

С.М.Василенко, доктор техн. наук

S.M. Vasilenko

А.В.Форсюк, кан д. техн. наук

A.V. Forsyuk

В.І. Бондар

V.I. Bondar

К.О.Шумило

K.O.Shumylo

МОДЕЛЮВАННЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕПЛООБМІНУ В СТРУМЕНЯХ РІДИНИ

MODELLING OF TURBULENT HEAT TRANSFER IN THE LIQUID JETS

Розроблена математична модель турбулентного теплообміну в плоских струменях рідини. Запропоновано використовувати принцип чергованості турбулентності для врахування пригнічення турбулентності поверхневим натягом біля поверхні поділу «рідина-пара».

Ключові слова: теплообмін, плоский струмінь, турбулентність, чергованість.

Mathematical model of the turbulent heat transfer in the flat liquid jets has been developed. It has been proposed to introduce the turbulence intermittence principle for taking into account the effect of the turbulence suppression by the surface tension in the vicinity of "liquid-steam" interface.

Key words: heat-transfer, flat jet, turbulence, intermittence

В харчовій промисловості, зокрема, в цукровій, спиртовій та виноробній галузях, широко застосовуються тепломасообмінні апарати з безпосереднім контактом фаз. Поглиблене використання вторинних енергоресурсів, енергії парогазових сумішей після технологічних апаратів, газів котельних, дизельних і газотурбінних установок, регенерація теплової енергії в останніх, нагрівання води в контактних водопідігрівачах, тепло- та вологооброблення повітря і вологісне очищення газів – ось далеко не повний перелік можливого застосування контактних апаратів.

Однак, на сьогодні широке впровадження вітчизняних тепломасообмінних апаратів контактного типу в харчовій промисловості стримується рядом об'єктивних чинників, до яких, в першу чергу, належить практична відсутність фізично адекватних методик розрахунку процесів теплообміну в них у відповідному діапазоні зміни характеристик теплоносіїв.

Як і при моделюванні теплоперенесення в плівках рідини, оберемо метод розроблення напівемпіричної моделі. Це пов'язано з тим, що на сьогодні відсутні розрахункові аналітичні методики, що дозволяють однозначно описати процеси турбулентного перенесення в струменях рідини. До того ж, при постановці задачі внаслідок неможливості описання складної хвильової поверхні струменя наближено вважатимемо його плоским, а задачу перенесення – стаціонарною. Механізм турбулентного перенесення та вплив відхилень від цих наближень врахуємо шляхом введення в задачу характеристик перенесення, визначених з використанням результатів експериментального дослідження.

На відміну від плівкової течії, застосування при моделюванні теплоперенесення в струменях методу аналогії, очевидно, є неможливим. Адже за припущення вільної течії рідини в струмені ця течія, очевидно, є безсувною, тому формулювання задачі руху рідини

втрачає фізичний сенс. В цих умовах єдино можливим методом моделювання є аналіз задачі перенесення енергії та розроблення на її основі відповідної напівемпіричної моделі теплообміну.

Для дослідження теплоперенесення в струменях рідини, що витікають із цільових розподільувачів, була розроблена дослідна установка, виготовлення та монтаж якої були проведені на Дубенському цукровому заводі (Україна, Рівненська обл.).

Оскільки значення числа Рейнольдса плоского струменю $Re = v_p 2\delta / \nu_p$ в дослідях значно перевищували критичні значення як для каналів, так і для плівок, то аналіз локальної тепловіддачі проведемо в рамках моделей турбулентного перенесення енергії четвертого класу (схему течії наведено на рис.1). В основу моделі покладемо наступні припущення: струмінь рідини плоский, симетричний; течія стаціонарна; прилежові термічні шари в струмені зімкнулися, тобто профіль температури сформувався; швидкість рідини по перерізу струменю постійна, тобто динамічною взаємодією рідини та пари нехтуємо; теплофізичні властивості рідини поперек струменя постійні; міжфазним термічним опором нехтуємо.

