гальмо можна закріпити безпосередньо на валу досліджуваного двигуна. При цьому диск обертається разом із ротором двигуна, а індуктор з противагами – повертається на кут, синус якого пропорційний моменту на валу. Для створення гальмівного моменту, індуктор повинен збуджувати в робочому повітряному проміжку неоднорідне магнітне поле. Це досягається завдяки виконанню індуктора з нерівномірним робочим проміжком у вигляді зубців і пазів магнітопроводу, що чергуються в напрямку руху диска.

Результати. Проведено експериментальне дослідження магнітного поля на поверхні диску моделі електродинамічного гальма при ширині паза 10*мм*. Магнітна індукція на поверхні диску електродинамічного гальма при обертанні індуктора визначалась по осцилограмах електрорушійної сили вимірювальних витків, які були розміщені на поверхні диску. Оскільки миттєве значення електрорушійної сили в провіднику в певний момент часу пропорційне магнітній індукції в точці, де знаходиться провідник в цей момент, то форма графіка електрорушійної сили повторює форму кривої розподілу осьової компоненти вектора магнітної індукції вподовж кутової координати. Значення осьової компоненти вектора магнітної індукції B_v в точці $\varphi = \omega t$ обчислюється по миттєвому значенню електрорушійної сили E_v в момент часу t:

$$B_v = K_{вим} \cdot T_p \cdot E_v ,$$

де $K_{вим}$ – постійний коефіцієнт, що визначається розмірами вимірювальних витків; T_p - тривалість періоду електрорушійної сили, визначається з осцилограми.

По даних осцилограм електрорушійних сил вимірювальних витків розраховано амплітуди гармонічних складових розподілу осьової компоненти вектора магнітної індукції вподовж кутової координати.

Для оцінки впливу швидкості обертання на форму кривої розподілу магнітної індукції вподовж кутової координати були записані осцилограми електрорушійних сил вимірювальних витків при різних швидкостях обертання індуктора 1386 *об/хв.*, 2408 *об/хв.*, 3153 *об/хв.*, 3271 *об/хв.* та для вимірювальних витків, розміщених на діаметрах $D_1 = 0{,}114\,м$, $D_2 = 0{,}124\,м$ та $D_3 = 0{,}132\,м$. Показано, що із збільшенням частоти обертання електрорушійна сила вимірювальних витків пропорційно зростає, а амплітуди гармонічних складових розподілу осьової компоненти вектора магнітної індукції вподовж кутової координати практично не змінюються.

Висновки. Експериментально отримані дані показують, що амплітуда основної гармонічної складової розподілу магнітної індукції вподовж кутової координати в робочій зоні практично не залежить від радіальної координати та частоти обертання індуктора, а гармонічні складові вищого порядку суттєво змінюють свою величину в залежності від співвідношення між шириною паза і шириною зубця.

23. Розв'язування деяких задач електротехніки тензорним методом

Анатолій Богатирчук
Національний університет харчових технологій

Вступ. Мережеві моделі забезпечують застосування єдиних алгоритмів для розрахунку різних складних систем. Аналіз особливостей структури мережевої моделі дозволяє знайти нові властивості досліджуваної системи, які не розглядалися в існуючих математичних моделях.

Матеріали і методи. Тензорний метод в теорії систем, включаючи його застосування в техніці і економіці, має дві особливості : аналогії процесів і структури різних систем дозволяють об'єднати їх і представити мережевими моделями як “проекції” деякої узагальненої системи та те, що один метод, алгоритм застосовується для розрахунку усіх систем такого класу, представлених мережевими моделями.

Результати. Основні двоїсті пари понять для опису складних систем наступні : дії і відгуки - по їх ролі в підтримці процесу, подовжні і поперечні величини - за способом виміру величини в одній точці, або як різниця вимірів в двох точках, контраваріантні і коваріантні величини - за типом зміни при зміні системи координат, перетворенню базису, матеріальні характеристики метрики, матерії елементів системи - по їх ролі в якості “опору” або “провідності”, замкнуті і розімкнені шляхи, відкриті і замкнуті системи.

В цій роботі розглянуті системи, в яких один процес протікає в структурі з одновимірних відрізків . Для моделювання і розрахунку таких систем застосовуються подвійні мережі.

У фізиці основою застосування тензорного методу були і залишаються безперервні простори геометрії з різними інваріантами і групами перетворення.

У техніці основою застосування тензорів став простір , в якому безперервність зберігається тільки уздовж елементів мережевої структури (поверхонь, об'ємів, багатовимірних гіперплощин).

У просторі нового типу інваріанти групи перетворень координат безперервних просторів замінюються інваріантом перетворення структури подвійних мереж.

Таким чином, для збереження повноти алгебри в просторі - мереж повинна існувати подвійна структура (кожному замкнутому шляху відповідає розімкнений шлях, і навпаки).

Саме дві двоїсті мережі зберігають властивості повного простору, того, що допускає перетворення структури (об'єктів, заданих на структурі), подібно до перетворення координат.

Ці властивості дозволили використати мережі, спочатку у вигляді електричних ланцюгів, в якості еквівалентних (по суті математичних) моделей в різних технічних областях техніки.

У інформаційних системах простору даних стають повністю дискретними, тобто такими, що складаються з окремих точок конкретних даних, розташованих в доменах, які характеризують якості цих даних, граючи роль незалежних вимірів.

Висновки. Розглянуто особливості і шляхи застосування тензорного методу в техніці, економіці, інших областях. Показано основні етапи розвитку і застосування тензорного методу.

24. Про інтегровність зображень віківського аналогу CCR

Ольга Островська
Національний технічний університет України “КПІ імені Ігоря Сікорського”
Данило Проскурін, Роман Якимів
Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Вступ. У роботі вивчаються питання про означення інтегровного зображення віківської версії канонічних комутаційних співвідношень з двома степенями свободи. А саме, розглянуто збраження, які анулюють максимальний кубічний ідеал та встановлено зв'язок розглянутої алгебри з нільпотентними алгебрами Лі.

Розглянемо *-алгебру WA, породжену твірними a_i, a_i^*, $i = 1,2$, що задовольняють співвідношення: $a_i^* a_i - a_i a_i^* = 1$, $i = 1,2$, $a_1^* a_2 = a_2 a_1^*$. Згідно до теорії *-алгебр з віківським впорядкуванням [1], цю *-алгебру будемо називати віківським аналогом CCR з двома степенями свободи. Останніми роками активно вивчаються зображень алгебри WA, що анулюють так звані віківські однорідні ідеали, див. [1].

Зображення WA, що анулюють кубічний однорідний ідеал. В роботі [2] вивчались зображення WA, що анулюють максимальний кубічний віківський ідеал I_3. Позначимо через $a_{12} = a_2 a_1 - a_1 a_2$. Максимальний кубічний ідеал породжений елементами $a_{12} a_1 - a_1 a_{12}$, $a_{12} a_2 - a_2 a_{12}$, а елемент a_{12} належить центру *-алгебри $\mathrm{A}_3 = \mathrm{WA} / \mathrm{I}_3$. Для y №0 позначимо через $\mathrm{A}_{3,y}$ алгебру, породжену співвідношеннями

$$a_i^* a_i - a_i a_i^* = 1, \quad i = 1,2, \quad a_1^* a_2 = a_2 a_1^*, \quad a_2 a_1 - a_1 a_2 = y.$$

В [2] було введено та описано клас інтеровних зображень алгебри $\mathrm{A}_{3,y}$. Алгебра $\mathrm{A}_{3,y}$ для кожного y О**C** є алгеброю Лі L, тому можна також визначити клас інтегровних зображень, користуючись загальним означень інтегровних зображень алгебр Лі [3]. Виявляється, ці означення є еквівалентними.

Твердження. Зображення алгебри $\mathrm{A}_{3,y}$ буде задавати інтегровне зображення алгебри Лі L тоді й лише тоді, коли існуватиме щільна інваріантна область D, вектори якої є сумісно аналітичними відносно сім'ї $\{A_j, A_j^*, j = 1,2\}$, та оператори A_j, A_j^*, $j = 1,2$, задовольняють визначальні співвідношення на D.

Твердження. Замкнені оператори A_i, $i = 1,2$, визначають інтегровне зображення $\mathrm{A}_{3,y}$ тоді й лише тоді, коли знайдеться скрізь щільна область D, інваріантна відносно операторів A_i, A_i^*, $i = 1,2$, вектори якої є аналітичними для операторів $T_1^2 = A_1^* A_1$ та $T_2^2 = A_2^* A_2$.

Література.

1. Jorgensen P.E.T. *Positive representations of general commutation relations allowing Wick ordering*/P.E.T.Jorgensen, L.M.Schmitt, R.F.Werner//J. Funct. Anal. - 1995. - 134. - 33-99.

2. Ostrovskyi V. *On the structure of homogeneous Wick ideals in Wick *-algebras with braided coefficients*/V.Ostrovskyi, D.Proskurin, L.Turowska, Yu.Savchuk//Rev. Math. Phys. - 2012. - 24 no.4. - P. 1250007. [3]. Nelson E. *Analytic vectors* /E. Nelson//Ann. Math. - 1959. - 70 no. 2. - P. 572-615.

25. Кусково-поліноміальна апроксимація розв'язків диференціальних рівнянь із запізненням аргументу

Валентин Біленко, Катерина Божонок

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова

Вступ. Розглядається питання подальшого розвитку та застосування апроксимаційного методу В. К. Дзядика ([1],[2]) до задач з відхиленим аргументом.

Доцільність розгляду диференціальних рівнянь із запізненням аргументу для степеневих нелінійностей обумовлена потребами практики ([3], [4]).

Матеріали та методи..

Постановка задачі. Розглянемо диференціальне рівняння k-го порядку із запізненням аргументу (див. [3])

$$a_{00}y^{(k)}(x)+\sum_{\nu=0}^{r}\sum_{s=1}^{k}a_{\nu s}y^{(k-s)}(h_\nu(x))=f(x,y), \qquad h_\nu(x)\le x\,,\, h_0(x)=x\,. \tag{1}$$

Алгоритм. Ідею алгоритму розглянемо, використовуючи результати робіт [1-2].

1. Зведемо аналогічно [2] задачу (1) (у випадку $f(x,y)$ з алгебраїчною нелінійністю відносно розв'язку) до еквівалентного інтегрального рівняння типу Вольтерра третього роду.

2. Наближений розв'язок інтегрального рівняння шукаємо у вигляді поліномів за класичними ортогональними многочленами (Лежандра, Чебишева-Ерміта,Чебишева-Лагерра та узагальнені многочлени Якобі).

3. Отриманому інтегральному рівнянню поставимо у відповідність наближене інтегро-функціональне рівняння.

Теоретичне обґрунтування. На основі результатів [2] має місце наступний результат про відхилення наближеного кусково-поліноміального розв'язку $y_n(x)$ від точного розв'язку $y(x)$ рівняння (1):

Теорема. **1** При виконанні певних умов (див. [2]) має місце нерівність

$$\|y(x)-y_n(x)\|_X \le M\cdot E_n(y)_X\,,$$

де величина M – деяка константа, що не залежить від n; простір $X[\cdot]$ є $C[\cdot]$ або $L_p^2[\cdot]$ (див. [2]); $E_n(y)_{X[\cdot]}$ – величина найкращого наближення функції $y(x)$ в $X[\cdot]$.

Висновки. Таким чином, із теореми можна зробити висновок, що запропонований апроксимаційний метод буде оптимальним в сенсі найкращих наближень та достатньо ефективним для задач виду (1).

Література.

1. Дзядык В. К. Аппроксимационные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений. – К.: Наукова думка, 1988. – 304 с.

2. Біленко В. І., Божонок К. В., Дзядик С. Ю., Стеля О. Б. Наближення поліномами розв'язків алгебраїчно--нелінійних рівнянь математичної фізики // Зб. праць ІМ НАН України. – 2016. – Т. 13, № 3. – С.7-27.

3. Эльсгольц Л. Э., Норкин С. Б. Введение в теорию диференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. – М.: Наука, 1971. – 296 с.

4. Самойленко А. М., Петришин Р. І., Данилюк І. М. Усереднення початкової і багатоточкової задач для коливання систем із повільно змінними частотами і відхиленим аргументом // Укр. мат. журн. – 2007. – Т. 59, № 3. – С. 412-430.

