

**С.М.Василенко**, канд. тех. наук

**А.В.Форсюк**, канд. тех. наук

**В.П.Петренко**, канд. тех. наук

**М.О.Прядко**, доктор. тех. наук

## ТУРБУЛЕНТНЕ ПЕРЕНЕСЕННЯ В ПЛІВКАХ РІДИНИ ДВОФАЗНИХ КІЛЬЦЕВИХ ТЕЧІЙ

Високі темпи розвитку інформаційно-комп'ютерних технологій призвели до того, що основним методом розрахунку тепломасообмінних апаратів стало математичне моделювання процесів в них. На сьогодні більшість математичних моделей турбулентного переносу в рідинах базується на так званій гіпотезі Буссінеска, згідно якої вводяться турбулентні аналоги коефіцієнтів перенесення кількості руху та енергії. Однак, оскільки ці аналоги не мають безпосереднього фізичного сенсу, тобто вони не є фізичними характеристиками рідин, їх визначення проводиться опосередковано з використанням результатів експериментальних досліджень (саме тому моделі цього типу носять назву напівемпіричних).

На кафедрі промислової теплоенергетики УДУХТ протягом останніх двадцяти років проведено ряд досліджень теплогідродинамічних характеристик двофазних течій в каналах з метою отримання емпіричних залежностей, необхідних для замикання крайової задачі теплоперенесення в турбулентних плівках кільцевих та дисперсно-кільцевих потоків.

В основу аналізованих крайових задач були покладені диференціальні рівняння перенесення кількості руху та енергії записані для плівок в плоскому наближенні

$$\frac{\tau}{\tau_{cr}} = \mu(1 + \epsilon_{\sigma}^+) \frac{dv^+}{dy^+}, \quad (1)$$

$$1 = \left( \frac{1}{Pr_p} + \frac{1}{Pr_t} \varepsilon_\sigma^+ \right) \frac{dT^+}{dy^+}, \quad (2)$$

де  $\tau$ ,  $\tau_{ct}$  – дотичні напруги в плівці поточна та на стінці, відповідно Н/м<sup>2</sup>;  $\mu$  – динамічна в'язкість рідини, кг/(мс);  $Pr_p$  – число Прандтля рідини;  $Pr_t$  – турбулентний аналог числа Прандтля;  $\varepsilon_\sigma^+ = \varepsilon_\sigma / \nu_p$  – безрозмірний коефіцієнт турбулентної в'язкості;  $\varepsilon_\sigma$  – кінематичний коефіцієнт турбулентної в'язкості (кінематичний коефіцієнт турбулентного перенесення кількості руху), м<sup>2</sup>/с;  $v^+ = v / v^*$  – безрозмірна швидкість;  $v$  – швидкість, м/с;  $v^* = \sqrt{\tau_{ct} / \rho_p}$  – динамічна швидкість (швидкість тертя на стінці), м/с;  $\rho_p$  – густина рідини, кг/м<sup>3</sup>;  $y^+ = y v^* / \nu_p$  – безрозмірна поперечна координата;  $y$  – поперечна координата, м;  $T^+ = (T - T_{ct}) / (q_c \rho_p v^*)$  – безрозмірна температура;  $T$ ,  $T_{ct}$  – температура поточна та на стінці, К;  $q$  – густина теплового потоку через плівку, Вт/м<sup>2</sup>;  $c_p$  – теплоємність рідини, Дж/(кгК).

Дія парового потоку на стінці задавалась величиною дотичної напруги на поверхні плівки  $\tau_i$ , Н/м<sup>2</sup>. Основна різниця між окремими моделями визначалась способами задавання коефіцієнтів турбулентного перенесення в товщі рідини:

1. Найбільш поширеним на сьогодні є дво- та багат шарові моделі перенесення в плівці. При цьому плівка за товщиною поділяється на дві основні зони: пристінну, в якій величини коефіцієнтів турбулентного перенесення визначаються зі співвідношення для пристінного шару однофазної течії рідини в круглій трубі, та зони пригнічення турбулентності поверхневим натягом біля поверхні розділу пара-рідина.