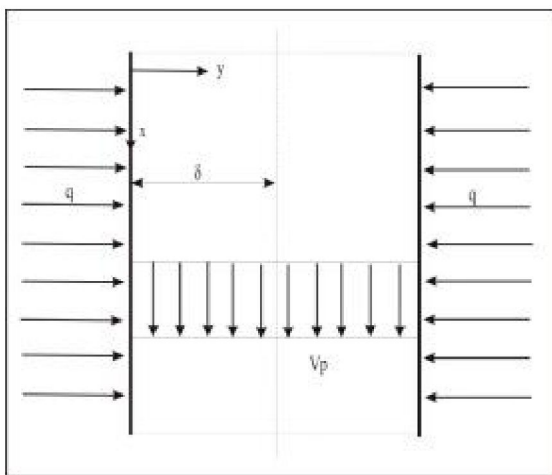


Рис.1. Схема конденсації чистої пари на плоскому турбулентному струмені рідини

Рівняння енергії для довільного перерізу x з урахуванням припущень може бути записане у вигляді

$$v_p \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left[(a_p + e_q) \frac{\partial T}{\partial y} \right]. \quad (1)$$

Задача конденсації чистої пари на струмені рідини є внутрішньою задачею з граничними умовами першого роду $T_{y=0} = T_s = \text{const}$. Однак, різниця між інтенсивністю тепловіддачі, розрахованою за постійної температури поверхні рідини, та інтенсивністю тепловіддачі, розрахованою за постійної величини теплового потоку на міжфазній поверхні, при турбулентному режимі течії для чисел Прандтля порядку 1 і більше, незначна [1]. Тому задачу розв'язуємо при граничних умовах другого роду $q_{y=0} = \text{const}$. Тоді можна записати

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_{cp}}{dx}, \quad (2)$$

де

$$dT_{cp} = \frac{1}{v_p D_0} \int v T dy. \quad (3)$$

З урахуванням (2) рівняння (1) перепишеться у вигляді

$$v_p \left(\frac{\partial T_{cp}}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left[(a_p + e_q) \frac{\partial T}{\partial y} \right]. \quad (4)$$

Використовуючи рівняння теплового балансу для визначення (dT_{cp}/dx) отримаємо

$$\frac{q}{c_p c_p D} = \frac{\partial}{\partial y} \left[(a_p + e_q) \frac{\partial T}{\partial y} \right]. \quad (5)$$

В безрозмірнісному вигляді рівняння (5) набуває вигляду

$$\frac{1}{D^+} = - \frac{\partial}{\partial y^+} \left[(1 + e_q^+) \frac{\partial T^+}{\partial y^+} \right]. \quad (6)$$

Граничні умови запишуться у вигляді:

гранична умова першого роду

$$T^+ = 0 \text{ при } y^+ = 0; \quad (7)$$

гранична умова другого роду

$$\frac{\partial T^+}{\partial y^+} = 0 \text{ при } y^+ = \delta^+. \quad (8)$$

Для повного замикання задачі, очевидно, слід задати розподіл коефіцієнта турбулентної температуропровідності ε_q по товщині струменя. Оскільки течія в струмені безсувна, традиційно величина ε_q задається згідно моделі гомогенної турбулентності. Однак, очевидно, як і у випадку плівкових течій, поверхня поділу рідина-пара веде себе як пружна стінка, відповідно, інтенсивність турбулентного перенесення знижується до нуля при $y=0$ (так зване пригнічення турбулентності).

Для врахування цього явища можна застосувати як традиційний метод суперпозиції моделей турбулентності в ядрі течії та біля міжфазової поверхні, так і метод чергованості механізмів перенесення.

Моделювання теплоперенесення в плоских струменях методом суперпозиції функцій має два недоліки, пов'язані із постановкою та формулюванням задачі. По-перше, слід відзначити, що гранична умова другого роду є строгою та адекватною лише для зони ядра струменя. Для зони пригнічення турбулентності вона, очевидно, не має сенсу.

По-друге, при аналізі задачі не забезпечується принцип неперервності зміни по товщині струменя таких характеристик течії, як коефіцієнти турбулентного перенесення та температура, чого вимагає принцип суцільності середовища, в рамках якого аналізується задача.

Тому, з точки зору необхідності збереження фізичного сенсу, доцільним видається застосувати метод чергованості механізмів перенесення, реалізований для аналізу теплоперенесення в плівкових течіях. В струменях внаслідок значних витрат рідини, очевидно, реалізується розвинений турбулентний режим течії. Тому принцип чергованості слід застосовувати до гомогенного турбулентного перенесення в ядрі струменя та пригнічення турбулентності біля поверхні поділу рідина-пара.

