

Вплив поверхнево-активних речовин (ПАР) на гідродинамічне поле бульбашки
Influence of exterior-active matters (EAM) is on the hydrodynamic field of bubble

Розглянуто вплив ПАР на гідродинамічне поле бульбашки, що спливає при числах Рейнольдса значно більших одиниці й малої загальмованості поверхні. Розраховано критичні значення концентрацій при яких розширюється турбулентний слід і падає швидкість бульбашки при високій і низькій активності ПАР.

Ключові слова: бульбашка, ПАР, гідродинаміка, турбулентність.

An effect surfactants on the hydrodynamic field of a bubble floating up at $Re \gg 1$ and a small retardation of the surface has been studied. The critical values of concentrations have been estimated at which the turbulent wake widens and the bubble movement slows down with high and low activities of the surfactants.

Key words: bubble, surfactants, hydrodynamic, turbulent.

Рассмотрено влияние ПАВ на гидродинамическое поле пузырька, который всплывает при числах Рейнольдса значительно больше единицы и малой заторможенности поверхности. Рассчитаны критические значения концентраций при которых расширяется турбулентный след и падает скорость пузырька при высокой и низкой активности ПАВ.

Ключевые слова: пузырек, ПАВ, гидродинамика, турбулентность.

Урахування розподілу швидкостей рідини поблизу поверхні спливаючої газової бульбашки, необхідне при розгляді багатьох практично важливих задач. Гідродинамічне поле бульбашки у свою чергу істотно залежить від стану його поверхні, що може бути в тім або іншому ступені загальмована адсорбційним шаром ПАР. Відомо [3, 5], що бульбашки радіусом $R \leq 0,3$ мм спливають як тверді кульки навіть у двічі дистильованій воді, а при $R > 0,3$ мм істотне зменшення швидкості відбувається при добавці всього лише 10^{-6} моля на 1 л додецилсульфату натрію.

Гальмування поверхні бульбашки викликається адсорбцією поверхнево-активних забруднень, які практично завжди присутні в будь-якій реальній системі. Утворення динамічного адсорбційного шару ПАР на поверхні бульбашки характерно появою градієнта адсорбції, що у свою чергу приводить до градієнта поверхневого натягу. Тому що останній спрямований убік, протилежний в'язким силам, що діють з боку потоку, то це приводить до зменшення швидкості поверхні бульбашки.

Розглядалися різні моделі [2], відповідно до яких поверхня бульбашок, які спливають при числах Рейнольдса $Re < 1$ ($Re = 2Rv_0/\nu$, v_0 – швидкість спливання, ν – кінематична в'язкість середовища), повністю загальмована в його кормовій зоні, за рахунок утворення нерухомого адсорбційного моношару у вигляді чашечки, й вільна поза нею. Незважаючи на те, що ця модель добре узгоджується з експериментом, треба визнати, що така ситуація можлива тільки при досить високих активностях ПАР, коли можливе чи утворення щільно стислого адсорбційного моношару в кормовій зоні бульбашки, чи поява настільки великого градієнта адсорбції, що ця зона виявляється практично нерухомою.

Питання про гальмування поверхні бульбашки пов'язане з питанням про будову його динамічного адсорбційного шару, що детально розглянутий у роботах [2, 5], де й було отримане рішення для крайніх випадків: слабкої й сильної загальмованості поверхні

бульбашки; високої й низької активності ПАР. Нарешті, в [1] був розглянутий випадок проміжних активностей ПАР і малих чисел Рейнольдса ($Re < 1$). При цьому було показано, що перехід бульбашки від швидкості, що відповідає вільній поверхні, до швидкості, що відповідає повністю загальмованої поверхні, відбувається дуже швидко зі зменшенням радіуса останньої навіть при досить малих концентраціях ПАР, коли утворення твердої чашечки на кормі неможливе.

Нижче розглядається питання про вплив ПАР на гідродинамічне поле бульбашки, що спливає при $Re \gg 1$ і слабкому гальмуванні його поверхні. При цьому вважаємо, що бульбашки зберігають сферичну форму. Остання умова добре виконується, якщо бульбашка спливає, наприклад, у воді при $Re \leq 400$.

Тому що $Re \gg 1$, а його поверхня слабо загальмована, то в першому наближенні поле бульбашки відповідає полю ідеальної рідини v_0 [2]. Для знаходження більш точного рішення для визначення швидкості спливання v необхідно, щоб його поле

$$v = v_0 + v_1 \quad (1)$$

задовольняло умову рівності сил в'язкості й капілярних сил на поверхні бульбашки. Таким чином, рішення задачі зводиться до відшукування поля v_1 , що по всій видимості відмінне від нуля в межах тонкого пограничного шару й задовольняє нерівність

$$v_1 \ll v_0. \quad (2)$$

Товщина пограничного шару становить

$$\delta = \frac{R}{\sqrt{Re}}, \quad (3)$$

тобто чим більше Re , тим менше радіус бульбашки. Остання обставина дозволяє ввести локальну прямокутну систему координат $(x, 0, y)$ із центром 0 на поверхні бульбашки, в якій ось y спрямована уздовж його радіуса-вектора, а ось x – дотична до меридіану. Використовуючи названі вище допущення й співвідношення (1)...(3) отримано рівняння для тангенціального компонента поля v_1 :

$$v_{1\theta} \cos \theta + \frac{\partial v_{1\theta}}{\partial \theta} \sin \theta - 2y \cos \theta \frac{\partial v_{1\theta}}{\partial y} = \frac{2Rv}{3v_0} \frac{\partial^2 v_{1\theta}}{\partial y^2}. \quad (4)$$