26. Двовимірні пружнопластичні задачі для конічної оболонки з круговими отворами

Євген Сторожук, Іван Чернишенко, Світлана Харенко
Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України
Анатолій Богатирчук
Національний університет харчових технологій

Вступ. Конічні оболонки з отворами знаходять широке застосування в авіа- і суднобудуванні, ракетобудуванні, хімічному і нафтовому машинобудуванні. У зв'язку з цим підвищуються вимоги до точності і достовірності результатів дослідження напружено-деформованого стану даних оболонок з врахуванням як дійсних умов експлуатації, так і реальних властивостей конструкційних матеріалів (пластичних деформацій).

Постановка і методика розв'язання задачі. В роботі розглянуто деформування за межею пружності конічної оболонки, яка послаблена двома круговими отворами. Геометричні співвідношення прийняті згідно теорії непологих оболонок, в якій мають місце гіпотези Кірхгофа-Лява. Вирази для компонент мембранної і згинної деформацій записані у векторній формі. Фізичні співвідношення представлені на основі теорії текучості з ізотропним зміцненням [1]. Система розв'язувальних рівнянь отримана з принципу можливих переміщень за допомогою процедури покрокового навантаження, методів додаткових напружень і скінченних елементів [2]. Для розрахунку оболонок з декількома отворами авторами розроблено варіант методу скінченних елементів, який має такі особливості: 1) при обчисленні компонент деформації апроксимуються вектори переміщень і кутів повороту нормалі з виконанням гіпотез Кірхгофа-Лява тільки у вузлах елемента; 2) для виключення негативного впливу явища замикання на збіжність результатів числових розрахунків застосовується метод подвійної апроксимації компонент деформації.

Результати. Як числовий приклад, розв'язано лінійну і нелінійну задачі про напружено-деформований стан конічної оболонки з двома круговими отворами, центри яких розміщені на спільній твірній або спільній напрямній. Оболонка виготовлена із сплаву АМг-6 і знаходиться під дією рівномірного внутрішнього тиску та осьових розтягувальних зусиль. Розрахунки виконані для трьох програм навантаження. Вивчено вплив пластичних деформацій, геометричних і фізико-механічних параметрів, виду та програми навантаження на розподіл переміщень, деформацій і напружень в області отворів.

Висновки. Таким чином, в роботі дано постановку та описано методику чисельного розв'язання двовимірних фізично нелінійних задач для конічної оболонки з круговими отворами. Конкретні числові результати отримані для оболонки з двома отворами при дії комбінованого навантаження.

Література.

1. Сторожук Е.А., Чернышенко И.С., Харенко С.Б. Упругопластическое деформирование конической оболочки с двумя круговыми отверстиями // Прикл. механика. – 2012. – 48, № 3. – С. 127 – 132.

2. Чернишенко І.С., Сторожук Є.А., Харенко С.Б. Чисельна методика дослідження пружнопластичного стану конічної оболонки з двома круговими отворами // Про-блеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: збірник наукових праць ДНУ. – Дніпропетровськ: ІМА – прес, 2009. – Вип. 13. – С. 257 – 263.

27. Градуювання NTC-термістора методом нечіткого моделювання *R/T*-характеристики

Оксана Лагода, Ірина Зубрецька

Київський національний університет технологій та дизайну

Вступ. Актуальним завданням забезпечення точності вимірювання фізичних величин є вибір методу побудови градуювальних характеристик (ГХ) засобів вимірювальної техніки, зокрема первинних вимірювальних перетворювачів. Існуючі методи для апроксимації ГХ базувалися на поліноміальній моделі Стейнхарта-Харта:

$$\frac{1}{T} = a + b\ln(R) + c(\ln(R))^3, \tag{1}$$

де a, b, c – параметри моделі.

Мета. Розробка апроксимаційної моделі ГХ первинних перетворювачів з використанням нечітких функцій належності для забезпечення точності градуювання в робочому діапазоні температури.

Матеріали і методи. Розв'язання задачі побудови ГХ первинних перетворювачів виконували за даними експериментальних досліджень залежності опору NTC-термістора B57703M0103G017 від температури з використанням нечітких функцій належності на основі апріорних даних нормалізованої *R/T*-характеристики при номінальних значеннях температури T_N=25°C і опору R_N=R_{25}=10 кОм у робочому діапазоні температури (-55 ... 155) °C [5]. На першому етапі моделювання створювали базу нечітких продукційних правил типу «ЯКЩО (умова), ТО (дія)» і здійснювали ідентифікацію нечітких функцій належності для вхідної змінної T і вихідної змінної R на базі методів Data Points Rules, Sparse Interpolation, Correlation Analysis, Slice Interpolation модуля Rule Maker системи моделювання CubiCalc 2.0 [1]. Аналіз результатів моделювання для першого температурного піддіапазону (218,15 ... 243,15) К показав, що найменші значення середньоквадратичної *(MSE)* і відносної *(MPE)* похибки відповідають нечіткій моделі, яку отримано методом кусково-лінійної інтерполяції (Slice Interpolation). На другому етапі нечіткого моделювання для кожного з обраних піддіапазонів температури за допомогою методу Slice Interpolation визначали базу продукційних правил моделі «вхід $T \rightarrow$ 28EV4 R» та функцій належності нечітких змінних T і R. Аналіз результатів порівняння апроксимаційних моделей з використанням діаграм розмаху у системі STATISTICA 6.1 та t-критерію для незалежних виборок – вихідних та апроксимованих значень опору R, показав істотну різницю між розробленими нечіткими моделями та поліноміальною моделлю (1) за критерієм *MSE* при рівні значущості p = 0,11.

Результати. Встановлено, що моделі на основі нечіткої логіки дозволяють отримати більш точну апроксимацію *R/T*-характеристики NTC-термістора у робочому діапазоні температур у порівнянні з поліноміальною моделлю Стейнхарта-Харта.

Висновки. Науково обґрунтовано використання нечітких функцій належності для підвищення точності апроксимації градуювальної характеристики перетворювачів.

Література.

1. Федин С.С., Зубрецкая И.С. Обеспечение точности аппроксимации R/T-характеристики NTC-термистора на основе нейросетевого моделирования // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. – 2015, № 4. – С. 28-35.

2. Зубрецкая И. С., Федин С. С., Лагода О. А. Градуировка NTC-термистора методом нечеткого моделирования R/T-характеристики // Вісник КНУТД. К.: КНУТД, 2015. № 5(90). С. 197–202.

28. Розрахунок концентрації напружень в ортотропних оболонках з отворами

Анатолій Богатирчук

Національний університет харчових технологій

Вступ. .Розглядається розрахунок напружено-деформованого стану ортотропних оболонок довільної форми з отворами методом скінченних елементів.

Матеріали і методи. Як елементи конструкцій в різних областях промисловості часто використовуються ортотропні оболонки з отворами. Тому вони потребують вдосконалення та розробки нових методів дослідження напружено-деформованого стану в них. Розглядається розрахунок напружено-деформованого стану оболонки довільної форми з отворами . Для такого класу задач приймаються гіпотеза прямих ліній Тимошенка. Для розвязку застосовуємо метод скінченних елементів. Використовуються чотирикутні ізопараметричні елементи, що мають вісім вузлів.

Результати. Результатом дослідження є розроблений алгоритм знаходження напружено-деформованого стану в оболонках з отворами, виготовлених з ортотропного матеріалу, складена на алгоритмічній мові C++, а також отримані конкретні числові результати.

Розглянемо напружений стан оболонки, послабленої одним, або декількома отворами . Віднесемо серединну поверхню оболонки до системи криволінійних ортогональних координат. В подальшому виходимо з варіаційного рівняння Лагранжа:

$$\iint_{\Omega} \left\{ \delta V_0 - \left(p_1 \delta u_1 + p_2 \delta u_2 + p_n \delta w + m_1 \delta \gamma_1 + m_2 \delta \gamma_2 \right) \right\} A_1 A_2 \, d\alpha d\beta -$$

$$- \int_{\Gamma_1} \left(T_{tt}^0 \delta u_t + T_{ts}^0 \delta u_s + T_{th}^0 \delta w + G_{tt}^0 \delta \gamma_t + G_{ts}^0 \delta \gamma_s \right) d\Gamma = 0.$$

Для розв’язку задачі застосуємо метод скінчених елементів. Розбиваємо область на квадратичні ізопараметричні елементи, що мають по вісім вузлів. На кожному з цих елементів вводимо локальну систему координат.При цьому перетворення від локальних координат до глобальних здійснюється за допомогою функцій форми. Переміщення на кожному з елементів інтерполюються поліномами. Далі співвідношення підставляємо в варіаційне рівняння, в яке попередньо підставлені граничні умови. Далі прирівнюємо коефіцієнти при однакових варіаціях, враховуємо їх незалежність, і отримуємо вирази для подальшого обчислення коефіцієнтів матриці системи алгебраїчних рівнянь. Для обчислення вкладів в величину коефіцієнтів цієї системи рівнянь, що відповідають фіксованому вузлу по елементу , що містить цей вузол необхідно проінтегрувати наведені вирази по цьому елементу. Для цього використаємо квадратурні формули Гауса, що мають по два вузли по кожній змінній. Таким чином ми отримуємо алгоритм формування матриці, яка має вигляд

$$\sum_{n=1}^{N} \left(A_i^{1,n} u_1^n + A_i^{2,n} u_2^n + A_i^{3,n} w^n + A_i^{4,n} \gamma_1^n + A_i^{5,n} \gamma_2^n \right) = B_i$$

Висновки**.** В результаті проведених досліджень:розроблено алгоритм знаходження напружено-деформованого стану в ортотропних оболонках з отворами. Отже, ця методика дозволяє обчислювати напружено-деформований стан в апаратах відповідної форми хімічної, зокрема, харчової промисловості.

29. Семимартингальні розклади логарифму відношення правдоподібності для лічильних процесів

Оксана Ніколаєва

Національний університет харчових технологій

Вступ. Мета роботи – знайти умови, при яких логарифм відношення правдоподібності буде семимартингалом.

Результати. Нехай $\mathbf{D}$ - простір траєкторій лічильного процесу $\xi = (\xi_t)$, G - найменша σ-алгебра, що породжується циліндричними множинами, (G_t) - фільтрація на $(\mathbf{D}, \mathsf{G})$, $\mathbf{P}$ та $\widetilde{\mathbf{P}}$ - дві імовірнісні міри на $(\mathbf{D}, \mathsf{G})$, а $\mathbf{Q} = 0,5(\mathbf{P} + \widetilde{\mathbf{P}})$, $(\Omega, \mathsf{F}, \mathbf{F}, \mathbf{Q})$ - $\mathbf{Q}$-повний стохастичний базис, $\nu = (\nu_t)$ та $\widetilde{\nu} = (\widetilde{\nu}_t)$ - компенсатори лічильного процесу ξ відносно $(\mathbf{F}, \mathbf{P})$ та $(\mathbf{F}, \widetilde{\mathbf{P}})$, відповідно.

Лема. Нехай ξ - лічильний процес, ν та $\widetilde{\nu}$ - його компенсатори, та виконуються наступні умови:

I. існує невід'ємний передбачуваний процес $\lambda = (\lambda_t)_{t \in R_+}$ такий, що $\widetilde{\nu}_t = \lambda \circ \nu_t$ ($\widetilde{\mathbf{P}}$-м.з.) $\forall t \in R_+$; **II.** якщо $\Delta \nu_t = 1$ для деякого $t \in R_+$, то $\Delta \widetilde{\nu}_t = 1$ ($\widetilde{\mathbf{P}}$-м.з.);

III. $\left(1 - \sqrt{\lambda}\right)^2 \circ \nu_t + \sum_{s \le t} \left(\sqrt{1 - \Delta \nu_s} - \sqrt{1 - \Delta \widetilde{\nu}_s}\right)^2 < \infty$ ($\widetilde{\mathbf{P}}$-м.з.) $\forall t \in R_+$.

