

УДК 621.84

Є.В. КОСТЮК, асп.

В.С. КОСТЮК, канд. техн. наук

Національний університет харчових технологій

ВИЗНАЧЕННЯ ВХІДНИХ ПАРАМЕТРІВ СИСТЕМИ ДЛЯ РЕАЛІЗАЦІЇ СИНУСОЇДАЛЬНОГО ЗАКОНУ ЗМІНИ ПРИСКОРЕННЯ ВЕДЕНОЇ МАСИ

Зазвичай у динаміці машин розв'язується задача, яка передбачає визначення результату впливу на вихідні параметри системи. Тобто виконується перевірка фактичних значень на їх допустимість, як правило, з точки зору міцності елементів системи.

Пропонується розглянути зворотну задачу, а саме визначити, які вхідні параметри потрібно задати, щоб отримати бажаний результат. В межах двомасової моделі бажаним результатом будемо вважати абсолютно безударний режим руху веденої маси під час перехідного процесу. Такий режим можна вважати реалізованим за умови зміни прискорення за синусоїдальним законом. Необхідно визначити, при якому законі руху ведучої маси ведена маса буде рухатись за синусоїдальним законом. Також визначимо залежності за якими потрібно задавати рушійну силу для отримання означеного закону руху веденої маси.

В якості об'єкта дослідження використаємо реально діючий екземпляр пакувального обладнання, що використовується для укладання рулонів на лінії виготовлення комбінованого пакувального матеріалу на ДП Тетра-Пак Україна, а саме просторовий робот-укладчик Gantry Area – 120.

Розглянемо випадок горизонтального переміщення каретки робота із рулоном, тобто один з елементів робочого ходу. Така операція в циклограмі



роботи машини обмежена часом T та шляхом S . Як і будь-яке інше переміщення означена операція передбачає комбінування усталеного руху та перехідних процесів. Частка тривалості перехідних процесів у повній тривалості операції переміщення визначається циклограмою і становить величину k .

Операція горизонтального переміщення складається з наступних етапів:

0 – навантаження пружного елемента, розгін ведучої маси;

I – розгін веденої маси ;

II – усталений рух;

III – гальмування веденої маси;

IV – гальмування ведучої маси.

Нульовий етап строго не лімітований по часу і параметрам виконання, але має складати незначну частку технологічної операції переміщення, яка обмежена циклограмою роботи пристрою.

Перший етап передбачає рух ведучої маси до моменту, коли $P_{np} = P_{on}$.

При цьому ведена маса нерухома. Нерівністю сили опору у стані спокою та під час руху нехтуємо. Оскільки заданим є закон руху веденої маси на I етапі, то пропустимо 0 етап і почнемо розв'язання задачі саме з розгону веденої маси.

Для позначення кінематичних і динамічних параметрів ведучої та веденої мас на різних етапах будемо застосовувати подвійний індекс. Перша цифра позначатиме належність тій чи іншій масі, а друга – етап, якому відповідає цей параметр.

З метою отримання графічних залежностей будемо використовувати наступні числові значення параметрів системи, які відповідають реальній конструкції робота-укладчика:

$$c = 30000 \text{ Н/м}; \quad m_1 = 100 \text{ кг}; \quad m_2 = 1200 \text{ кг};$$

$$S = 3 \text{ м}; \quad T = 6 \text{ с}; \quad k = 0,7;$$

$$P_{on} = 235 \text{ Н}; \quad v_2^{ном} = 0,77 \text{ м/с}; \quad a_2^{max} = A = 0,58 \text{ м/с}^2,$$

де c – жорсткість зубчастих пасів;



m_1 – ведуча маса (приведена);

m_2 – ведена маса (приведена);

k – частка перехідних процесів у загальній тривалості операції переміщення;

P_{on} – сила опору;

$v_2^{ном}$ – швидкість усталеного руху веденої маси;

a_2^{max} – максимальне прискорення веденої маси (амплітуда синусоїди).