Безрозмірні числа, плівкове Рейнольдса та Стентона (безрозмірний коефіцієнт тепловіддачі) визначаються при цьому з рівнянь

$$Re = 4\Gamma_v / \nu_p = 4 \int_0^{y_e^+} v^+ dy^+ + 4 \int_{y_e^+}^{\delta^+} v^+ dy^+, \quad (3)$$

$$St = \frac{\alpha}{c_p \rho_p v^*} = \left[ (T^+)_{y_e^+} + T^+ \Big|_{y_e^+}^{\delta^+} \right]^{-1} \quad (4)$$

де  $\Gamma_v$  – об'ємна густина зрошення, м<sup>2</sup>/с;  $\delta^+$  – безрозмірна товщина плівки;  $\alpha$  – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м<sup>2</sup>К);  $y_e^+$  – безрозмірна координата границі зон, яка відповідає точці перетину профілів коефіцієнтів турбулентної в'язкості двох зон.

Під час аналізу результатів експериментальних досліджень випаровування з поверхні стікаючих плівок яблучних соків та конденсації водяної пари у вертикальній трубі [1] для описання зміни коефіцієнтів турбулентного перенесення в пристінній зоні застосовували тришарову модель універсального профілю швидкості Кармана-Нікурадзе, в зоні ж пригнічення турбулентності – модифіковану модель [2], яка базується на аналізі В.Г.Левича [3] та враховує вплив на пригнічення турбулентності дотичної напруги на поверхні розділу пара-рідина. Профілі коефіцієнтів турбулентної в'язкості наведені на рис.1.

Порівняння дослідних даних та розрахованих за пропонованою моделлю значень числа Стентона свідчить про задовільну їх відповідність.

Однак, слід відмітити ряд недоліків, які мають моделі цього типу. По-перше, практично всі вони базуються на результатах експериментального дослідження масоперенесення (турбулентної дифузії) в плівках поблизу границі розділу рідина-пара, штучно застосованих для випадку перенесення спочатку імпульсу, а потім і енергії. По-друге, в основу практичної більшості моделей покладено феноменологічний метод аналізу, який базується на принципі неперервності розподілу в рідині всіх параметрів, а також їх похідних. Очевидно, моделі цього типу не відповідають даному принципу. По-третє, ці моделі дають занадто

наближене уявлення про механізм турбулентного перенесення в ядрі плівки.

2. Моделі, які враховують пригнічення турбулентності в плівках задаванням параболічного профілю коефіцієнтів турбулентного перенесення [4]

$$\varepsilon_{\sigma} = 4\varepsilon_m (y^* - y^{*2}), \quad (5)$$

де  $y^* = y/\delta$  – відносне значення координати.

Для розрахунку параметра  $\varepsilon_m$  в роботі [4] запропонована залежність, отримана в із аналізу результатів експериментального дослідження процесів перенесення в плівках води та цукрових розчинів, що рухаються вгору під дією потоку повітря та водяної пари

$$\varepsilon_m^+ = \varepsilon_m / \nu_p = 6 \cdot 10^{-5} \text{Re}_{пл}^{(1,33-8 \cdot 10^{-3} \text{Re}_{пл}^{0,25})} K_{гя}^{0,25} [1 - \exp(-5 \cdot 10^{-3} \text{Re}_{пл})]^4, \quad (6)$$

де  $K_{гя} = \nu_n \sqrt{\rho_c} / [g\sigma(\rho_p - \rho_n)]^{0,25}$  – модифіковане число гідродинамічної стійкості;  $\nu_n$  – швидкість газового (парового) ядра, м/с;  $\rho_c$  – гомогенна густина ядра потоку, кг/м<sup>3</sup>.

Профілі коефіцієнта турбулентної в'язкості, розраховані за цією методикою, наведені на рис.2. Порівняння розрахунку інтенсивності тепловіддачі за нею з результатами експериментального дослідження, наведені в [4], свідчать про задовільну їх відповідність. В той же час, модель параболічного профілю коефіцієнта турбулентної в'язкості має наступний основний недолік: вона не враховує особливості механізму турбулентного перенесення поблизу стінки та поверхні розділу рідина-пара.

3. Для того, щоб уникнути недоліків, характерних вищенаведеним моделям, пропонується застосувати принцип суперпозиції для функцій розподілу коефіцієнта турбулентного перенесення в плівці поблизу стінки та біля вільної поверхні.