Тоді $\widetilde{\mathbf{P}} \overset{loc}{<<} \mathbf{P}$ та процес локальної щільності $z = (z_t)$ міри $\widetilde{\mathbf{P}}$ відносно міри $\mathbf{P}$ має вигляд: $z = e^N \prod_{0 < s \le \bullet} (1 + \Delta N_s) e^{-\Delta N}$,

де N - локальний $\mathbf{P}$- мартингал виду $N = \left(\lambda - 1 + \dfrac{\Delta \widetilde{\nu} - \Delta \nu}{1 - \Delta \nu} I(\Delta \nu < 1) \right) * (\xi - \nu)$.

Теорема. Нехай виконуються умови леми та дві наступні умови:

IV. $(\lambda - 1 - \ln \lambda) * \nu \in \mathsf{V}(\mathbf{F}, \mathbf{P})$; **V.** $\left(\dfrac{\Delta \nu - \Delta \widetilde{\nu}}{1 - \Delta \nu} - \ln \dfrac{1 - \Delta \widetilde{\nu}}{1 - \Delta \nu} \right) * q \in \mathsf{V}(\mathbf{F}, \mathbf{P})$.

Тоді процес $\Lambda = \ln z$ є спеціальний семімартингал із класу $\mathsf{S}_P(\mathbf{F}, \mathbf{P})$ та має місце наступний розклад (єдиний з точністю до $\mathbf{P}$-нерозрізненості): $\Lambda = m - A$, де

$$m = \left(\ln \lambda + \frac{\Delta \widetilde{\nu} - \Delta \nu}{1 - \Delta \nu} \mathrm{I}(\Delta \nu < 1) \right) * (\xi - \nu) + \left[\ln \frac{1 - \Delta \widetilde{\nu}}{1 - \Delta \nu} + \frac{\Delta \widetilde{\nu} - \Delta \nu}{1 - \Delta \nu} \right] * (p - q) \in \mathsf{M}^d_{\mathrm{loc},0}(\mathbf{F}, \mathbf{P}),$$

$$A = (\lambda - 1 - \ln \lambda) * \nu + \left(\frac{\Delta \nu - \Delta \widetilde{\nu}}{1 - \Delta \nu} - \ln \frac{1 - \Delta \widetilde{\nu}}{1 - \Delta \nu} \right) * q \in \mathsf{V}^+(\mathbf{F}, \mathbf{P}),$$

а міри p та q на (R_+, B_+) мають вигляд:

$$p(A) = \sum_{s \in A} \mathrm{I}(0 < \Delta \nu_s < 1)(1 - \Delta \xi_s), \quad q(A) = \sum_{s \in A} \mathrm{I}(0 < \Delta \nu_s < 1)(1 - \Delta \nu_s), \quad A \in B_+,$$

де $R_+ = [0, \infty)$, B_+ - борелівська σ-алгебра множин з R_+, $I(A)$ - індикатор множини A.

Висновки. Здобуто семімартингальні розклади логарифму локальної щільності мір, канонічне представлення логарифму локальної щільності мір та відповідний триплет передбачуваних характеристик.

30. Про побудову деяких нелінійних економетричних моделей

Володимир Листопад

Національний університет харчових технологій

Вступ. Криві зростання описують різні тенденції економічних та технологічних процесів, наприклад: життєвий цикл товару, процес нагромадження капіталу, маркетингові зусилля фірм, залежність процентного вмісту пектину в продукті від температури тощо.

Розглянемо побудову деяких нелінійних економетричних моделей з допомогою переходу до лінійних та з використанням деяких методів елементарної математики і комп'ютерних технологій.

Матеріал та методи. Розглянемо наступні моделі

$\hat{y} = a_0 + a_1 x_1$ (1), лінійна, $\hat{y} = a_0 + \frac{a_1}{x}$, (2), гіперболічна,

$\hat{y} = a_0 e^{a_1 x}$ (3), експоненційна, $\hat{y} = a_0 x^{a_1}$ (4), степенева,

$\hat{y} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ (5) – квадратична,

де a_0, a_1 та a_2 невідомі коефіцієнти регресійних залежностей.

Невідомі параметри моделей (1) - (5) $\left(a_o, a_1, a_2\right)$ знайдемо за методом найменших квадратів. Для формування методики отримання невідомих параметрів моделей (1)-(5) будемо розглядати їх як звичайні залежності $y(x)$.

Для моделі (1) скористаємося функцією ЛИНЕЙН із Microsoft Excel, яка містить також і додаткові характеристики для якісного аналізу моделі. Модель оберненого зв'язку з допомогою заміни $t_i = \frac{1}{x_i}$ зводиться до лінійної $y = a_o + a_1 t$. Для побудови експоненційної моделі потрібно про логарифмувати ліву та праву частини (3). Отримаємо $\ln y = \ln a_o + a_1 x$, та застосуємо функцію ЛИНЕЙН для даних $\left(lny_i ; x_i\right)$.

Для степеневої функції після логарифмування аналогічно попередньому випадку отримуємо $\ln y = \ln a_o + a_1 \ln x$ та скористаємося функцію ЛИНЕЙН для даних $\left(lny_i ; lnx_i\right)$.

Зворотна формула для знаходження $\tilde{a}_o = e^{\ln a_o}$ базується на основній логарифмічній тотожності. Для побудови квадратичного рівняння регресії в (5) виконаємо заміну $x_i = t_{1i}, x_i^2 = t_{2i}$, яка переводить наше рівняння у рівняння лінійної множинної регресії.

Висновок. Таким чином, задачі побудови нелінійних моделей зводяться до лінійних і розв'язуються з допомогою ІКТ за лічені хвилини.

31. Про особливості деформування тороїдальних оболонок еліптичного перерізу

Ірина Луцька, Володимир Максимюк, Іван Чернишенко
Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України
Анатолій Богатирчук
Національний університет харчових технологій

Вступ. Тороїдальні замкнуті тонкі оболонки становлять інтерес не тільки в наземній інженерії, але як і елементи космічних конструкцій [1]. Оболонки некругового поперечного перерізу можуть бути вигіднішими від оболонок кругового перерізу. Такі оболонки становлять також методологічний інтерес як об'єкт тестування на так зване мембранне замикання (locking). Розрахунки вісесиметричнго деформування оболонок обертання двоякої кривини завдяки, очевидно, притаманному їм самопідкріплюючому ефекту відбуваються, в основному, без мембранного замикання. Проте в замкнутій тороїдальній оболонці еліптичного поперечного перерізу мембранне замикання може виникнути. Так, в розрахунках напружено-деформованого стану (НДС) оболонок під дією внутрішнього тиску спостерігалась сповільнена збіжність [2].

Постановка і метод розв'язку задачі. Розглядається тонка тороїдальна оболонка з сильно витягнутим ($b/a=10$) уздовж вісі обертання поперечним перерізом. Протяжна частина такої оболонки має вигляд двох з'єднаних на торцях коаксіальних циліндрів, в яких під дією внутрішнього тиску виникають характерні напруження. НДС оболонки розраховано варіаційно-різницевим методом з використанням змішаного функціонала, в якому для прискорення збіжності додатково варіюється меридіональна деформація. Такий підхід, в якому додатково варіюються заздалегідь малі компоненти деформацій [3] є досить універсальним.

Результати. В розрахунках за класичним функціоналом Лагранжа, тобто без застосування способів покращення збіжності, для досягнення точності до трьох значущих цифр в максимальних компонентах НДС знадобилось розбиття половини дуги еліпса на 20000 вузлових точок. При цьому спостерігалася сповільнена, але стійка збіжність. Застосування змішаного функціоналу, в якому додатково варіювалась меридіональна деформація, дозволило дещо прискорити збіжність і зменшити розбиття до 5000 вузлових точок.

Висновки. Настільки незначний в порівнянні з іншими більш показовими прикладами [3] ефект від даного використання змішаного функціонала можна пояснити складним характером НДС в такій сильно витягнутій тороїдальній оболонці, в одних частинах якої проявляються великі вигини, а в інших – розтяги.

Література.

1. Pazhooh M. D., Dokainish M. A., Ziada S. Finite element modal analysis of an inflatable, self-rigidizing toroidal satellite component // Experimental and Applied Mechanics. – 2011. – 6, N 1.–P. 281–288

2. Chernyshenko I.S. Maksimyuk V.A. On the stress-strain state of toroidal shells of elliptical cross section formed from nonlinear elastic orthotropic materials // Int. Appl. Mech.–2000. – 36, N 1. – P. 90–97.

3. Maksimyuk V.A., Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S. Variational finite-difference methods in linear and nonlinear problems of the deformation of metallic and composite shells (review) // Int. Appl. Mech. – 2012. – 48, N 6. – P. 613–687.

32. Використання програмного пакету MathCAD для виконання перетворень Фур'є

Світлана Гузенко

Національний університет харчових технологій

Вступ.

Велика кількість задач прикладної математики пов'язана з використанням різних перетворень однієї функції в іншу. Символьний процесор MathCAD дозволяє виконувати три види інтегральних перетворень функцій: перетворення Фур'є., Лапласа та Z-перетворення.. Усі ці перетворення специфічні і мають свій спектр застосування. Проте, в цій доповіді, ми більш детально розглянемо перетворення Фур'є.

Матеріали і методи.

Інтегральне перетворення Фур'є., яке є найбільш поширеним, дозволяє представити функцію f(x) у вигляді інтеграла за гармонійними функціями. Функція F(w) називається перетворенням Фур'є функції f(x). Її аргумент w – це частота відповідної гармонічної складової функції f(x).

Аналітичне перетворення Фур'є за допомогою меню програмного пакету MathCAD має вигляд: Symbolic/ Transform/ Fourier. Інший спосіб отримання результату, це відкриття математичної панелі Symbolic, вибору перетворення Fourier та оператора символьного вводу. Аналогічні дії виконують, коли бажають зробити обернене перетворення Фур'є, замінивши Fourier на Invfourier.

В той же час, для задач, які пов'язані з функціями, що задані у вигляді таблиць, як данні результатів експерименту, попередньо описаний метод не підходить. Тому замість символьних перетворень використовують чисельні методи, пов'язані з дискретизацією підінтегральної функції, тобто дискретне перетворення Фур'є. Дане перетворення в програмі MathCAD реалізується за допомогою вбудованих функцій , які відмінні одна від одної нормуванням. А саме: fft(y) – вектор прямого перетворення Фур'є; ifft(w) – вектор оберненого перетворення Фур'є; FFT(y) - вектор прямого перетворення Фур'є з іншим нормуванням; IFFT(w) - вектор оберненого перетворення Фур'є з іншим нормуванням. У даних функціях y – вектор дійсних даних, взятих через рівний проміжок значень аргументу, w – вектор дійсних даних перетворень Фур'є, взятих через рівний проміжок значень частоти. Проте, потрібно пам'ятати що вектор y повинен мати 2^n елементів, а вектор w – $1+2^n$.

Якщо початкова функція f(x) має значення у вигляді комплексних даних, тоді для перетворення Фур'є використовують вбудовані функції: cfft(y) – вектор прямого комплексного перетворення Фур'є; ifft(w) – вектор комплексного оберненого перетворення Фур'є; FFT(y) - вектор прямого комплексного перетворення Фур'є з іншим нормуванням; IFFT(w) - вектор оберненого комплексного перетворення Фур'є з іншим нормуванням. І в першому, і в другому випадку, використання вбудованих функцій, надає відповідь у графічному вигляді.

Результати.

В поданій доповіді представлено різні методи використання вбудованих функцій MathCAD для прямих та обернених перетворень Фур'є. У відповідності, яка початкова функція можна обрати аналітичне або дискретне перетворення.

Висновки.

Як бачимо програмний пакет MathCAD дозволяє розв'язувати різні задачі по перетворенню функцій. Його вбудовані функції допомагають аналітично і графічно отримувати результати перетворень, не витрачаючи багато часу на написання складних алгоритмів.

33. Моделювання та оптимізація забруднень навколишнього середовища з використанням моделі Леонтьєва-Форда

Оксана Мулява

Національний університет харчових технологій

Микола Медведєв

Таврійський національний університет імені В. І. Вернадського

Вступ. Розглядається задача визначення валового випуску продукції декількома галузями з врахуванням витрат на ліквідацію забруднень навколишнього середовища.

Матеріали і методи. Використовується модель Леонтьєва-Форда в припущенні, що відходи по кожному виду забруднень пропорційні валовим випускам продукції, а витрати на ліквідацію забруднень – об'ємам забруднень, які належить ліквідувати.