Розгін веденої маси (І етап). Початкові умови для веденої маси:

$$x_{2n} = 0; \quad v_{2n} = 0; \quad a_{2n} = 0.$$

$$P_{np} = P_{on} = 235 \text{ Н};$$

При цьому $P_{np} = cx_{10}$, звідки

$$x_{10} = \frac{P_{np}}{c} = \frac{235}{30000} = 0,0078 \text{ м} \approx 8 \text{ мм}.$$

Система рівнянь руху на І етапі має вигляд:

$$\begin{cases} m_1 a_{11} = P_{пуш} - c(x_{11} - x_{21}); \\ m_2 a_{21} = c(x_{11} - x_{21}) - P_{on}. \end{cases} \quad (1)$$

З другого рівняння визначаємо x_{11}

$$x_{11} = x_{21} + \frac{(m_2 a_{21} + P_{on})}{c}. \quad (2)$$

В отриманому виразі x_{21} та a_{21} задані умовою задачі і описуються наступними залежностями в часі:

$$a_{21}(t) = A \sin(\omega t); \quad (3)$$

$$x_{21}(t) = -\frac{A}{\omega^2} \sin(\omega t) + \frac{A}{\omega} t, \quad (4)$$

де амплітуда A та частота ω визначаються наступними залежностями:

$$A = \frac{2\pi \cdot S}{k(2-k)T^2};$$

$$\omega = \frac{2\pi}{kT}.$$

Підставивши вирази (3) та (4) в рівняння (2) отримуємо залежність

переміщення ведучої маси в часі

$$\begin{aligned}
 x_{1l}(t) &= x_{2l}(t) + \frac{(m_2 a_{2l}(t) + P_{on})}{c} = \\
 &= -\frac{A}{\omega^2} \sin(\omega t) + \frac{A}{\omega} t + \frac{(m_2 A \sin(\omega t) + P_{on})}{c} = \\
 &= A \sin(\omega t) \left(\frac{m_2}{c} - \frac{1}{\omega^2} \right) + \frac{A}{\omega} t + \frac{P_{on}}{c}.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Двічі продиференціювавши рівняння (5) отримуємо v_{1l} та a_{1l}

$$\begin{aligned}
 v_{1l}(t) &= \frac{d}{dt} x_{1l}(t) = -\frac{A}{\omega} \cos(\omega t) + \frac{A}{\omega} + \frac{m_2 A \omega}{c} \cos(\omega t) = \\
 &= A \cos(\omega t) \left(\frac{m_2 \omega}{c} - \frac{1}{\omega} \right) + \frac{A}{\omega}; \\
 a_{1l}(t) &= \frac{d^2}{dt^2} x_{1l}(t) = A \sin(\omega t) - \frac{m_2 A \omega^2}{c} \sin(\omega t) = \\
 &= A \sin(\omega t) \left(1 - \frac{m_2 \omega^2}{c} \right).
 \end{aligned} \tag{6}$$

Рівняння (6) є першою частиною розв'язку поставленої задачі. Воно описує закон руху ведучої маси при якому прискорення веденої буде змінюватись за синусоїдою.

З першого рівняння системи (1) знаходимо $P_{руш}$ і підставляємо в нього вирази (4), (5) та (6), отримуємо залежність рушійної сили в часі:

$$\begin{aligned}
 P_{руш}^I(t) &= m_1 a_{1l} + c(x_{1l} - x_{2l}) = m_1 a_{1l} + c \left(x_{2l} + \frac{(m_2 a_{2l} + P_{on})}{c} - x_{2l} \right) = \\
 &= m_1 a_{1l} + m_2 a_{2l} + P_{on} = m_1 \left(A \sin(\omega t) \left(1 - \frac{m_2 \omega^2}{c} \right) \right) + m_2 A \sin(\omega t) + P_{on} = \\
 &= A \sin(\omega t) \left(m_1 \left(1 - \frac{m_2 \omega^2}{c} \right) + m_2 \right) + P_{on}.
 \end{aligned} \tag{7}$$

Графічна інтерпретація отриманих залежностей кінематичних параметрів представлена на рис. 1.