Зона пригнічення турбулентності. Для зони пригнічення турбулентності використаємо отриманий В.Г.Левичем вираз для кінематичного коефіцієнта турбулентного перенесення імпульсу в області плівки, що прилягає до поверхні поділу рідина-пара

$$e_y \approx \frac{c_p V_0 Y^2}{y}. \quad (9)$$

Для визначення коефіцієнта пропорційності застосуємо залежність А.Ф.Міллса та Д.К.Чанга [2], яка є узагальненням експериментального дослідження абсорбції погано розчинних газів плівками води.

Якщо значення плівкового числа Рейнольдса визначити з допомогою формули Брьотца

$$Re_p = 57,2 \frac{D_{\text{тн}} V^*}{H_p}, \quad (10)$$

то рівняння Міллса-Чанга набуде вигляду

$$e_y = 0,55 D_{\text{тн}} \left(\frac{H_p^2}{g} \right)^{-1/3} \frac{c_p V_0^3 Y^2}{Y_p}. \quad (11)$$

Визначимо характерну пульсаційну швидкість із наступних міркувань. Для плівкової течії вона характеризує турбулентне перенесення в ядрі плівки. В ядрі струменю характерна пульсаційна швидкість згідно теорії гомогенної турбулентності визначається залежністю.

$$v_0 = \sqrt{v'^2}. \quad (12)$$

В ядрі плівок, що вільно стікають по вертикальній поверхні [3,4],

$$\sqrt{v'^2}/v \approx 0,14. \quad (13)$$

Вважаючи цю закономірність справедливою також і для струменевої течії рідини, а також використовуючи замість товщини плівки $\delta_{\text{пл}}$ товщину струменя 2δ (вважаємо, що як для плівок, так і для струменів, товщина потоку є мірилом лінійного масштабу турбулентності), приведемо вираз (11) до вигляду

$$e_y = 3,02 \cdot 10^{-3} \text{ д } \left(\frac{\text{Н}_\text{р}^2}{\text{г}} \right)^{-1/3} \frac{c_\text{р} v_\text{р}^3 y^2}{y}. \quad (14)$$

Як було показано вище, для вільних струменевих течій метод аналогії втрачає фізичний сенс. Однак, якщо врахувати, що рівняння Міллса-Чанга було отримане з аналізу результатів дослідження масообміну та поширене на перенесення імпульсу згідно аналогії між перенесенням імпульсу та маси компонента при значенні турбулентного аналога числа Шмідта $Sc_\tau=1$, то ми можемо перенести ці результати на перенесення енергії, використовуючи аналогію між турбулентним перенесенням маси компонента та енергії,

$$\varepsilon_\text{q} = \varepsilon_\text{м}. \quad (15)$$

Підставляючи вираз (15) в рівняння аналогії (16) та приводячи його до безрозмірного вигляду, отримаємо

$$e_\text{q}^+ = \frac{3,02 \cdot 10^{-3}}{Pr_\text{р}^{2/3}} \frac{c_\text{р} a_\text{р}^{4/3} g^{1/3}}{y_\text{р}} \text{д}^+ y^{+2}. \quad (16)$$

Зона ядра струменя. В ядрі струменю турбулентну температуропровідність визначимо за моделлю перенесення в потоці з гомогенним механізмом турбулентності

$$e_\text{q}^+ = e_\ast 2\text{д}^+. \quad (17)$$

Розглядатимемо зниження до нуля інтенсивності турбулентного перенесення біля міжфазової поверхні як результат чергованості механізмів турбулентного перенесення, заданих моделями (16) та (17). Введемо в аналіз перенесення енергії в струмені поняття коефіцієнта чергованості гомогенної турбулентності γ , який змінюється в межах від $\gamma=0$ біля міжфазної поверхні до $\gamma=1$ на осі струменя.

Фізичний сенс коефіцієнта γ можна виразити рівнянням

$$\Gamma = \frac{e_\text{q}^+ - e_{\text{q}0}^+}{e_{\text{qд}}^+ - e_{\text{q}0}^+}, \quad (18)$$

де ϵ_q , ϵ_{q0} , $\epsilon_{q\delta}$ – значення коефіцієнта турбулентної температуропровідності відповідно поточне в струмені, на міжфазній поверхні та на осі струменя.