Результати. Використовуючи модель Леонтьєва-Форда, маємо

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Y_1 \\ -Y_2 \end{pmatrix},$$

де X_1 – вектор-стовпчик валових випусків продукції розмірності m; X_2 – об'єм забруднень, які належить ліквідувати, розмірності n–m; Y_1 – вектор-стовбчик кінцевої продукції розмірності m; Y_2 – об'єм забруднень, які в теперішній час не можуть бути ліквідовані розмірності n–m; A_{11} – матриця (n×m) прямих витрат; A_{12} – матриця (m×(n-m)) прямих витрат продукції і знищення одиниці забруднення; A_{21} – матриця коефіцієнтів, які характеризують кількість забруднень по кожному виду, що поступає в навколишнє середовище в розрахунку на одиницю валового випуску продукції кожної галузі; A_{22} – матриця коефіцієнтів викиду забруднень. Модель міжгалузевого балансу з врахуванням витратна ліквідацію забруднень ілюструє складність господарських взаємозв'язків. Скорочення забруднень, які не ліквідуються Y_2 призводять до зростання об'ємів забруднень, які належить ліквідувати X_2, а це в свою чергу викликає ріст витрат на ліквідацію забруднень $\left(A_{12}X_2\right)$ і тому призводить до зростання валових випусків продукції галузей X_1, що викликає збільшення об'ємів забруднень $\left(A_{21}X_1\right)$.

Висновки. Використання моделі Леонтьєва-Форда для різних варіантів дозволяє отримати інформацію на макрорівні відносно галузевої структури витрат на охорону навколишнього середовища та їх вплив на величину кінцевого або загального випуску, зміни цін в залежності від рівня забруднення середовища та інші показники. В залежності від мети вищенаведена математична модель дозволяє будувати оптимізаційні моделі з врахуванням охорони навколишнього середовища, обираючи за параметри управління вищезгадані характеристики виробництва.

Література.

1. Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных Ю.Н. Математические методы в экономике.Москва, изд-во «Дело и сервис», 1999 г. – 368 с.

34. Математична модель оптимізації технологічного процесу екстракції нікотинової кислоти

Вікторія Романенко
Олексій Муратов
Національний університет харчових технологій

Вступ. Однією з основних задач хімічної технології є оптимізація технологічних процесів з метою підвищення ефективності процесів та якості готової продукції з одночасним зменшенням собівартості цієї продукції. Методика оптимізації спирається на коректну математичну модель, що описує взаємодію компонентів технологічної системи на макро та мікрорівні. Одну з таких моделей пропонує квантова хімія, що відмічає майже століття від свого започаткування. При всій своїй значимості у фундаментальних науках, її застосування в технологічних областях є обмеженим, особливо в харчовій області та на території України. Тому, впровадження квантово-хімічних методів у технологічні розрахунки є перспективним, проте недослідженим в повній мірі, напрямом у хімічній та харчовій технологіях. В представленій роботі проведено теоретичний розрахунок коефіцієнту розподілу нікотинової кислоти у різних комбінаціях взаємно нерозчинних рідин, які можна в подальшому використати в оптимізації технології її отримання.

Матеріали і методи. Розрахунок складався з двох основних етапів: конформаційний аналіз та квантово-хімічний розрахунок оптимальної геометрії та термодинамічних властивостей молекули нікотинової кислоти (отриманої з онлайн бази даних ChemSpider) у воді, хлороформі, гептані, ДМСО та н-октанолі-1. Конформаційний аналіз проводився за допомогою програмного пакету (ПП) LAMMPS з використанням потенціалу міжатомної взаємодії AMBER. Після цього для оптимізованої молекули проведені розрахунки ентальпії та ентропії у нескінченно розведеному розчині з використанням ПП GAMESS у двох комбінаціях: I — у базисному наборі 6-311++G** з використанням методу теорії збурень Меллера — Плессета (Møller–Plesset, 2-го порядку – MP2); II — у базисному наборі TZV++ з використанням методу функціоналу електронної густини B3LYP. На основі отриманих даних розраховували коефіцієнт розподілу нікотинової кислоти між двома взаємно нерозчинними рідинами. Коректність запропонованої методики розрахунку перевірялася на основі експериментальних даних для коефіцієнту розподілу нікотинової кислоти на межі поділу вода – ноктанол-1.

Результати. Проведені дослідження показали, що тільки поєднання 6-311++G**-MP2 дозволяє отримати результат, який корелює з експериментальними даними. Тому всі подальші розрахунки молекули нікотинової кислоти у хлороформі, гептані та ДМСО проведені з використанням вищенаведеної комбінації базисного набору та методу. Крім того, для збільшення виходу готового продукту запропоновано проводити подвійну екстракцію вода-хлороформ та хлороформ-ДМСО.

Висновки. Проведене дослідження показало, що методи комп’ютерної хімії та методика оптимізації з використанням математичних моделей є придатними для технологічних систем на прикладі процесів екстракції нікотинової кислоти. В роботі вдалося одержати теоретичний розрахунок коефіцієнту розподілу нікотинової кислоти у різних комбінаціях взаємно нерозчинних рідин, які можна в подальшому використати в оптимізації технології її отримання.

35. Розв’язання еліптичного рівняння, використовуючи програмний пакет MathCAD

Світлана Гузенко

Національний університет харчових технологій

Вступ.

У багатьох інженерних задачах використовуються рівняння з частинними похідними. Одним з них є еліптичне рівняння, а саме рівняння, яке має тільки частинні похідні другого порядку, одного знаку. Найбільш поширеним у використанні є рівняння Пуассона. Дане рівняння може описувати розподіл електростатичного поля u(x,y) у двовимірній області з щільністю заряду f(x,y).

Матеріали і методи.

Для того, щоб задача була задана коректно, рівняння Пуассона вимагає граничних умов. Програмний пакет MathCAD розв’язок рівняння знаходить на плоскій квадратній області, яка складається з (k+1)x(k+1) точок. Отже, граничні умови задачі повинні бути задані для всіх сторін квадратної області. Найпростіше зробити їх нульовими, і тоді можна використовувати для розв’язання рівняння вбудовану функцію multigrid. Обов’язково вказуючи її аргументи. Тобто, multigrid (F, ncycle) – матриця розв’язання рівняння Пуассона, розміру (k+1)x(k+1) на квадратній області з нульовими граничними умовами; де F – матриця розміру (k+1)x(k+1), яка задає праву частину рівняння Пуассона; ncycle – параметр алгоритму, який задає кількість циклів для кожної ітерації.

Для більш складних задач, коли граничні умови ненульові, використовують іншу вбудовану функцію MathCAD – relax. Отже, relax(a,b,c,d,e,F,v,rjac) – матриця розв’язання диференціального рівняння з частинними похідними на області у вигляді квадрату, отриманого за допомогою алгоритму релаксації для методу решіток. Аргументами цієї функції будуть: a,b,c,d,e – квадратні матриці коефіцієнтів різницевої системи, що апроксимують диференціальне рівняння; F – квадратна матриця, яка задає праву частину диференціального рівняння; v – квадратні матриця граничних умов і початкового наближення до розв’язку; rjac – параметр алгоритму, що є спектральним радіусом ітерацій Якобі. Параметр алгоритму характеризує швидкість збіжності ітерацій, а тому повинен приймати значення від 0 до 1. У матриці граничних умов необхідно задавати тільки граничні елементи, виходячи зі значень граничних умов за периметром квадратної області. Інші елементи даної матриці потрібні для отримання початкового наближення до розв’язку. Усі матриці, описані раніше, повинні мати однаковий розмір (k+1)x(k+1). Сам алгоритм релаксації дозволяє, за допомогою ітерацій, здійснити перевірку рівнянь і відповідне корегування значень шуканої функції у кожній точці області.

Результати.

В поданій доповіді представлено різні вбудованих функцій MathCAD, які дозволяють розв’язати рівняння Пуассона з нульовими та ненульовими граничними умовами. Розв’язок даного диференціального рівняння з частинними похідними має графічний вигляд.

Висновки.

Як бачимо програмний пакет MathCAD дозволяє розв’язувати різні диференціальні рівняння з частинними похідними (еліптичних, параболічних та гіперболічних), за допомогою відповідних вбудованих функцій. І розв’язки цих рівнянь мають графічний вигляд, що дозволяє наглядно бачити зміни у розв’язках при заміні граничних умов з одних на інші.

Секція 2

Методичні проблеми математичної освіти

1. Досвід вирішення науково-методичних проблем при підготовці та викладанні нових сучасних дисциплін

Лідія Бойко, Віктор Волошко

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

Вступ. Кафедра обчислювальної математики та математичної кібернетики факультету прикладної математики ДНУ ім. О. Гончара докладає неабияких зусиль до поєднання належного рівня викладання класичної обчислювальної математики з вимогами сьогодення. Авторам тез було заплановано підготувати нову для кафедри навчальну дисципліну «Сучасні обчислювальні методи та алгоритми» (СОМ та А) для магістрів спеціальності «Прикладна математика»(лекцій – 36 годин, лабораторних – 18 годин, самостійна – 96 годин). При цьому треба врахувати, що більшість студентів вже працевлаштована, а отже, для них навчання переходить, в основному, на самостійну форму. В цій ситуації актуальним стає питання науково-методичного забезпечення нової дисципліни.

Матеріали і методи. В основу дисципліни СОМ та А були покладені два сучасних методи розв’язування крайових задач математичної фізики: метод скінчених елементів (МСЕ) та метод граничних елементів (МГЕ). Для двох лабораторних робіт була вибрана мішана крайова задача для двовимірного рівняння Пуассона. На цій задачі передбачалося порівняти можливості та ефективність методів.Викладач підготував науково-методичний посібник для самостійної роботи студентів. Однак, для виконання лабораторних робіт виникла потреба у відповідному сучасному навчальному програмному забезпеченні дисципліни.Якісні навчальні програми для практичного ознайомлення з МСЕ опублікував у 1976 році L.J.Segerlind. Для МГЕ були вибрані програми, опубліковані в роботі [1].Однак, ці програми написані мовою Фортран. Два студенти-магістри під керівництвом викладача (який контролював виконання потрібних алгоритмів) взялися реалізувати вибрані навчальні програми мовою С# в середовищі візуальної розробки програм MS Visual Studio 2013. Розроблені студентами програми дозволяють: 1) зчитавши підготовлені користувачем дані про двовимірну область, візуалізувати (для контролю) попереднє розбиття області на підобласті; 2) візуалізувати результати остаточної тріангуляції області, добуті програмою; 3) підключити до основної програми три підпрограми, які розробляє кожен студент для свого варіанту завдання; 4) знайти значення шуканої функції у вузлах області та вивести ці результати у вигляді таблиць. Ці програми пройшли випробування на варіантах завдань усіх інших студентів.

Результати. Навчальний програмний продукт, призначений для виконання двох лабораторних робіт з дисципліни СОМ та А, написаний сучасною мовою програмування та з використанням можливостей сучасної обчислювальної техніки, залишиться на кафедрі на наступний навчальний рік. Можливо, у подальшому ці програми будуть модифіковані (наприклад,за ідеями робіт [1,2]) за допомогою нових студентів.

Висновки. Практика підтверджує, що участь студентів у процесі підготовки сучасного навчально-методичного забезпечення нових дисциплін підвищує у них рівень мотивації до здобуття знань з математики та програмування, формує науковий стиль мислення, надає впевненості в своїх силах та можливостях.

Література.

1. Katsikadelis, J.T., (2002). Boundary Elements: Theory and Applications. ELSEVIER.– 350 p.

2. Yuri A.Melnikov and VolodymyrN.Borodin,(2017).Green’sFunctions:Potential Fields onSurfaces.Springer International Publishing AG. –200 p.

2. Шляхи покращення фізико-математичної освіти абітурієнтів з сільської місцевості

Євгеній Балака, Дмитро Лючков, Марина Резуненко
Український державний університет залізничного транспорту

Вступ. Багаторічний досвід науково-педагогічної роботи в Українському державному університеті залізничного транспорту (УкрДУЗТ, м. Харків) дозволяє авторам стверджувати, що з року в рік зменшується кількість абітурієнтів, які бажають отримати фізико-математичні та технічні спеціальності.