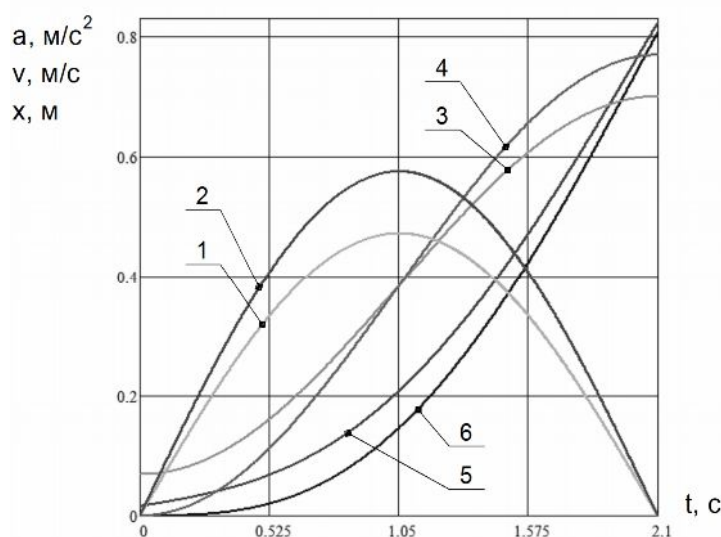


Рис. 1. Кінематичні параметри етапу розгону: 1, 2 – прискорення, 3, 4 – швидкості, 5, 6 – переміщення ведучої та веденої мас відповідно

Як бачимо з графіків для забезпечення синусоїдального закону руху веденої маси на етапі розгону ведуча маса також має прискорюватись за синусоїдальним законом, проте з іншою амплітудою. Причому її початкова швидкість має відрізнятись від нуля, а кінцева має бути меншою за значення кінцевої швидкості веденої маси.

Графіки силового навантаження представлені на рис. 2.

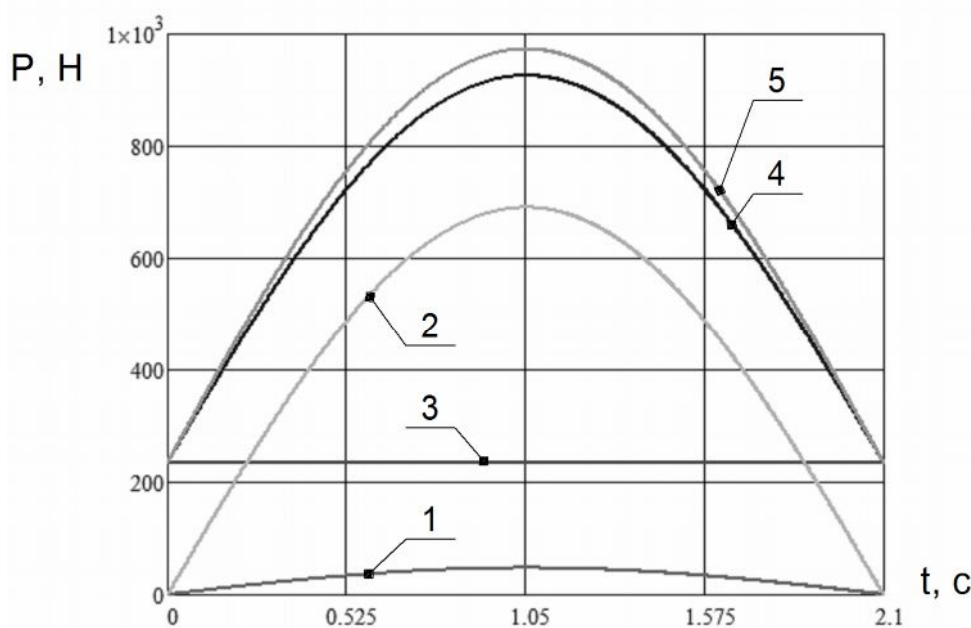
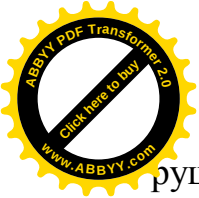


Рис. 2. Динамічні параметри етапу розгону: 1, 2 – сили інерції ведучої та веденої мас відповідно; 3 – сила опору; 4 – зусилля в пружному елементі; 5 –



рушійна сила.

Очевидно, що рушійна сила відрізняється від навантаження пружного елемента на величину інерційної складової ведучої маси, а сила пружності – на величину сили опору від інерційної складової веденої маси. Отже фізичний зміст математичної моделі не порушується.

