УДК 681.5513.5

Алгоритм побудови LMI-областей стійкості модального керування

М.А.Сич

Національний університет біоресурсів та природокористування

Б.М.Гончаренко

Національний університет харчових технологій

Динамічна система є *D* - стійкою, якщо всі її полюси, тобто всі власні значення матриці, лежать в області*D*. Коли*D* збігається з усією лівої комплексної напівплощиною, *D*-стійкість зводиться до асимптотичної стійкості. Матриця *A* асимптотично стійка тільки тоді, коли існує симетрична матриця*X*, яказадовольняєнерівність $AX + XA^T < 0, X > 0$. (1)

Область

$$D = \{z \in C : f_D(z) < 0\} \quad (2)$$

є*LMI*-областю, породжуваноюфункцією $f_D(z)$, яка є характеристичною функцієюобласті D.

З визначення випливає, що *LMI*-область – це підмножина комплексної площини, якавідображається лінійною матричною нерівністю щодо змінних $x = \mathrm{Re}(z)$ і $y = \mathrm{Im}(z)$. Отже, *LMI*-області – опуклі, апозаяк для будь-якого $z \in D$ має місце $f_D(\bar{z}) = \bar{f}_D(z) < 0$, то *LMI*-області симетричні щодо дійсної осі.

Щоб отримати нерівності, що визначають *LMI*-області, ставлять у відповідність до функції $f_D(z)$ наступну ($m \times m$)- блочну матрицю

$$M(A, X) = P \otimes X + G \otimes (AX) + G^T \otimes (XA^T), \quad (3)$$

де "$\otimes$" – операція кронекеровогодобутку матриць.

Кронекеровим добутком матриць називається блокова матриця, утворена шляхом множення кожного елемента матриці *A* на матрицю *B*. Тоді блоки матриці *M(A, X)* можна записувати у більш зручному вигляді.

Відома теоремастійкості [1], згідно з якою матриця *A*є*D*- стійкою тільки тоді, якщо існує матриця $X = X^T$, яка задовольняє лінійні матричні нерівності

$$M(A, X) < 0, \qquad X > 0. \quad (4)$$

Якщоматрицю (4) домножитина матрицю $E \otimes Y$, де E – одиничнаматриця, $Y = X^{-1}$, то за властивостямикронекеровогодобуткупісля перетвореньотримаємокритерій*D*- стійкостіматриці*A*

$$L(A, Y) = P \otimes Y + G \otimes (YA) + G^T \otimes (A^T Y) < 0, \qquad Y = Y^T > 0. \quad (5)$$

На основі теореми стійкості можна запропонувати [1] алгоритм побудови *LMI* - областей, що визначають критерій *D*- стійкості системи $\dot{x}(t) = Ax(t)$.

Відзначимо одну важливу властивість *LMI* - областей: *LMI* - області замкнені щодо операції перетину, тобто перетин *LMI* - областей теж буде *LMI*-областю.

Література

1. *Лобок О.П.* Застосування лінійних матричних нерівностей при синтезі модального керування багатомірними лінійними системами / О.П. Лобок, Б.М. Гончаренко, М.А. Сич // Журнал «Наукові праці НУХТ». Том 24, № 3. – К: НУХТ. 2018, с.16 – 25.