Матеріали і методи. Аналіз настроїв і прагнень абітурієнтів відносно отримання вищої освіти показує, що основними причинами, які стримують бажання випускників шкіл до вступу до технічних вишів, є: по-перше, стрімке скорочення обсягів промислового виробництва, насамперед в машинобудівній галузі, що обумовлює зменшення попиту на інженерно-технічних фахівців; по-друге, вкрай низький рівень базової підготовки абітурієнтів з математики, фізики, хімії. Проте, з 2018 року для вступу до технічних вишів на бюджетну форму навчання запроваджується обов'язкове оцінювання знань з фізико-математичних дисциплін.

За останні три роки, при відвідуванні професорсько-викладацьким складом УкрДУЗТ шкіл, що розташовані в селах, селищах та невеликих містах Слобожанщини, з метою виявлення профорієнтаційних поглядів майбутніх абітурієнтів, відмічаються такі узагальнені тенденції: практично у переважній більшості шкіл сільської місцевості відсутні сучасні спеціальні технічні засоби, лабораторне обладнання для якісного викладання цих предметів; надто повільне зростання рівня комп'ютеризації таких шкіл не відповідає вимогам часу; має місце суттєвий дефіцит кваліфікованих педагогічних кадрів. При відвідуванні деяких малокомплектних навчальних закладів доводилось спостерігати як в одному аудиторному приміщенні знаходились учні декількох класів, які одночасно вивчали різні предмети під керівництвом одного вчителя.

Вищенаведені дані переконливо свідчать про необхідність та невідкладність вирішення проблеми підвищення рівня знань випускників сільських шкіл в області фізико - математичних дисциплін та сучасних інформаційних технологій.

Результати. Авторами пропонується урізноманітнити організаційні підходи щодо навчання учнів сільської місцевості молодших, середніх і старших класів, сутність яких спирається на принцип роз'єднання місця їх навчання та створення найбільш сприятливих умов для отримання якісних знань. [1, С.6-18].

Висновки. Найбільший ефект від таких організаційних змін буде досягнуто в умовах створення окремих опорних шкіл для дітей середнього і старшого шкільного віку Для визначення можливих результатів від впровадження вищенаведених пропозицій корисно організувати пілотний проект хоча б в окремій сільській місцевості.

Література

1.Балака Є.І., Лючков Д.С, Резуненко М.Є. Підвищення рівня освіти абітурієнтів з сільської місцевості // Збірник наукових праць. - Вип 42 – Харків: ХНУ ім. В.Н. Каразіна, 2018.- 190 с.

2. Дониш Н. «Житіє молодіжі української гімназії в Коломиї». / Н. Дониш // Наша школа. Науково-педагогічній журнал. Кн.2. Орган Товариство українських вчителів середніх і висших шкіл . Учительська громада у Львові. Львів, 1910.- 90 с.

3. Деякі аспекти методики викладання розділу «Задачі з параметром»

Андрій Сясєв, Ірина Баланенко
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

Розв’язування задач з параметром завжди був і є одним з найбільш складних розділів математики. При розв'язуванні такого класу задач необхідні, крім знання стандартних методів розв'язання рівнянь і нерівностей, вміння проводити досить розгалужені логічні побудови, акуратність і уважність, щоб не втратити розв'язків і не придбати зайвих. Це вимагає від учня розвиненого логічного мислення і математичної культури, але, в свою чергу, ці задачі самі сприяють їх розвитку. Досвід проведення моніторингу знань (ДПА, ЗНО та інші) показує, що учні, які володіють методами розв'язання задач з параметрами, зазвичай успішно справляються і з іншими задачами.

Теоретичне вивчення багатьох явищ часто приводить до самих різних рівнянь або нерівностей та їх систем, що містять параметри, і необхідною частиною їх розв'язання є дослідження характеру процесу в залежності від значень параметрів. Таким чином, задачі з параметрами є невеликими дослідницькими задачами. Однак часто виявляється, що сьогоднішній випускник середнього навчального губиться навіть у разі найпростішого виду подібних задач, коли єдиним моментом, що ускладнює є розгалуження розв'язків і, відповідно, розгалуження відповіді.

Перелічені вище обставини, в свою чергу, вимагають від вчителів і викладачів середніх навчальних закладів відповідної підготовки. Кожен педагог-математик повинен сам усвідомлювати, що випускнику середнього навчального закладу корисно володіти різними методами розв'язання подібних задач – аналітичними і графічними, вміти переводити словесну умову задачі в аналітичну форму – зводити її до розв'язування рівнянь, нерівностей, систем і сукупностей рівнянь та нерівностей. Важливо, щоб учні вже на перших простих прикладах засвоїли: по-перше, необхідність акуратного поводження з параметром – фіксованим, але невідомим числом, зрозуміли, що воно має подвійну природу (з одного боку, це деяке число, з іншого боку, міра свободи дій з ним обмежується його невідомістю); по-друге, що запис відповіді істотно відрізняється від запису відповідей аналогічних рівнянь і нерівностей без параметра.

Нам здається, що методично правильно кожен пройдений тип рівнянь (нерівностей) завершувати задачами з використанням параметра. По-перше, учню важко звикнути до параметру за два-три заняття – потрібен час; по-друге, використання подібних задач покращує закріплення пройденого матеріалу; по-третє, воно сприяє розвитку його математичної і логічної культури, а також розвитку інтересу до математики, оскільки відкриває перед ним нові методи і можливості для самостійного пошуку.

Висновки. Наведені в доповіді приклади задач та методів їх розв’язання мають за мету допомогти вчителям планомірно організувати роботу за цією темою на уроці або факультативних заняттях, а також сприяти якісній підготовці фахівців за спеціальністю «Середня освіта (Математика)».

Література.

1. *Крамор С.В.* Задачі з параметрами і методи їх розв’язання. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2011. – 416 с.

2. *Козко А. И., Чирский В. Г.* Задачи с параметром и другие сложные задачи. – М.: МЦНМО, 2007. – 296 с.

4. Особливості тестової перевірки знань з теми "Порівняння функцій"

Вікторія Трактинська, Марина Ткаченко
Дніпровський національний університет ім. Олеся Гончара

В умовах сучасної освіти при оцінюванні знань студентів все більшу роль відіграє тестування. Майбутні студенти зустрічаються з такою формою перевірки знань ще у шкільні роки, а згодом і при складанні зовнішнього незалежного тестування. Тому така форма контролю знань є досить зручною як для викладачів, так і для студентів.

Ми пропонуємо один із варіантів тестової перевірки знань з теми "Порівняння функцій" курсу "Математичний аналіз" для студентів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти.

1. Нехай $f : X \to \boldsymbol{R}$, $g : X \to \boldsymbol{R}$, x_0 – гранична точка множини X, $\overset{\circ}{U}(x_0)$ – проколотий окіл точки x_0, $\exists \overset{\circ}{U}(x_0) : \forall x \in \overset{\circ}{U}(x_0)$ $f(x) = \varepsilon(x) g(x)$, $\lim\limits_{x \to x_0} \varepsilon(x) = 0$.

Тоді функція $f(x)$ називається __________________________.

2. Яка з поданих функцій є функцією одного порядку з функцією $f(x) = 4x^9 + 10$, коли $x \to \infty$:

а) $g(x) \equiv 4$; б) $\varphi(x) = 4x^8 + 10$; в) $\psi(x) = x^{10}$; г) $h(x) = 14x^9$?

3. Яка з наведених функцій є еквівалентною функції $f(x) = e^x - 1$, коли $x \to 3$:

а) $g(x) = x - 3$; б) $\varphi(x) = x$; в) $\psi(x) \equiv e^3 - 1$; г) $h(x) \equiv e - 3$?

4. Встановіть відповідність між функціями та їх властивостями в порівнянні з функцією $f(x) = \sin^4 x$, коли $x \to 0$:

Функції:	Властивості:
А. $g(x) = tg^4 x$	1. Функції одного порядку, але не еквівалентні.
Б. $h(x) = (1 + x^2)^4 - 1$	2. Еквівалентна функція.
В. $u(x) = 2^{x^4} - 1$	3. Нескінченно мала функція більш високого порядку.
Г. $v(x) = \ln(1 + x)$	4. Нескінченно мала функція більш низького порядку.
	5. Незрівнянні функції.

5. Вкажіть невірне твердження:

а) $o(O(f(x))) = o(f(x)), x \to a$; б) $O(o(f(x))) = o(f(x)), x \to a$;

в) $O(O(f(x))) = o(f(x)), x \to a$; г) $O(O(f(x))) = O(f(x)), x \to a$.

6. Вкажіть вірне твердження:

а) $x + \sin x = o(x), x \to 0$; б) $x^2 + x \sin x = O(x), x \to \infty$;

в) $x + x^2 \sin x = o(x), x \to 0$; г) $x + x \sin x = O(x), x \to \infty$.

Зауважимо, що такі тестові перевірки знань, які проводяться наприкінці кожної теми дисципліни, дозволяють контролювати процес усвідомлення матеріалу студентами та спонукають слухачів курсу систематично та послідовно його вивчати.

5. Про сучасну математичну освіту фахівців

Олексій Зінькевич, Володимир Сафонов
Національний університет харчових технологій
Олександр Нещадим
Національний університет біоресурсів і природокористування України

Вступ. Проблеми, що пов'язані з орієнтацією української освітянської системи на формування єдиного освітнього простору Європи, перш за все торкаються стандартизації освіти. Це передбачає ступеневу систему вищої освіти, узгодження та зближення навчальних планів з відповідними планами провідних університетів Європи і США, забезпечення якості освіти та міжнародне визнання дипломів.

Матеріали і методи. Фахівцям бракує не спеціальних знань, а фундаментальної математичної підготовки. Засвоєння спеціальної інформації та вузькопрофесійних навичок – необхідна передумова успішного розв'язання практичних задач. Однак, сучасне виробництво в умовах конкуренції вимагає значно більшого – принципово нових підходів в техніці та різних технологіях. Це можуть зробити лише фахівці, які здатні інтегрувати ідеї з різних галузей науки і техніки, комплексно сприймаючи інноваційний процес. Тому найважливішою задачею є перехід до якісної індивідуальної підготовки фахівців, що обізнані з проблемами своєї вузькопрофесійної діяльності і при цьому добре розуміють глибокі фундаментальні основи, однією з яких є математика. Сучасна якісна математична підготовка фахівців залежить від вибору обсягу і змісту математичних дисциплін. Вивчення математики ускладнюється через її широке використання в різних галузях науки і техніки. Тому спеціалісти в цих галузях разом з математиками мають визначити відповідну систему математичних знань, яку сьогодення вимагає для професіоналів. Сучасний розвиток суспільства практично унеможливлює систему освіти, яка давала б готові відповіді на всі запитання що можуть зустрітися у процесі роботи фахівця. Відповідаючи сучасним вимогам, кожний випускник університету має набути необхідну математичну культуру та повинен вміти при необхідності поповнити свої знання з математики. Найцінніша якість фахівця – це творчий підхід до вирішення проблеми, побудова математичної моделі та її вивчення за допомогою математичного апарата. Впровадження комп'ютерних технологій підвищило вимоги до прикладної спрямованості курсу математики, спонукало необхідність вивчення таких математичних дисциплін як теорія ймовірностей, математична статистика, дискретна математика, математичне програмування, дослідження операцій. Важливість цих дисциплін вимагає включення відповідних розділів до програми з математики у ВНЗ, а їх вивчення можливе лише за умов загальної математичної освіти.

Результати. Сучасна освіта кваліфікованих фахівців потребує глибоких знань як класичних так і спеціальних розділів математики. Високий рівень фундаментальної математичної підготовки фахівців передбачає відповідний рівень математичної культури для самостійного вивчення наукової літератури, вміння будувати і аналізувати математичні моделі та формулювати математичні задачі і вибирати методи їх розв'язування із використанням комп'ютера.

Висновки. Фундаментальні та спеціальні математичні дисципліни повинні вийти зі становища допоміжних предметів і забезпечити відповідними математичними знаннями фахівців. За цих умов освіта в Україні відповідатиме світовим стандартам.