Для визначення величини γ приймемо, що величина $k = (1 - \gamma)$ підлягає релаксаційній залежності

$$\frac{dk}{d(y/\delta)} = -nk. \quad (19)$$

Інтегруючи останнє рівняння за умови $\gamma=0$ при $y=0$, отримаємо

$$k = \exp[n(-y/\delta)]. \quad (20)$$

$$r = 1 - k = 1 - \exp(-ny/\delta), \quad (21)$$

де n – деяка емпірична константа.

Цей релаксаційний множник подібний до демпферного множника Ван-Дріста

$$[1 - \exp(-y^+/A^+)] \quad (22)$$

отриманого ним, виходячи з інших фізичних засад, а саме з аналогії між зниженням стійкості ламінарного руху та формулюванням другої задачі Г.Стокса.

Однак, демпферний множник Ван-Дріста отримано для граничного шару, тому він стає рівним нулю за умови $y=\infty$. При течії ж в струмені теплові граничні шари зникають на осі струменя, тому умова $\gamma=1$, очевидно, повинна виконуватись при $y=\delta$.

З цією метою доцільно доповнити вираз для γ до вигляду

$$r = 1 - \left[\exp\left(-n \frac{y^+}{\delta^+}\right) - \exp\left(-n\left(\frac{y^+}{\delta^+}\right)^k\right) \right]. \quad (23)$$

По аналогії з демпферним множником Ван-Дріста, вважаючи, що поверхня поділу рідина-пара веде себе як пружна стінка, приймемо $n=\delta/26$, $k=1$ та в подальшому застосовуватимемо значення коефіцієнта чергованості

$$\gamma = 1 - \left[\exp\left(-\frac{y}{26}\right) - \left(\frac{y}{d}\right) \exp\left(-\frac{d}{26}\right) \right]. \quad (24)$$

На рис.2 наведено графік зміни коефіцієнта чергованості по товщині струменя рідини.

Він подібний до графіка зміни γ по товщині плівки, з тією різницею, що дорівнює практично одиниці по всій товщині ядра струменю. Цим задовольняється умова розвинутого турбулентного руху рідини в струмені. Він також відповідає графіку зміни коефіцієнта чергованості в розвинутому турбулентному граничному шарі.

Тоді, поточне значення коефіцієнта турбулентної температуропровідності по товщині струменю згідно (19) набуде вигляду

$$e_q^+ = e_{qd}^+ \gamma + e_{q0}^+ (1 - \gamma), \quad (25)$$

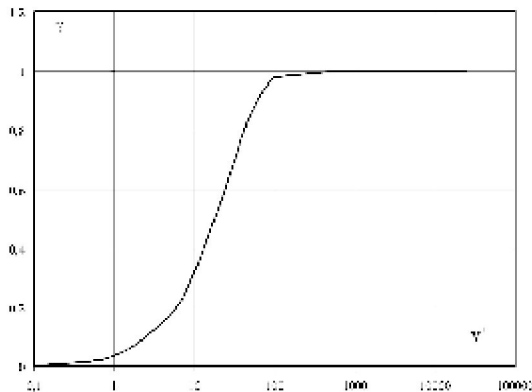


Рис.2. Зміна коефіцієнта чергованості по товщині струменя рідини при $\delta^+ = 25000$

Величину коефіцієнта турбулентної температуропровідності біля міжфазної поверхні e_{q0}^+ задамо залежністю (16), а в зоні розвинутої турбулентності біля осі e_{qd}^+ згідно моделі С.С.Кутателадзе (17).

Значення ε_* визначили з аналізу результатів експериментального дослідження теплообміну в струменях води. Для цього в рівняння для безрозмірного числа Стентона

$$St = 2(T_{cp}^+)^{-1} = 2 \left[\frac{1}{\Delta^+} \int_0^{\Delta^+} dy^+ \int_0^{y^+} \frac{1}{1 + e_q^+} \left(1 - \frac{y^+}{\Delta^+} \right) dy^+ \right]^{-1}, \quad (26)$$