Усталений рух (II етап). Етап усталеного руху веденої маси передбачає реалізацію наступних залежностей:

$$a_{22}(t) = 0; \quad (8)$$

$$v_{22}(t) = v_2^{HOM} = const; \quad (9)$$

Користуючись підстановкою, використаною при розрахунку законів руху на етапі розгону можна довести, що рівності (8) та (9) можуть бути справедливими лише за умови, що

$$a_{12}(t) = a_{22}(t) = 0;$$

$$v_{12}(t) = v_{22}(t) = v_2^{HOM} = const;$$

Використовуючи відомі числові значення, отримуємо графічне представлення етапу усталеного руху. Співставлення графіків кінематичних параметрів на межі I та II етапів представлено на рис. 3.

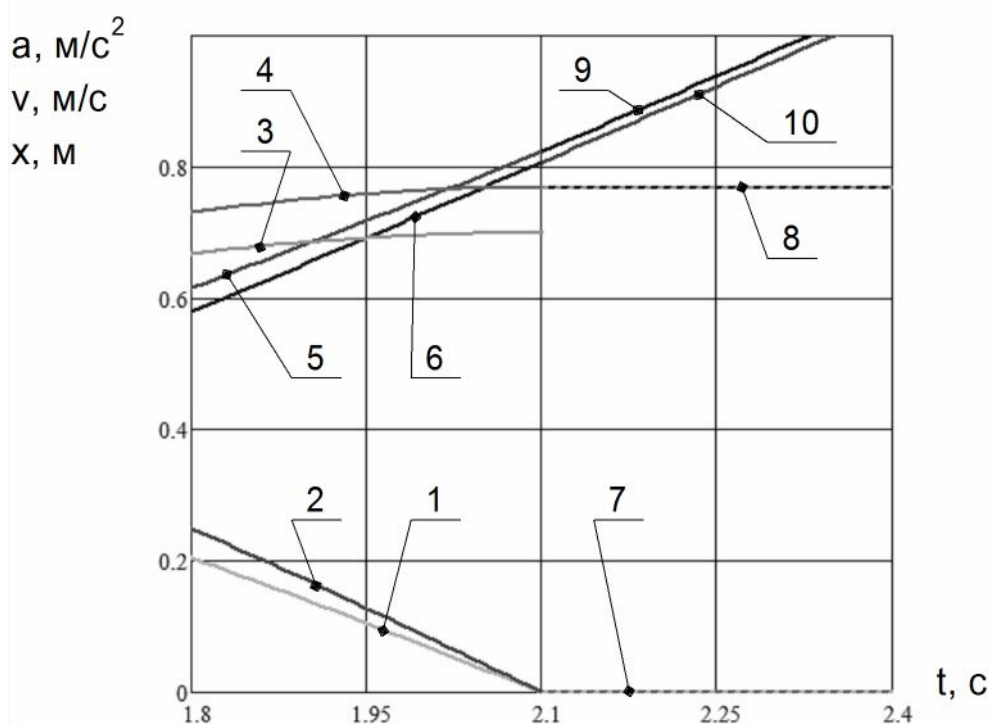


Рис. 3. Кінематичні параметри на межі етапів розгону і усталеного руху: 1, 2 – прискорення, 3, 4 – швидкості, 5, 6 – переміщення ведучої та веденої мас відповідно на I етапі; 7 – прискорення, 8 – швидкості на II етапі; 9, 10 – переміщення ведучої та веденої мас відповідно на II етапі

Оскільки лінії прискорень та швидкостей ведучої і веденої мас співпадають, для наочності вони представлені пунктиром. Бачимо, що на межі переходу до усталеного руху присутній стрибок швидкості ведучої маси на скінченну величину. Ця обставина свідчить про наявність жорсткого удару. Прискорення в цій точці теоретично повинно мати нескінченну величину. Недоцільність використання подібної комбінації законів руху очевидна, оскільки метою розв'язання поставленої задачі є отримання безударного режиму роботи механізму.

Не змінюючи на даному етапі дослідження початкових умов і параметрів роботи механізму, а також не усуваючи етап усталеного руху, розглянемо III етап руху – гальмування ведучої маси.