6. Методика викладання вищої математики для економістів

Олена Радзієвська
Національний університет харчових технологій
Ірина Ковальська
Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка

Вступ. Вища математика для економістів є нормативною навчальною дисципліною для всіх економічних спеціальностей. Мета математичної підготовки полягає в тому щоб дати можливість майбутнім спеціалістам (як бакалаврам, так і магістрам) вільно орієнтуватися в потоці наукової і технічної інформації, використовувати математичні методи в тих галузях економіки, в яких вони спеціалізуються, що відповідає попиту на спеціалістів високих технологій. Отже, цілі перед викладачем математики стоять грандіозні, але при цьому йому потрібно враховувати постійне скорочення аудиторних годин на математику в навчальних програмах. В цих умовах виникає гостра необхідність оптимізувати процес викладання деяких розділів вищої математики.

Матеріали і методи. Було розглянуто низку найбільш поширених задач економіки, які розв'язуються математичними методами і з урахуванням шкільної математичної програми запропоновано новий підхід до порядку і змісту викладання математичних розділів для студентів економічних спеціальностей.

Результати. Ми прийшли до висновку, що для досягнення цілей, які стоять перед викладанням математики для економістів необхідно змінити стандартний підхід порядку вивчення математичних розділів.

Починати потрібно з поняття функції і методів завдання функції, і все це пояснювати на простих економічних прикладах, особливу увагу приділити поняттю графіка функції, і тому, як за допомогою графіка функції можливо аналізувати економічні процеси. В розділі диференціювання функції однієї змінної потрібно робити акцент на те, що похідна є інструментом для дослідження властивостей функції, а ні на техніку диференціювання. Також в цьому розділі потрібно розглянути поняття еластичності функції і застування цього поняття в економічних задачах.

Розділ функції багатьох змінних пояснювати на економічних моделях, наприклад таких, як модель Слуцького, виробнича функція тощо. Елементи лінійної алгебри викладати після тем диференціального і інтегрального числення. Ця тема дуже важлива, так як економісти повинні вміти аналізувати великі масиви чисел і вміти оперувати з ними.

Елементи векторної алгебри викладають в шкільному курсі математики, тому ми пропонуємо одразу переходити до вивчення *n*- вимірного векторного простору і показати, що частинними випадками є двохвимірні і трьох вимірні вектори, також в цьому розділі дати основні поняття, що є базою для розв'язання задач лінійного програмування.

Висновки. Ми вважаємо, що запропонований підхід до викладання математики для економістів, яка стосується першої її частини, тобто розділів вищої математики , дозволить дати можливість майбутнім спеціалістам (як бакалаврам, так і магістрам) вільно орієнтуватися в потоці наукової і технічної інформації, використовувати математичні методи для аналізу різноманітних економічних процесів і приймати оптимальні рішення.

7. Місце професійних компетенцій фахівця у системі неперервної освіти

Наталія Кузьмінська
Національний технічний університет України "КПІ імені Ігоря Сікорського"
Юлія Васютинська
Національний університет харчових технологій

Вступ.

Основною метою Національної стратегії розвитку освіти в Україні на 2012 – 2021 роки [1] є підвищення доступності якісної, конкурентоспроможної освіти, забезпечення особистісного розвитку людини згідно з її індивідуальними задатками, здібностями, потребами на основі навчання упродовж життя.

Метою ВНЗ є розвиток у студентів здібностей до неперервної освіти, до перекваліфікації, професійної мобільності, креативності, критичного мислення, до самовдосконалення та вдосконалення навичок у результаті набутого досвіду тощо і, як результат, випуск конкурентоспроможних спеціалістів, адаптованих до сфери своєї професійної діяльності.

Матеріали і методи.

Довгий час у вітчизняній системі освіти домінував знаннєвий підхід, результатом навчання якого була сукупність накопичених знань (як інформації) умінь і навичок. Сучасне інформаційне суспільство формує нову систему цінностей, в якій володіння знаннями, вміннями і навичками є необхідним, але недостатнім результатом освіти. Від людини вимагаються вміння орієнтуватися в інформаційних потоках, освоювати нові технології, самонавчатися, шукати і використовувати нові знання.

Результати.

Ідея компетентнісного підходу – одна із відповідей на запитання, який результат освіти необхідний особистості і затребуваний сучасним суспільством. Впровадження компетентнісного підходу в освіту країн-членів Європейського Союзу передбачає, що знання практичного спрямування мають відповідати чотирьом складовим: знати що – фактичний кодифікований обсяг знань, який може бути трансльовано; знати чому – знання наукового розуміння світу та впливу науки на розвиток людства; знати як – здатність виконувати відповідні завдання; знати хто – усвідомлення того, які люди «знають що», «знають чому», «знають як» [2].

Висновки.

Важливим питанням стає реалізація та розвиток компетентнісного підходу у рамках ВНЗ. Більше того реалізація такого підходу не повинна обмежуватись рамками терміну освіти, а тому її реалізація можлива тільки у рамках системи неперервної освіти.

На сьогодні компетенції випускників ВНЗ мають відповідати не тільки державним стандартам, але й міжнародним. Також слід враховувати, що формування компетенцій не можливе у розрізі однієї дисципліни і одного ВНЗ.

Література.

1. Національна стратегія розвитку освіти в Україні на період до 2021 року. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.president.gov.ua/ru/documents/15828.html

2. Козакова Н.Б. Реалізація компетентнісного підходу в навчанні молодших школярів / Н.Б. Козакова // Методика та технологія [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://osvita.ua/school/lessons_summary/edu_ technology/31210/

8. Особливості викладання курсу «Алгебра і теорія чисел» студентам спеціальності «Фізика»

Наталія Верпатова

Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова

Відповідно до Закону України «Про вищу освіту», постанови Кабінету Міністрів України від 29.04.2015 р. № 266 «Про затвердження переліку галузей знань і спеціальностей, за якими здійснюється підготовка здобувачів вищої освіти», наказу Міністерства освіти і науки України від 12.05.2016 р. № 506 «Про затвердження Переліку предметних спеціальностей спеціальності 014 «Середня освіта (за предметними спеціальностями)», за якими здійснюється формування і розміщення державного замовлення та поєднання спеціальностей (предметних спеціальностей) в системі підготовки педагогічних кадрів» закладам вищої освіти, які здійснюють підготовку здобувачів вищої освіти ступенів бакалавра та магістра за спеціальністю 014 «Середня освіта» (за предметними спеціальностями) було надано право здійснювати освітню діяльність за освітніми програмами, що передбачають здобуття другої спеціальності (предметної спеціальності) з цього самого переліку та додаткових спеціальностей, визначених закладом вищої освіти.

Відповідно до цього студенти НПУ імені М.П.Драгоманова спеціальності «Середня освіта (Фізика)» як додаткову спеціальність набувають фах «вчитель математики». Для цього до навчального плану підготовки фахівців були включені суто математичні дисципліни.

З об`єктивних причин на їх вивчення відводиться значно менше часу, ніж студентам математичних спеціальностей. Серед цих дисциплін – курс «Алгебра і теорія чисел», вивчення якого відбувається протягом одного семестру.

Зрозуміло, що викладачу доводиться знаходити нові методики викладання дисципліни та ефективної перевірки знань студентів.

Навчальна програма курсу «Алгебра і теорія чисел» складається з трьох змістовних модулів: 1. Групи, кільця, поля. Кільце цілих чисел; 2. Кільце многочленів від однієї змінної; 3. Кільце многочленів над числовими полями.

Теоретичний матеріал дозволить сформувати у студентів сучасний науковий погляд на математику, зокрема на її шкільний курс, та послужить потужним механізмом створення різноманітних математичних моделей реальних об'єктів, процесів та явищ сучасного світу.

Лекційний курс потребує ущільнення, але це не повинно зводитися до механічного зменшення його об'єму. В проведенні лекцій корисним буде поєднання різних методів викладання: створення опорного конспекту, порівняльних таблиць, розробка узагальнюючих алгоритмів. Лекції та практичні заняття бажано доповнити технічним супроводом.

В рамках «Проекту комплексної інформатизації навчального процесу на фізико-математичному факультеті НПУ імені М. П. Драгоманова» створюються електронні курси дисциплін на базі платформи Moodle, розробляються нові форми організації навчального процесу: електронні лекції, тестові завдання, дистанційна форма спілкування «студент-викладач».

Серед традиційних засобів навчання використовуються навчальні посібники, створені спеціально для студентів-фізиків. Підготовлено до видання довідник «Алгебра і теорія чисел. Основні факти та алгоритми», де наведено велику кількість прикладів алгебраїчних задач, класифіковано їх за способами розв'язання.

9. Впровадження технологічної карти курсу «Вищої математики» як ефективний засіб організації самостійної роботи студентів в умовах рейтингової системи

Алла Воробйова

Чорноморський національний університет ім. Петра Могили

Забезпечення цілеспрямованої математичної підготовки студентів з метою підвищення якості навчання зі спеціальних дисциплін на основі використання системи сучасних методів, способів, прийомів організаційних форм навчання є одним із шляхів підвищення якості підготовки фахівців. Стан вищої освіти України має відповідати світовому рівню та забезпечити інтеграцію у міжнародний освітній простір. Сьогодні радикальним методом зацікавлення майбутніх фахівців у необхідності постійної і напруженої роботи є такий, коли підсумки поточного контролю безпосередньо враховуються і відбиваються в екзаменаційній оцінці. Це дозволяє робити модульно-рейтингова система навчання та оцінювання знань і вмінь студентів.

При модульно-рейтинговій технології навчання докорінно змінюються ролі викладача та студента. Викладач, який виконує головним чином інформаційну функцію, бере на себе функції управління навчанням і по суті стає консультантом у процесі самокерованого навчання студента. Студент з модуля, розробленого викладачем, дістає знання та з особи, яку навчають, перетворюється на особу, яка самостійно навчається. Але все це можливо за умови напруженої підготовчої методичної роботи викладачів по створенню навчальних модулів. [1].

Зміст навчального матеріалу жорстко структурується з метою його максимально повного засвоєння, супроводжуючись обов'язковими блоками вправ і контролю за кожним фрагментом, все відображається в технологічних картках курсу. Модулі - це автономні організаційно-методичні блоки щодо кожного фрагмента структурованого навчального матеріалу, що забезпечує обов'язкове опрацювання кожного компонента дидактичної системи та чітку послідовність викладу навчального матеріалу і систему оцінювання та контролю засвоєних знань. Ключовий момент - організація навчального матеріалу в найбільш стислому і зрозумілому для студента вигляді. Отже використання технологічної карти курсу сприяє ефективній організації самостійної роботи студентів в умовах рейтингової системи.

Контроль знань в технологічних картках відображено тільки за письмові роботи - модульні контрольні (МКР) та індивідуальні розрахункові роботи (РГР), отже залишається не врахованими оцінки креативної роботи студента, в результаті якої він, використовуючи максимально можливий запас знань із різних розділів математики, пропонує напрямки вирішення проблеми. З цією метою студентам пропонується творча складова у вигляді додаткових завдань підвищеної складності, або задач прикладного спрямування в результаті роботи над якими оцінюється евристична складова роботи студента [2].

Література.

1. Воробйова А. І. Індивідуальні-розрахункові роботи в курсі вищої математики на прикладі модуля «Лінійна алгебра». Матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції «Сучасні науково-методичні проблеми математики у вищій школі», 26 – 27 червня 2013 р. —К.:НТУУ «НУХТ», 2013. – С. 131-133.

2. Воробйова А.І., Майборода О.В., Майборода В.А. Евристична складова курсу вища математика при роботі з обдарованою молоддю. Науковий часопис Національного педагогічного університету ім.. А.П.Драгоманова. Серія №5.,Вип.42: зб. Наукових праць. —К.: Вид-во НПУ ім.. Драгоманова, 2013. – С.29-34.

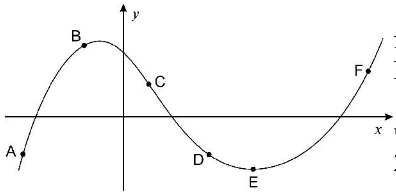
10. Застосування комп'ютерних технологій у викладанні вищої математики

Оксана Лагода

Київський національний університет технологій та дизайну

Вступ. Для більшості студентів вища математика, з одного боку, зовсім не пов'язана з повсякденністю наука, а з іншого — наводиш свій смартфон на завдання і отримуєш не просто відповідь, а повноцінне розв’язання. До яких “методичних хитрощів” може вдатися викладач, щоб зацікавити сучасну молодь у вивченні математики, при цьому активно використовуючи найновіші комп’ютерні розробки?