Профіль зміни коефіцієнта турбулентної в'язкості в плівці біля твердої поверхні визначимо з рівняння Дейслера для однофазної течії в циліндричній трубі

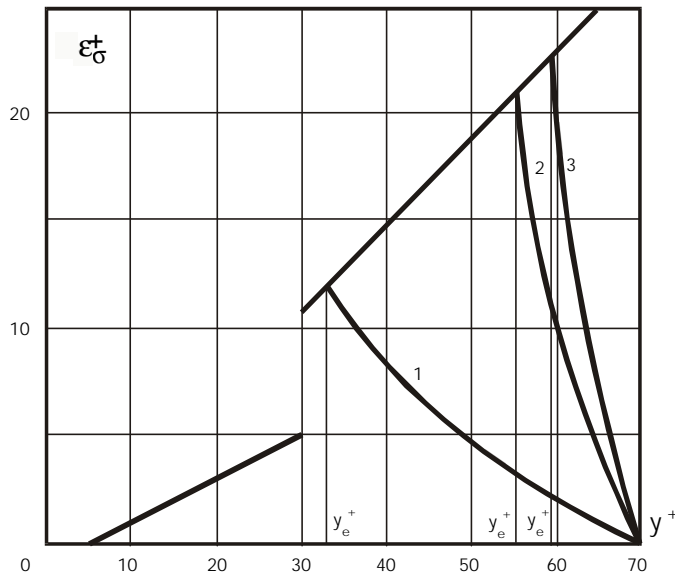


Рис.1. Профілі коефіцієнтів турбулентної в'язкості згідно [1].

$$1 - \tau_i^* = \tau_i / \left[ \rho_p g \left( \frac{v_p^2}{g} \right)^{1/3} \right] = 0; \quad 2 - \tau_i^* = 20; \quad 3 - \tau_i^* = 40$$

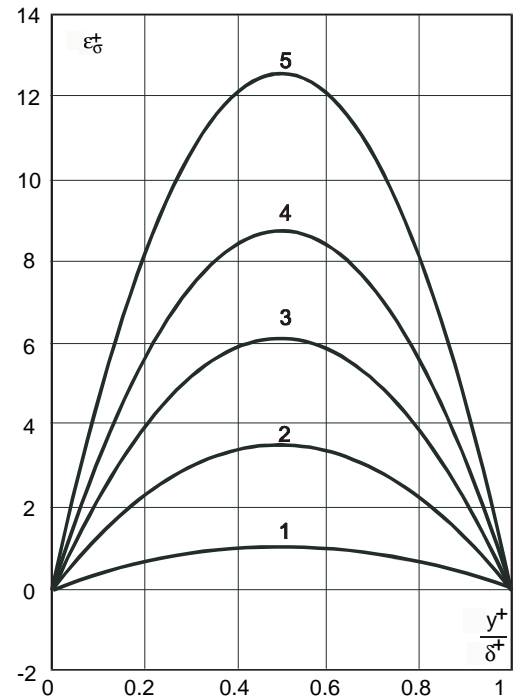


Рис.2. Профілі коефіцієнтів турбулентної в'язкості згідно [4].

$$1 - Re_{пл} = 1516; \quad 2 - Re_{пл} = 4547; \quad 3 - Re_{пл} = 7578; \\ 4 - Re_{пл} = 10610; \quad 5 - Re_{пл} = 15160$$

$$\epsilon_{\sigma}^+ = 0,0119 v^+ y^+, \quad (7)$$

де  $y^+$  – безрозмірна відстань від твердої поверхні.

Рівняння (7) відповідає дослідним даним в діапазоні  $y^+ = 0 \dots 26$ , тому може бути застосоване для плівкової течії з низькими значеннями  $\delta^+$ .

Профіль швидкості в цьому діапазоні зміни  $y^+$  з достатньою точністю можна апроксимувати залежністю

$$v^+ = 1,85 (y^+)^{0,63}. \quad (8)$$

Після підстановки (8) в рівняння (7) отримаємо враз для розрахунку безрозмірного коефіцієнта турбулентної в'язкості

$$\epsilon_{\sigma}^+ = 0,022 (y^+)^{1,63}, \quad (9)$$

розрахунок за яким задовільно відповідає розрахункам за більш складними моделями.

Функцію розподілу  $\varepsilon_{\sigma}^+$  біля вільної поверхні рідини запишемо згідно рекомендації [6] у вигляді

$$\varepsilon_{\sigma}^+ = 1,66 \cdot 10^{-7} \operatorname{Re}_{\text{пл}}^{1,678} (\delta^+)^{1,333} \left( 1 - \frac{y^+}{\delta^+} \right). \quad (10)$$

Оскільки, очевидно, можна вважати, що в ядрі плівки має місце накладення співмірних між собою механізмів впливу на турбулентне перенесення поверхонь розподілу рідина-стінка та рідина-пара. Степінь затухання в ядрі потоку кожного з цих механізмів турбулентного перенесення врахуємо введенням коефіцієнта затухання  $\beta$ . Коефіцієнт затухання, змінюючись при збільшенні відстані від поверхні розділу, характеризує відносне зменшення впливу відповідної поверхні розділу на інтенсивність турбулентного перенесення

$$\varepsilon_{\sigma}^+(l) = \beta(l) \varepsilon_{\text{спов}}^+(l) \quad (11)$$

де  $l$  – відстань від поверхні розподілу, м;  $\varepsilon_{\text{спов}}^+$  – задається одним з рівнянь (9) чи (10).