Гальмування веденої маси (III етап). Гальмування передбачає зміну прискорення веденої маси також за синусоїдою. Виходячи з початкових умов

на цьому етапі, а саме $a_{23n} = a_{22\kappa} = 0$, $v_{23n} = v_{22\kappa} = v_2^{nom}$, $x_{23n} = x_{22\kappa}$, будемо мати наступні аналітичні залежності зміни прискорення, швидкості та переміщення веденої маси (умова задачі):

$$a_{23}(t) = -A \sin\left(\omega\left(t - T + \frac{\pi}{\omega}\right)\right); \quad (10)$$

$$v_{23}(t) = -\frac{A}{\omega} \cos\left(\omega\left(t - T + \frac{\pi}{\omega}\right)\right) + \frac{A}{\omega};$$

$$x_{23}(t) = \frac{A}{\omega^2} \sin\left(\omega\left(t - T + \frac{\pi}{\omega}\right)\right) + \frac{A}{\omega}t + S - \frac{AT}{\omega}. \quad (11)$$

Користуючись системою рівнянь руху на III етапі, яка має вигляд

$$\begin{cases} m_1 a_{13} = P_{pyu} - c(x_{13} - x_{23}); \\ m_2 a_{23} = c(x_{13} - x_{23}) - P_{on}, \end{cases} \quad (12)$$

виражаємо з другого рівняння невідомий параметр, тобто x_{13} :

$$x_{13} = x_{23} + \frac{(m_2 a_{23} + P_{on})}{c}. \quad (13)$$

Підставляючи вирази (10) та (11) в рівняння (13) отримуємо залежність переміщення ведучої маси в часі:

$$\begin{aligned} x_{13}(t) &= x_{23}(t) + \frac{(m_2 a_{23}(t) + P_{on})}{c} = \\ &= \left(\frac{A}{\omega^2} \sin\left(\omega\left(t - T + \frac{\pi}{\omega}\right)\right) + \frac{A}{\omega}t + S - \frac{AT}{\omega} \right) + \\ &+ \left(\frac{-m_2 A}{c} \sin\left(\omega\left(t - T + \frac{\pi}{\omega}\right)\right) + \frac{P_{on}}{c} \right) = \\ &= A \sin\left(\omega\left(t - T + \frac{\pi}{\omega}\right)\right) \left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{m_2}{c} \right) + \frac{A}{\omega}(t - T) + S + \frac{P_{on}}{c}. \end{aligned} \quad (14)$$

Послідовно диференціюючи рівняння (14), знаходимо залежності зміни швидкості та переміщення ведучої маси:

$$\begin{aligned} v_{13}(t) &= \frac{d}{dt} x_{13}(t) = \frac{A}{\omega} \cos\left(\omega\left(t - T + \frac{\pi}{\omega}\right)\right) + \frac{A}{\omega} - \frac{m_2 A \omega}{c} \cos\left(\omega\left(t - T + \frac{\pi}{\omega}\right)\right) = \\ &= A \cos\left(\omega\left(t - T + \frac{\pi}{\omega}\right)\right) \left(\frac{1}{\omega} - \frac{m_2 \omega}{c} \right) + \frac{A}{\omega}; \end{aligned}$$

$$a_{13}(t) = \frac{d^2}{dt^2} x_{13}(t) = -A \sin\left(\omega\left(t - T + \frac{\pi}{\omega}\right)\right) + \frac{m_2 A \omega^2}{c} \sin\left(\omega\left(t - T + \frac{\pi}{\omega}\right)\right) =$$

$$= A \sin\left(\omega\left(t - T + \frac{\pi}{\omega}\right)\right) \left(\frac{m_2 \omega^2}{c} - 1\right). \quad (15)$$