Матеріали і методи. Ази методики стверджують, що вводячи нове поняття, потрібно мотивувати його появу, продемонструвати зв’язок з раніше вивченим, та, звичайно ж, показати, де його можна застосовувати. І лише потім варто переходити до методів знаходження [1]. Якщо взяти за приклад такі центральні поняття в математиці, як похідну та інтеграл, то потрібно змістити акцент з техніки диференціювання чи інтегрування на усвідомлення того, що саме вони при цьому знаходять. При введенні похідної максимально унаочнити відношення приросту функції до приросту аргументу. Тоді геометричний зміст похідної не буде таким далеким і незрозумілим, а фраза “ похідна - це швидкість зміни функції” перестане бути математичною мантрою.



Безпосередньо на лекції можна проводити міні-опитування на розуміння викладеного. Наприклад:

1) В якій точці значення функції більше: в точці A чи в точці B; в точці C чи в точці D;

2) В якій точці значення похідної більше: в точці A чи в точці B; в точці C чи в точці D;

3) В яких точках значення функції та значення похідної від’ємні (додатні)

4) В якій точці значення похідної дорівнює нулю? Чи є ще такі точки? Як вони називаються?

Звичайно, це передбачає відповідне технічне оснащення лекційної аудиторії: проектор, мультимедійна дошка, тощо, за допомогою яких можна демонструвати десятки візуалізацій, наявність Інтернету та персональних комп'ютерів. Студенту не потрібно робити громіздкий конспект, всі матеріали доступні йому в електронному вигляді, він може зосередитися на розумінні. Інтерактивні методи навчання виводять студентів із стану пасивних слухачів. Відповівши впродовж лекції на кілька десятків теоретичних запитань, наданих в тестовій формі, відразу перевірених і оцінених, студент має уявлення про свої знання і прогалини. Практичні заняття варто починати з тих самих теоретичних тестів, а потім розглядати якомога більше задач прикладного змісту, розв'язуючи їх з максимальним використанням різноманітних комп'ютерних програм [2].

Результати та висновки. Запропоновані зміни, які можна ввести при викладанні вищої математики. Зокрема, інтерактивні методи навчання виводять студентів із стану пасивних слухачів, змушують активно працювати. Розв’язування задач прикладного змісту за допомогою програм сприяє зростанню цікавості до предмету.

Література.

1. Матвійчук О.П. Аспекти викладання вищої математики для студентів технічних спеціальностей. Вісник ЖНАЕУ, 2013. – №1(49). – С. 382–386.

2. Триус Ю.В. Комп’ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики: Монографія. – Черкаси: Брама-Україна. – 2005. – 400 с.

11. Застосування діяльнісного підходу для подолання студентами бар'єру між теоретичними знаннями та практичними навичками

Тамара Карпалюк

Національний технічний університет України

"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"

Викладач математики досить часто стикається з проблемою неусвідомлення студентами зв'язків між науковим матеріалом і реальними життєвими проблемами. Хоча насправді математика є універсальною мовою, яку на сьогоднішній день широко використовують у багатьох сферах діяльності.

Чимало дослідників наголошували на важливості розуміння сенсу навчання для становлення особистості та визнавали діяльнісне навчання вкрай важливим для формування кваліфікованого спеціаліста. Для багатьох теорій розвиваючого навчання поняття діяльності є важливим. Дійсно, діяльнісні вміння розвиваються у студента тоді, коли він "включається" в самостійну навчально-пізнавальну діяльність, а не просто пасивно засвоює нові для себе знання.

У цій роботі поставилено за мету розглянути, яким чином можна подати матеріал з теорії диференціальних рівнянь так, щоб сформувати у студентів уявлення про застосування даних знань на практиці. Існує чимало диференціальних рівнянь чи їх систем, які використовують для побудови математичної моделі того чи іншого процесу фізики, хімії, екології, медицини, і викладач має користуватись ними при підборі навчального матеріалу для практичних занять. Традиційно областю застосування математичних моделей є теорія розвитку біологічних популяцій. Розв'язання задач на визначення, наприклад, швидкості кровотоку, швидкості руху клапанів допоможе студентам усвідомити застосування диференціальних рівнянь, приміром, у медицині. Можна розглянути математичні моделі імунних реакцій.

При виборі математичних моделей, що описують певний процес, слід орієнтуватись на рівень підготовки студентів. Краще обрати простішу модель, яка буде зрозумілою, легкою для сприйняття і розв'язання. Наприклад, диференціальне рівняння $\frac{dx}{\mathrm{dt}} = kx$, де $k -$ const, може використовуватись у математичних моделях для опису явищ різної природи. Так, це рівняння описує швидкість розмноження бактерій, якщо $x -$ кількість бактерій у момент часу t, $k -$ коефіцієнт росту бактерій; описує швидкість розпаду радіоактивної речовини, якщо $x -$ кількість речовини, -$k -$ коефіцієнт розпаду радіоактивної речовини; описує хімічну реакцію, якщо $x -$ кількість неперетвореної речовини, $k -$ коефіцієнт пропорційності. Слід зауважити, що наведене рівняння застосовується у найпростіших математичних моделях (наприклад, в екології для вивчення кількісної оцінки розвитку природної популяції), які дають достовірні результати тільки на початковому етапі розвитку популяції. Але розглянуті математичні моделі можуть одержувати подальший розвиток у спеціальних дисциплінах, які вивчаються на старших курсах.

Отже, саме прикладні задачі допомагають розкрити сутність математичних понять, зблизити теоретичні знання та практику, сформулювати у студента поняття важливості математичних методів, які потім слугуватимуть підгрунтям їхньої професійної діяльності.

Список літератури.

1. Атанов Г. О. Теорія діяльнісного навчання. — К., Кондор, 2007.

2. Гой Т. П. Диференціальні рівняння : навчальний посібник / Т. П. Гой, О.В. Махней. — Івано-Франківськ : Сімик, 2012. — 352 с.

12. Професійна спрямованість навчання як спосіб підвищення математичної освіти студентів

Микола Сєров,
Людмила Блажко,
Інна Рассоха

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

У сучасному світі спеціаліста технічного профілю важко уявити без якісної фундаментальної освіти. Сьогодні на виробництві потрібні інженери з креативним способом мислення, які здатні варіювати в проблемних ситуаціях.

Творчий підхід до професійної діяльності й засади дослідницьких навичок майбутніх фахівців інженерної справи необхідно прищеплювати в період навчання у закладах вищої освіти, але це виявляється практично неможливим, якщо студенти не розуміють, де конкретно вони зможуть застосувати свої знання. Це непорозуміння викликає байдужість до вивчення предмета, виконання завдань або останні виконуються автоматизовано й на мінімально необхідному рівні. Але для математичного дослідження практичних, статистичних, технологічних задач мінімальний рівень підготовки фахівця є недостатнім.

Самостійне усвідомлення нестачі знань і навичок відбувається у студентів лише на старших курсах, коли наздоганяти втрачене доводиться самотужки. Тому цю проблему доцільно розв’язувати більш кардинально, проектуючи чітку професійно-орієнтовану дидактичну систему математичної підготовки інженерів, яка б враховувала і диференціацію, і професійну спрямованість, і неперервну активізацію математичних знань. Математична підготовка є однією з базових для освоєння професії інженера.

Математика дає широкі можливості для розвитку логічного мислення, просторових уявлень; формування вмінь встановлювати причинно–наслідкові зв'язки; обґрунтовувати твердження; моделювати ситуації. Оскільки математичні методи широко використовуються для розв'язання практичних завдань виробництва, то вони є важливими для підготовки висококваліфікованих фахівців для господарської діяльності.

Під час вивчення курсу вищої математики студентами закладів вищої технічної освіти основним принципом є формування високого рівня фундаментальної підготовки в комплексі з прикладною спрямованістю.

Високий математичний рівень підготовки студентів забезпечить не тільки широту світогляду, а й сформує здатність до прийняття нестандартних рішень, яких потребує майбутня професійна діяльність. Формування та розвиток нестандартного мислення є надзвичайно складним завданням, оскільки студент повинен не тільки знати предмет, а й виробити здатність до самостійного набуття знань.

Література

1. Bloom B. S. Taxonomy of Educational Objectives. The Classification if Educational Goals. Book 1. Cognetive Domain / Benjamin S. Bloom, Max D. Engelhart, Edward J. Furst, Walker H. Hill, David R. Krathwohl ; A Committee of College and Univarsity Examiners. – New York : Longman, 1956. – 207 p.

13. Шляхи вдосконалення математичної підготовки інженера

Сергій Рендюк

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

Вища інженерна освіта — це забезпечення професійного і всебічного розвитку особистості майбутнього фахівця, яка також включає компоненти гуманітарної, фундаментальної і професійної підготовки. Тобто, у вищому технічному навчальному закладі студент має набути не тільки необхідні знання, уміння й навички, а й такі якості особистості, що обумовлюють здатність до його творчого удосконалення у професійній діяльності.

Курс вищої математики у технічному ВНЗ викладається на перших 2 курсах і має більший відсоток навчальних годин серед інших фундаментальних дисциплін, тому відіграє визначальну роль у підготовці майбутніх фахівців як у формуванні загального рівня їх математичної культури, так і у формуванні наукового світогляду, розумінні прикладної і професійної спрямованості математичної теорії, опануванні методами математичного моделювання.

Одними з основних завдань викладання вищої математики є необхідність навчити студентів прийомам дослідження і розв'язування математично формалізованих задач з використанням комп'ютера, сформувати у них уміння аналізувати отримані результати, вивчати літературу з математики, навички до самостійної роботи.

Розглянемо основні проблеми з якими найчастіше стикаються студенти під час вивчення математичних дисциплін [1]:

1. Низький рівень базової теоретичної підготовки з математики.
2. Недостатній рівень практичних умінь та навичок.
3. Невміння застосовувати математичні знання на практиці.
4. Низька мотивація до вивчення дисциплін математичного циклу.
5. Недостатній рівень навчально-пізнавальної діяльності.
6. Недостатня кількість годин на вивчення математичних дисциплін.
7. Невміння і небажання студентів працювати самостійно.
8. Відсутність якісних сучасних підручників та посібників.

Тому, необхідно здійснювати пошук нових рішень, включати в навчальні програми базової математичної підготовки розроблені в останні десятиліття нові розділи математики, зокрема в поєднанні з колосальними можливостями комп'ютерних технологій. У зв'язку з цим постає питання зміни принципів подання матеріалу всіх дисциплін математичного циклу, а саме «Вищої математики», «Теорії ймовірностей та математичної статистики», «Інформатики», «Математичного моделювання та основ програмування» тощо. Вагома питома частина часу, що відведено на математичну підготовку, має бути приділена розв'язуванню типових задач з подальшою їх перевіркою засобами автоматизованих розрахунків [2].

Отже, перед вищою технічною школою постає нелегке завдання по загальному професійно спрямованому розвитку творчих здібностей майбутніх фахівців.

Література:

1. Триус Ю.В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математичних дисциплін: монографія / Ю.В. Триус. – Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 400 с.

2. Сітак І.В., Давиденко В.М. Організація математичної підготовки майбутніх інженерів у вищому технічному навчальному закладі / І.В. Сітак, В.М. Давиденко. - [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://difur.in.ua/wp-content/uploads/2017/01/Virtus_05_15.pdf.

14. Активізація самостійної роботи студентів у процесі вивчення математичних дисциплін

Іван Ластівка, Вікторія Трофименко
Національний авіаційний університет

Вступ. Активне формування ринку інтелектуальної праці і інтелектуальної продукції призводить до зміни вимог до сучасного спеціаліста, визначаючи необхідність реформування системи професійної освіти. У Законі України «Про вищу освіту» самостійна робота розглядається як одна з форм організації навчання студентів у закладах вищої освіти поряд з лекційними заняттями, практичною підготовкою і контрольними заходами. У сучасних умовах принципові зміни організації освітнього процесу передбачають переорієнтацію навчального процесу, самостійна робота виступає вирішальним фактором успішного навчання студентів.