підставляли експериментально визначені значення числа St та розраховували для кожного з них відповідне значення e_q^+ . Підставляючи останнє в рівняння (17), визначали відповідно значення ε_* . Множину значень ε_* , отриманих з аналізу результатів експериментального дослідження, апроксимували кореляційним рівнянням

$$\varepsilon_* = 0,005544 (22 We_y Pr_p^{-0,19}) \frac{(Pe \cdot 10^{-4})^{1,2}}{(Pe \cdot 10^{-4})^{1,9} + 20}. \quad (27)$$

Слід відзначити, що рівняння (27) забезпечує зниження до нуля величини ε_* при $Pe \rightarrow 0$, тобто забезпечує виконання умови переходу до ламінарного режиму течії в струмені при низьких значеннях витрати рідини. Також забезпечується кінцеве, відмінне від нуля, значення ε_* при $We = 0$, тобто під час конденсації нерухомої пари.

Розподіл по товщині струменя кінематичного коефіцієнта турбулентного перенесення кількості руху для двох значень температур води наведений на рис.3. Аналіз рисунка свідчить, що товщина зони пригнічення турбулентності складає близько 0,5% від товщини струменя при $Pe = 5 \cdot 10^4$ та 1% при $Pe = 2 \cdot 10^4$, тобто зі зменшенням Pe вплив пригнічення турбулентності зростає.

На рис.4 наведені профілі зміни безрозмірнісної температури, побудовані за рівнянням

$$T^+ = \int_0^{y^+} \frac{1}{1 + e_q^+} \left(1 - \frac{y^+}{\Delta^+} \right) dy^+. \quad (28)$$

Можна зробити висновок, що запропонована модель задовольняє вимогу неперервності зміни по товщині струменю температури, а також граничні умови (7) та (8).

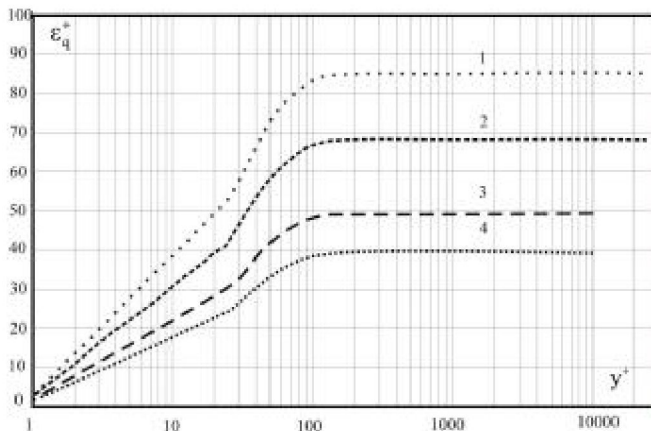


Рис. 3. Профілі кінематичного коефіцієнта турбулентної температуропровідності при 1 – $t = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$; 2 – $t = 10\text{ }^{\circ}\text{C}$; $We_{\sigma} = 0,075$, $Pe = 5 \cdot 10^4$; 3 – $t = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$; 2 – $t = 10\text{ }^{\circ}\text{C}$; $We_{\sigma} = 0,075$; $Pe = 2 \cdot 10^4$

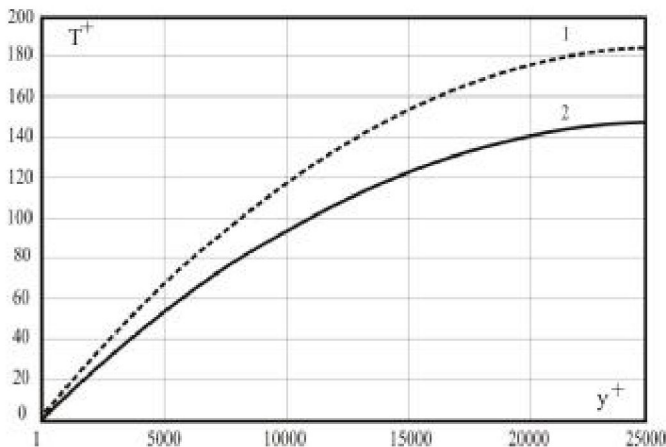


Рис.4. Профілі температури при 1 – $t = 10\text{ }^{\circ}\text{C}$; 2 – $t = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$, $Pe = 5,0 \cdot 10^4$; $We_{\sigma} = 0,075$

Порівняння значень безрозмірного числа Стентона, розрахованих за моделлю чергованості турбулентності та визначених з результатів експериментального дослідження, наведене на рис.5, свідчить про їх задовільну відповідність.