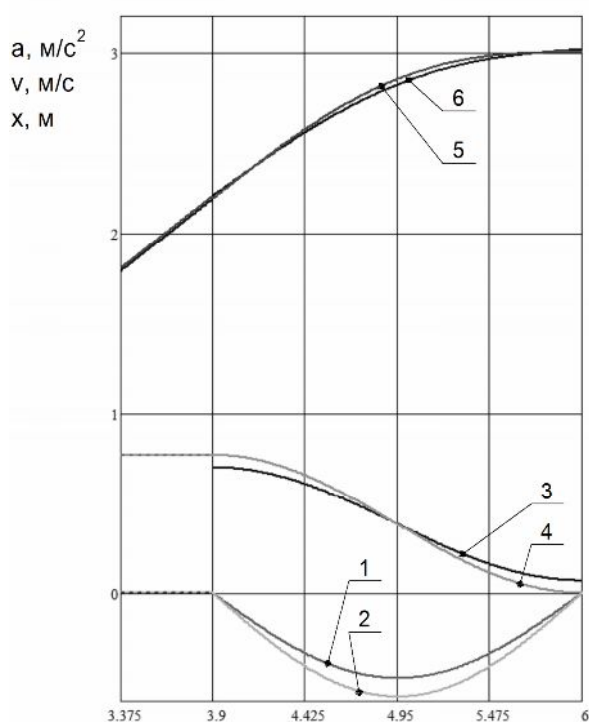
З першого рівняння системи (12) знаходимо P_{pyu} і підставляємо в нього вирази (11), (14) та (15), отримуємо залежність рушійної сили в часі:

$$P_{pyu}^{III}(t) = m_1 a_{13} + c(x_{13} - x_{23}) = m_1 a_{13} + c\left(x_{23} + \frac{(m_2 a_{23} + P_{on})}{c} - x_{23}\right) =$$

$$= m_1 a_{13} + m_2 a_{23} + P_{on} = m_1 A \sin\left(\omega\left(t - T + \frac{\pi}{\omega}\right)\right) \left(\frac{m_2 \omega^2}{c} - 1\right) -$$

$$- m_2 A \sin\left(\omega\left(t - T + \frac{\pi}{\omega}\right)\right) + P_{on} =$$

$$= A \sin\left(\omega\left(t - T + \frac{\pi}{\omega}\right)\right) \left(m_1 \left(\frac{m_2 \omega^2}{c} - 1\right) - m_2\right) + P_{on}.$$



Графічна інтерпретація отриманих залежностей кінематичних параметрів представлена на рис. 4.

Рис. 4. Кінематичні параметри на етапі гальмування веденої маси: 1, 2 – прискорення, 3, 4 – швидкості, 5, 6 – переміщення ведучої та веденої мас відповідно

Як бачимо з рис. 4 графіки кінематичних залежностей на етапі гальмування симетричні етапу

розгону. На межі етапів усталеного руху та гальмування також спостерігається стрибок швидкості ведучої маси, що є недопустимим. Деяку відмінність має графік переміщення ведучої маси $x_{13}(t)$. Спостерігається його коливання відносно $x_{23}(t)$. Окрім цього після завершення III етапу ведучу масу потрібно

Гальмувати.

Графіки силового навантаження на III етапі представлені на рис. 5.

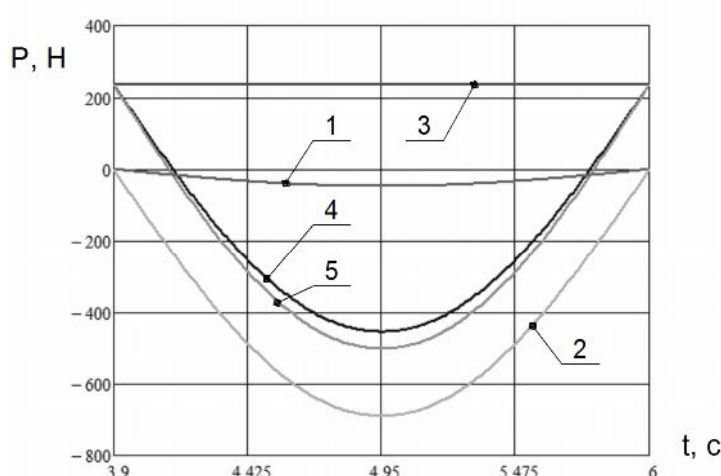
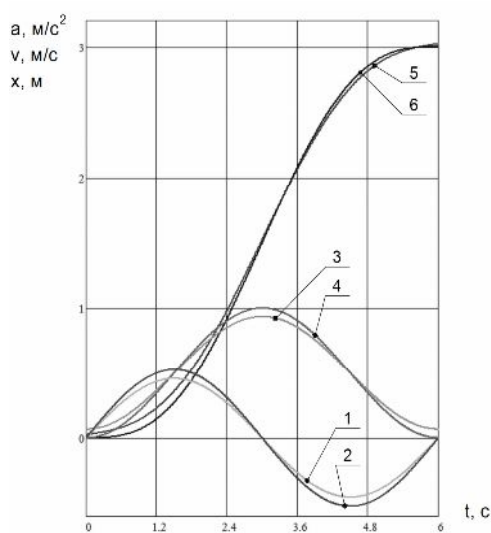