Матеріали і методи. Усі види самостійних робіт у навчальному процесі перемежовуються один із одним і плануються у певній послідовності і логічності. Ніякі знання, якщо вони не підкріпленні самостійною діяльністю, не можуть стати справжнім надбанням людини. Тому самостійна робота використовується не лише для оволодіння певною дисципліною, але і для формування навичок самостійної роботи взагалі. Самостійна робота проходить без безпосередньої участі викладача, але вона повинна систематично контролюватися викладачем, при цьому студенти мають бути забезпечені методичними вказівками, посібниками, переліком необхідної літератури і програмних засобів [1, 2].

Під активізацією самостійної роботи студентів розуміємоціленаправлену сумісну діяльність викладачів і студентів, яка передбачає стимулювання пізнавальної діяльності з метою формування позитивної навчальної мотивації, підвищення професійної компетентності майбутнього фахівця. Важливим при цьому є використання інформаційно-комунікаційних технологій. Існують різні види індивідуальної самостійної роботи з вищої математики – підготовка до лекцій, практичних занять, заліків, іспитів, виконання індивідуальних домашніх завдань, підготовка до участі у наукових конференціях та олімпіадах з даного предмета.

Результати. Результативність самостійної роботи студентів забезпечується ефективною системою контролю, яка включає опитування студентів за змістом лекцій, перевірку виконання поточних домашніх завдань, розв’язування задач біля дошки, захист індивідуальних модульних робіт. Результативність полягає також у систематичності участі студентів у олімпіадах з вищої математики і наукових конференціях для студентів і молодих вчених.

Висновки. Самостійна робота студентів при вивченні математики у закладах вищої освіти є засобом формування професійної компетентності фахівців. Вона сприяє засвоєнню теоретичних знань та умінню застосовувати ці знання на практиці, а також формує самостійне мислення і творчий підхід до вирішення будь-яких завдань.

Література

1. Ластівка І.О. Вища та прикладна математика. Математичні методи дослідження операцій: методичні рекомендації до самостійної роботи студентів / І.О. Ластівка, О.С. Давидов, І.В. Шевченко. – К. : НАУ, 2016. – 52 с.

2. Трофименко В.І. Професійна спрямованість задач при навчанні вищої математики / В.І. Трофименко // Вісник ДВНЗ «Переяслав-Хмельницький державний педагогічний університет ім. Григорія Сковороди». – Дод. 5 до Вип. 31: Тематичний випуск «Проблеми емпіричних досліджень в психології», 2014. – С. 341–349.

15. Використання програмного пакета MathCAD, для проведення лабораторних робіт з курсу «Вища математика»

Світлана Гузенко

Національний університет харчових технологій

Вступ. Для студентів, які навчаються у вищих навчальних закладах на факультетах, пов'язаних з програмуванням та комп'ютерними науками, крім практичних занять з курсу «Вища математика» також проводять і лабораторні заняття з даної дисципліни. Найбільш популярним і сучасним програмним пакетом при розв'язанні різних математичних та інженерних задач є пакет MathCAD, тому саме цей пакет використовують викладачі для проведення лабораторних.

Матеріали і методи. Завдяки простоті застосування, наочності математичних дій, великій бібліотеці вбудованих функцій і методів, а також зручному апарату представлення отриманих результатів, його користувачами є студенти, інженери, технічні фахівці і всі, кому потрібно проводити математичні розрахунки, починаючи від елементарної математики і до реалізації чисельних методів. Це програмне середовище містить текстовий редактор, потужний обчислювач та графічний процесор. MathCAD пропонує велику кількість вбудованих функцій і операторів, які забезпечують розв'язання алгебраїчних та диференціальних рівнянь та систем, нерівностей, знаходження найбільших та найменших значень функцій, а також різні перетворення матриць, виділення їх фрагментів, знаходження їх характеристик.

Головне меню MathCAD має практично стандартний вигляд. Основними панелями інструментів є:

1) Math (Математика) – призначена для вставки математичних символів і операторів;

2) Formatting (Форматування) – призначена для форматування (зміни типу і розміру шрифту і т.д.) тексту та формул;

3) Symbolic (Символи) – призначена для виконання команд швидких аналітичних перетворень.

Панель Math (Математика) призначена для виклику на екран ще декількох панелей MathCAD, пов'язаних з різними математичними діями, а саме:

1) Calculator (Калькулятор) – для вставки основних математичних операцій;
2) Calculus (Обчислення) – для вставки елементів математичного аналізу;
3) Matrix (Матриця) – для вставки матриць і матричних операторів;
4) Graph (Графік) – для вставки графіків;
5) Boolean (Булеві оператори) – для вставки логічних (булевих) операторів;
6) Greek (Грецькі символи) – для вставки грецьких символів;
7) Symbolic (Символіка) – для вставки символьних операторів;
8) Programming (Програмування) – для програмування засобами MathCAD;
9) Modifier (Модифікатор) – для вставки деяких операторів (наприклад, перетворення числа);
10) Custom Characters (Спеціальні символи) – для вставки спеціальних символів (одиниць виміру температури і т.п.) та інші.

Висновки. Оскільки програма в основному орієнтована на користувачів, які не мають спеціальних знань у програмуванні, проте мають базові знання з математики, фізики та інших фундаментальних наук, вона ідеально підходить для проведення лабораторних занять. Тому для розв'язування задач навчальної дисципліни «Вища математика» для студентів першого курсу різних спеціальностей і пропонується використання програми MathCAD.

16. Методологія застосування математичних методів у психології

Вікторія Романенко, Світлана Садокова
Національний університет харчових технологій

Вступ. Існує безліч різноманітних і досить обґрунтованих теоретичних і практичних підходів до аналізу професійної діяльності Оснащеність наукового психологічного дослідження адекватними математичними методами, тобто рівень його математизації, свідчить про інноваційний характер певної наукової галузі у сучасних умовах. Застосовуючи математичні методи можна отримати значення рівня розвитку у фахівця визначених психофізіологічних якостей і здібностей до певної спеціальності. Що дуже важливо для проведення професійного відбору.

Матеріали і методи. Ідея психологічного дослідження базується на методах математичної статистики. На першому етапі математизації здійснюють кількісну обробку первинного емпіричного матеріалу. Основна мета цього етапу - узагальнення інформації для представлення її у компактному вигляді (емпіричних класифікацій, узагальнень, статистичних тенденцій, варіативностей, кореляцій та ін.). Їхній кількісний опис зумовлює подальше пояснення і прогноз у межах теоретичної схеми. На цьому етапі математичні методи виступають складовою емпіричного пізнання і не мають самостійного значення у розгортанні теоретичних систем. Змістом другого етапу математизації є розроблення й емпірична перевірка часткових математичних моделей, які пояснюють і прогнозують «поведінку» досліджуваного об’єкта в певних ситуаціях за певних умов. На третьому етапі створюють загальну математичну модель, яка повністю описує різні стани, у яких може перебувати досліджуваний об’єкт.

Ці етапи математизації можна виявляти, аналізуючи існуючі типи застосування математики в сучасній психологічній науці. Так, з метою формалізації опису психологічних процесів людської поведінки Кларк Халл розробляв математичну теорію навчання. Курт Левін запроваджував векторно-топологічні поняття-аналоги відомих психологічних фактів. У «знаковій моделі» Джемса пов’язані самоповага індивіда з його успіхом і рівнями домагань. Особливістю цих математичних підходів є описове застосування математики як зручного засобу для виразу змістовних ідей без спроб застосування математичної дедукції з метою прогнозування поведінки. Розвиток інформаційних технологій, зробив більш доступними процедури автоматизованої обробки даних за допомогою сучасних обчислювальних засобів. Тому більше уваги приділяється розробці автоматизованих технічних систем, які призначені для професійної психодіагностики. Переваги таких систем, які базуються на електронно-обчислювальній техніці, полягають у прискоренні обробки матеріалів психофізіологічних досліджень та підвищення точності результатів.

Результати. Застосовуючи математичні методи у прикладній психології виміряли деякі особистісні характеристики фахівців із наступним розв’язанням відповідних регресійних рівнянь. Шляхом статистичного аналізу отримали значення таких критеріальних змінних, як виробнича задоволеність, ефективність та інші.

Висновки. Використовуючи теорію ймовірностей і математичну статистику, за допомогою яких розв’язуються проблеми ймовірнісного аналізу особистісних рис, здібностей та поведінки, вдалося отримати значення рівня розвитку у фахівця визначених психофізіологічних якостей і здібностей до певної спеціальності, що дає змогу зорієнтуватися у плануванні кар’єри.

17. Використання тренінгів як методу освітньої діяльності в математичній освіті

Лариса Панченко, Наталія Шаповалова, Людмила Процак
Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова

Сучасні дослідження філософії та соціології вищої освіти свідчать, що суб'єкти освітнього процесу навчального закладу вищої освіти, співіснуючи в одному просторі і часі, часто не мають спільних цілей, потреб, мотивацій, соціальних практик. Інформаційна, комунікативна, дисциплінарна взаємодія між студентами та викладачами в більшості випадків носить формально-вимушений характер. Формалізовані взаємини між носіями освітніх практик значно ускладнюють реалізацію особистісно-орієнтованих підходів у вищій освіті, що закономірно призводить до однобічного розвитку особистості майбутніх спеціалістів.

Саме тому виключно актуальними є розробка і впровадження в практиці вищої освіти інноваційних, технологічно доцільних технологій навчання і виховання студентської молоді, технологій здійснення освітнього процесу як цілісної діалектичної взаємодії всіх його суб'єктів. Одним з видів навчальної діяльності, що відповідає вказаним вимогам, є тренінги. Тренінги виступають одночасно як метод та форма навчальної діяльності.

На сьогоднішній день не існує загальноприйнятого визначення поняття «тренінг», що призводить до розмитого тлумачення методу і позначення цим терміном самих різних прийомів, форм, способів і засобів, що використовуються в освіті. Ми вважаємо прийнятним для використання в навчальній діяльності на заняттях з математичних дисциплін таке визначення: «Тренінг – це багатофункціональний метод навмисних змін психологічних феноменів людини, групи з метою гармонізації професійного і особистісного буття людини» [1, С. 129].

Загальна мета тренінгу як форми групової навчальної діяльності в процесі вивчення математичних дисциплін може бути конкретизована через низку завдань, які можуть мати різне формулювання (відповідно до мети заняття), але обов'язково пов'язані із: отриманням знань; формуванням умінь та навичок; розвитком настанов, які визначають поведінку в спілкуванні, перцептивних здібностей людини; соціальною підтримкою індивідуальних проявів суб'єктивної активності.

Ефективність тренінгу багато в чому залежить від того, наскільки великим запасом засобів володіє викладач для досягнення навчальної мети. Найчастіше на заняттях з математичних дисциплін (з власного досвіду авторів) застосовується: 1) індивідуальний тренінг; 2) групові дискусії; 3) рольові ігри (зокрема ділові ігри), що імітують майбутню професійну діяльність; 4) мозковий штурм; 5) психогімнастика.

Адаптація тренінгових технологій навчання математики у навчальних закладах вищої освіти можлива, доцільна і необхідна. Переважною формою тренінгу є груповий тренінг, де відбувається поділ студентів на групи, для виконання певних завдань (в умовах навчання математики це можуть бути задачі, зокрема приклади). Такий поділ відбувається залежно від навчальної мети: а) за вибором студентів; б) за рівнем навченості; в) за навчальними досягненнями тощо. В кінці практичного заняття робота кожної групи обговорюється і оцінюється з різних позицій.

Ефективне використання тренінгів як інноваційних методів навчання математики забезпечує психологічні та організаційно-педагогічні умови для створення у ВНЗ комфортного гуманітарного середовища як ключового компонента соціальної ситуації розвитку особистості сучасного спеціаліста.

Література:

1. Авдєєва І.М., Мельникова І.М. Інноваційні комунікативні технології в роботі куратора академгруп. Навч. посібник. – К.: В. Д. «Професіонал», 2007. – 304 с.

ЗМІСТ

Наукове видання

МІЖНАРОДНА НАУКОВО–МЕТОДИЧНА КОНФЕРЕНЦІЯ

«СУЧАСНІ НАУКОВО–МЕТОДИЧНІ ПРОБЛЕМИ МАТЕМАТИКИ У ВИЩІЙ ШКОЛІ»

21 – 22 червня 2018 р.

Відповідальний за випуск **І.І. Юрик**

Комп'ютерна верстка **С.В. Гузенко**