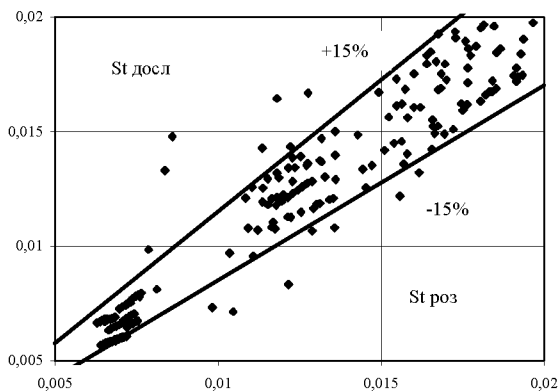


Рис.5. Порівняння розрахованих та експериментальних значень St

Висновок. В результаті спільних теоретичного аналізу та аналізу результатів експериментального дослідження теплообміну в плоских струменях розроблена математична модель процесу перенесення енергії в плоскому струмені рідини, що базується на принципі чергованості турбулентності, який, в свою чергу, враховує пригнічення турбулентності поверхневим натягом.

Умовні позначення

a – коефіцієнт температуропровідності, $\text{м}^2/\text{с}$; c – питома теплоємність, $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$; q – густина теплового потоку, $\text{Вт}/\text{м}^2$; T – термодинамічна температура, К ; $T_{\text{ср}}$ – середньомасова температура в перерізі x , К ; T^+ – безрозмірна температура в плоских струменях, $T^+ = (T_s - T)c_p v_p / q$ (за сенсом); v_p – швидкість рідини вздовж течії, $\text{м}/\text{с}$; v – швидкість, $\text{м}/\text{с}$; v_* – швидкість тертя, $v_* = \sqrt{g\Delta_{\text{тл}}}$, $\text{м}/\text{с}$; x – поздовжня координата, м ; y – поперечна координата, що відраховується від поверхні поділу фаз, м (за сенсом); y^+ – безрозмірна координата, $y^+ = y v_p / a_p$ (за сенсом); v_0 – характерна пульсаційна швидкість, $v_0 = \sqrt{g\Delta_{\text{тл}}}$; $\delta_{\text{пл}}$ – товщина плівки, м ; α – коефіцієнт тепловіддачі, $\text{Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$; δ – половина товщини струменя, м (за сенсом); δ^+ – безрозмірна товщина струменя, $\delta^+ = \delta v_p / a_p$ (за сенсом).

сенсом); ε_σ – кінематичний коефіцієнт турбулентного перенесення кількості руху, $\text{м}^2/\text{с}$; ε_q , ε_{q0} , $\varepsilon_{q\delta}$ – значення коефіцієнта турбулентної температуропровідності відповідно поточне в струмені, на міжфазній поверхні та на осі струменя, $\text{м}^2/\text{с}$; ε_q^+ – безрозмірнісний кінематичний коефіцієнт турбулентного перенесення теплоти, $\varepsilon_q^+ = \varepsilon_q/a_p$; ν – кінематичний коефіцієнт в'язкості, $\text{м}^2/\text{с}$; ρ – густина, $\text{кг}/\text{м}^3$; σ – коефіцієнт поверхневого натягу, $\text{Н}/\text{м}$; Re – число Пекле плоского струменя, $Re = 2v_p d/a_p$; Pr – число Прандтля рідини, $Pr = \eta/a$; St – число Стентона, $St = \delta/c_p c_p v_p$ (за сенсом); We_σ – капілярне число Вебера, $We_y = c_n v_n^2 / \sqrt{y_p c_p g}$;

ЛІТЕРАТУРА

1. Кэйс В. М. Конвективный тепло- и массообмен: Пер. с англ. – М.: Энергия, 1972. – 448 с., ил.
2. Mills A. F., Chung D. K. Heat Transfer across turbulent falling films // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1973. – V. 16, №3 – P. 694 – 696.
3. Ганчев Б. Г. Охлаждение элементов ядерных реакторов стекающими пленками. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 192 с.
4. Кулов М. Н., Максимов В. В., Малюсов В. А., Жаворонков Н. М. Масоотдача в стекающих пленках жидкости // Теор. основы хим. технологии. – 1983. – № 3. – С. 291 – 306.