Рис. 5. Динамічні параметри етапу гальмування: 1, 2 – сили інерції ведучої та веденої мас відповідно; 3 – сила опору; 4 – зусилля в пружному елементі; 5 – рушійна сила.

Графічні залежності силових навантажень елементів системи на етапі гальмування також

симетричні етапу розгону. Фізичний зміст системи рівнянь руху збережено.

Зважаючи на стрибки швидкості ведучої маси, що маємо на межах етапів, доцільно виключити етап усталеного руху з циклограми роботи пристрою, поділивши при цьому загальну тривалість виконання операції переміщення порівну між етапами розгону і гальмування. За таких умов



коефіцієнт тривалості перехідних процесів k буде рівним одиниці і його можна виключити з розрахунку. Графіки розрахованих залежностей кінематичних і динамічних параметрів за умови відсутності усталеного руху представлені на рис. 6 та 7.

Рис. 6. Кінематика системи за відсутності етапу усталеного руху: 1, 2 – прискорення, 3, 4 – швидкості, 5, 6 –

переміщення ведучої та веденої мас відповідно

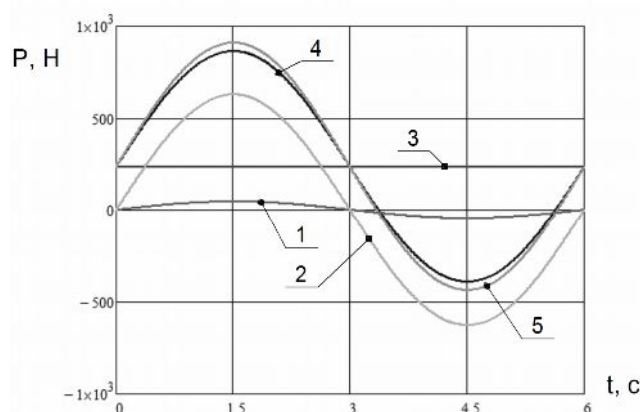


Рис. 7. Динаміка системи за умови відсутності етапу усталеного руху: 1, 2 – сили інерції ведучої та веденої мас відповідно; 3 – сила опору; 4 – зусилля в пружному елементі; 5 – рушійна сила.

Висновки. Поставлена задача розв'язана. Отримано аналітичні залежності рушійної сили в часі за яких кінематика системи абсолютно точно відтворить синусоїдальний закон зміни прискорення веденої маси. Тобто досягнуто безударний режим роботи системи. Також встановлено, які закони руху при цьому буде мати ведуча маса.

Визначено, що поставлені умови не можна виконати за наявності етапу усталеного руху, оскільки при цьому виникають жорсткі удари. Результати представлені аналітично та графічно на основі розрахунків для реальної машини.

ЛІТЕРАТУРА

1. Соколенко А.І., Яровий В.Л., Піддубний В.А., Васильківський К.В., Шевченко О.Ю. Моделювання процесів пакування./ За редакцією Соколенка А.І./ Підручник. – Вінниця: Нова Книга, 2004. – 272 с.
2. Голубенцев А.Н. Динамика переходных процессов в машинах со многими массами. – М.: Машгиз, 1959. – 145 с.
3. Янг Д.Ф. Робототехника. – Л.: Машиностроение, 1979. – 304 с.
4. Gantry Area. Operating Instructions – Næstved: C&H SYSTEM A/S Denmark, 2007 – 39 p.

Одержана редколегією 10.02.2011