Оскільки перехід від одного механізму турбулентного перенесення до іншого, очевидно, є нелінійним, застосуємо для визначення зв'язку між  $\beta$  та  $l$  широко розповсюджений в природі диференціальний закон пропорційності відносної зміни величини  $\beta$  зміні координати  $l$ . Подібним чином описується кінетика процесів стабілізації, затухання, релаксації, тощо,

$$-d\beta/l = n dl, \quad (12)$$

де  $n$  – емпіричний коефіцієнт.

Інтегруючи останнє рівняння за умови  $\beta=1$ , якщо  $l=0$ , отримаємо

$$\beta = e^{-nl}. \quad (13)$$

Тоді, у відповідності до принципу суперпозиції, можна записати

$$\varepsilon_{\sigma}^{+} = 0.022(y^{+})^{1.63} e^{-ny^{+}} + 1.66 \cdot 10^{-7} \text{Re}_{\text{пл}}^{1.678} (\delta^{+})^{1.333} \left(1 - \frac{y^{+}}{\delta^{+}}\right)^2 e^{-n(\delta^{+}-y^{+})}. \quad (14)$$

Підставляючи функцію зміни  $\varepsilon_{\sigma}^{+}$  з (14) в рівняння перенесення енергії (2) та інтегруючи останнє отримаємо

$$\text{St}^{-1} = \int_0^{\delta^{+}} \left[ \frac{1}{\text{Pr}_p} + \frac{1}{\text{Pr}_r} \left( 0.022(y^{+})^{1.63} e^{-ny^{+}} + 1.66 \cdot 10^{-7} \text{Re}_{\text{пл}}^{1.678} (\delta^{+})^{1.333} \left(1 - \frac{y^{+}}{\delta^{+}}\right)^2 e^{-n(\delta^{+}-y^{+})} \right) \right]^{-1} dy. \quad (15)$$

Для визначення коефіцієнта  $n$  використаємо результати експериментальних досліджень тепловіддачі при випаровуванні з поверхні яблучних соків та при конденсації водяної пари у вертикальній трубі шляхом підстановки їх у рівняння (15) та розв'язання останнього відносно  $n$ .

Слід відмітити, що попередній аналіз засвідчив незначний вплив пригнічення турбулентності біля вільної поверхні плівки на її гідродинамічні характеристики, в першу чергу товщину. Тому для визначення товщини плівки за відомих витратних та теплофізичних характеристиках рідини та дотичній напрузі на вільній поверхні можна застосувати одну з багатьох моделей течії рідини біля твердої поверхні, як це і було зроблено під час обробки експериментальних даних.

Отримані значення  $n$  аналізували з метою визначення залежності їх величини від величин, які характеризують процес турбулентного перенесення в плівці рідини. При цьому застосовували методи регресивного аналізу. Якість регресії оцінювали величиною так званого коефіцієнта кореляції. В процесі аналізу залежності величини  $n$  від дотичної напруги на поверхні розділу пара-рідина виявлено не було. З достатньою точністю величина  $n$  апроксимується залежністю

$$n = 5.474 \cdot 10^3 \text{Re}_{\text{пл}}^{-1.446} \text{Pr}_p^{-0.496}, \quad (16)$$

коефіцієнт кореляції якої склав 91,2%.

На рис.3. наведено порівняння розрахованих згідно експериментальних даних та згідно рівняння (16) значень показника степеню  $n$ , яке свідчить про їх задовільну відповідність.

На рис.4 наведено профілі коефіцієнтів турбулентної в'язкості, розрахованих за рівняннями (14) та (16).

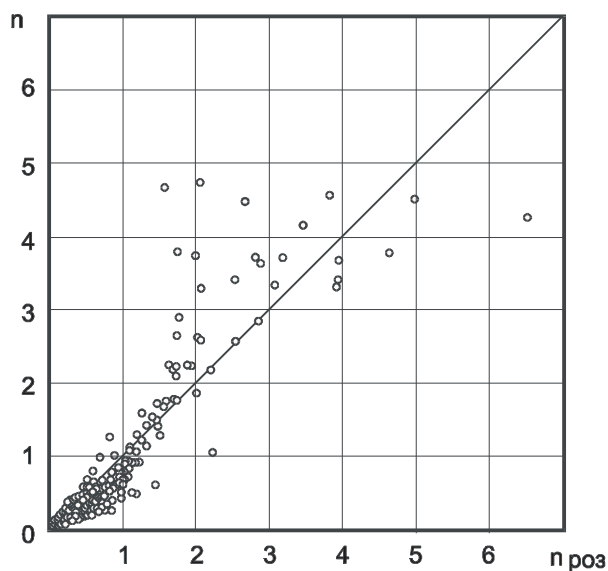


Рис.3. Залежність  $n=f(n_{роз})$

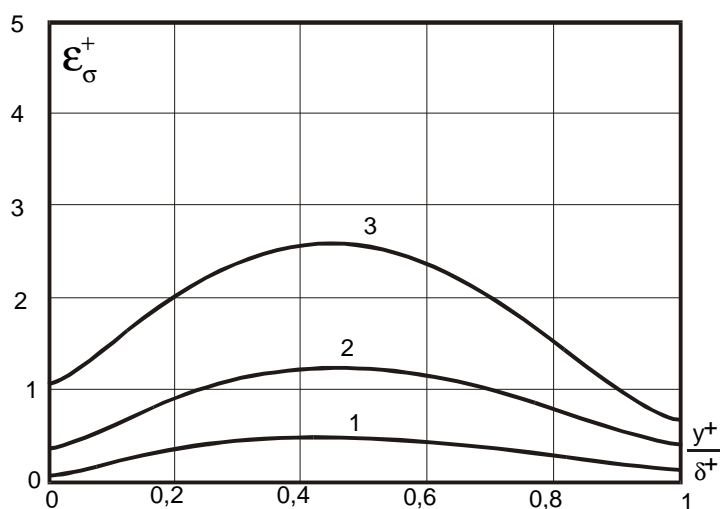


Рис.4. Профілі коефіцієнтів турбулентної в'язкості, розрахованих за рівняннями (14) та (16)

**Висновки.** З використанням результатів експериментального дослідження теплогідродинамічних характеристик двофазних кільцевих потоків запропоновано три моделі турбулентного перенесення в плівці рідини. Найбільш обгрунтованою фізично слід вважати модель, яка базується на методі суперпозиції механізмів турбулентного перенесення біля твердої поверхні та білі поверхні розділу рідина-пара. Не відмічено безпосереднього впливу на коефіцієнти турбулентного перенесення дотичної напруги на поверхні рідина-пара.

Надійшла до редакції 11.10.2000 р.



## ЛІТЕРАТУРА

1. С.М.Василенко. Моделювання турбулентного перенесення в плівках рідини в тепломасообмінних апаратах харчової промисловості. – Наукові праці УДУХТ, 1998, №4, ч.1. – с.87-89.
2. Хаббард, Милз, Чжунь. Теплоотдача к турбулентной стекающей пленке с сопутствующим паровым потоком. Теплопередача, 1976, №2.–с.183-185.
3. В.Г.Левич. Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 699 с.
4. В.П.Петренко, Н.А.Прядко, А.Е.Мельник, А.В.Форсюк. Гидродинамика восходящих пленок жидкости и теплоотдача в режиме испарения со свободной поверхности. В сб. Тепло- и массообменные процессы в пищевой промышленности. Киев: УМК ВО, 1990.– с.181-192.
5. Л.Г.Лытцянський. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973.– 847с.
6. A.Faghri, R.A.Seban. Heat and mass Transfer to a turbulent falling films – II. t.J.Heat and mass Transfer, vol.31, No.4, pp.1796-1798, 1989.

## ТУРБУЛЕНТНЕ ПЕРЕНЕСЕННЯ В ПЛІВКАХ РІДИНИ ДВОФАЗНИХ КІЛЬЦЕВИХ ТЕЧІЙ

Наведені три моделі вихрового перенесення теплоти в турбулентних плівках рідини двофазних кільцевих потоків з конденсацією та випаровуванням. Показано, що тертя на міжфазній поверхні безпосередньо не впливає на значення коефіцієнтів турбулентної в'язкості.

Turbulent heat transfer across liquid films of two-phase annular flow

S.Vasilenko, A.Forsjuk,

V.Petrenko, M.Prjadko

Three eddy diffusivity models of heat transfer in turbulent liquid films of two-phase annular flow with condensation and evaporation are presented. It has been shown that shear stress at interface directly does not affect eddy diffusivity.