У цьому рівнянні θ – кут, відлічуваний від верхнього полюса бульбашки. Радіальна компонента поля v_{1r} може бути знайдена на підставі величини $v_{1\theta}$ за допомогою рівняння нерозривності потоку. Тому що при наявності ПАР на поверхні бульбашки дотичне напруження повинне врівноважуватися, то як гранична умова для $v_{1\theta}$ буде

$$\eta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r} \right)_{r=R} = -\frac{1}{R} \frac{\partial \sigma}{\partial \theta},$$

яке на підставі співвідношень (1) і (2) і розкладання поля v_0 у локальній системі координат дає

$$\left. \frac{\partial v_{1\theta}}{\partial y} \right|_{y=0} = 3 \frac{v_0}{R} \sin \theta - \frac{1}{\eta R} \frac{\partial \sigma}{\partial \theta}, \quad (5)$$

де σ – поверхневий натяг; η – динамічна в'язкість середовища.

Допустимо тепер, що на кожній ділянці поверхні бульбашки досягається рівновага між локальними значеннями адсорбції $\Gamma(\theta)$ і об'ємною концентрацією ПАР $c(R, \theta)$, тобто виконується умова

$$\frac{\Gamma(\theta)}{\tilde{n}(R, \theta)} = \frac{\Gamma_0}{c_0} = \alpha,$$

де Γ_0 – рівноважний стан адсорбції на нерухомій поверхні при об'ємній концентрації c_0 .

Тоді, використовуючи адсорбційне рівняння Гіббса

$$-\frac{\Gamma}{c} = \frac{1}{R_a \tilde{O}} \frac{\partial \sigma}{\partial \tilde{n}}$$

граничну умову (5) можна привести до виду:

$$\left. \frac{\partial v_{10}}{\partial \phi} \right|_{\phi=0} = 3 \frac{v_0}{R} \sin \theta + \frac{R_a \dot{\alpha}}{\eta R} \frac{\partial c(R, \theta)}{\partial \theta}, \quad (6)$$

де R_a – універсальна газова стала; T – абсолютна температура.

Вводячи нові змінні ψ, f, t , за допомогою співвідношень

$$\psi = \frac{y}{R} \sin^2 \theta; \quad f = \frac{v_{10}}{v_0} \sin \theta; \quad t = \frac{4}{3} \left(\frac{2}{3} - \cos \theta + \frac{1}{3} \cos^2 \theta \right), \quad (7)$$

приводимо (4) до рівняння теплопровідності

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 f}{\partial \psi^2}. \quad (8)$$

При цьому гранична умова (6) приймає наступний вигляд:

$$\left. \frac{\partial f}{\partial \psi} \right|_{\psi=0} = 3 + \frac{R_a T \alpha}{v_0 \eta} \Phi(t), \quad (9)$$

де

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial c(R, \theta)}{\partial \theta}. \quad (10)$$

Рішення (8) із граничними умовами (9) приводить до залежності:

$$f(t, \psi) = -\frac{1}{\sqrt{\pi \text{Re}}} \left\{ 3 \int_0^t \frac{\exp \left[-\frac{\psi^2 \text{Re}}{4(t-t')} \right]}{(t-t')^{0.5}} dt' + \frac{R_a T \alpha}{v_0 \eta} \int_0^t \frac{\Phi(t') \exp \left[-\frac{\psi^2 \text{Re}}{4(t-t')} \right]}{(t-t')^{0.5}} dt' \right\}$$

звідки відповідно до (7) отримаємо

$$v_{10} = v_{10}^* + v_{10}^{**} \quad (11)$$

де

$$v_{10}^* = -\frac{4v_0}{\sqrt{\pi \text{Re}} \sin \theta} \int_0^{t(\theta)} \frac{\exp \left[-\left(\frac{y}{R} \right)^2 \frac{\text{Re} \sin^4 \theta}{4[t(\theta) - t(\theta')]} \right]}{[t(\theta) - t(\theta')]^{0.333}} \sin^3 \theta' d\theta'; \quad (12)$$

$$v_{10}^{**} = -\frac{4R_a T v_0}{3\eta c_0 \sqrt{\pi \text{Re}} \sin \theta} \int_0^{t(\theta)} \Phi(\theta') \frac{\exp \left[-\left(\frac{y}{R} \right)^2 \frac{\text{Re} \sin^4 \theta}{4[t(\theta) - t(\theta')]} \right]}{[t(\theta) - t(\theta')]^{0.333}} \sin^3 \theta' d\theta'. \quad (13)$$

Перший доданок у правій частині (11) відображає дію сил в'язкості, а другий – при наявності ПАР.

Безпосередньо з формул (12) і (13) виходить, що зі збільшенням Re обидві поправки, передбачені цими залежностями прямують до нуля, приймаючи максимальне абсолютне значення на поверхні бульбашки, тобто при $y = 0$ і монотонно убуваючи в міру просування до зовнішньої границі пограничного шару $y = \delta$.

Неважко показати, що інтеграл у формулі (13) зводиться до неповної гамма-функції $\Gamma(-1/2, \epsilon)$, аргумент якої ϵ виявляється на багато менше одиниці в межах пограничного шару. Остання обставина дозволяє представити v_{10}^* у вигляді ряду по малому параметрі y/R , що з точністю до другого члена являє собою залежність:

$$v_{10}^* = -\frac{4v_0}{\sqrt{\pi \text{Re}}} \frac{\sin \theta \sqrt{2 + \cos \theta}}{1 + \cos \theta} + 2,01 v_0 \sin \theta \frac{y}{R}. \quad (14)$$

З рівняння (14) виходить, що при певних кутах θ поправка v_{10}^* може компенсувати $v_{0\theta}$. Відповідно до рівняння нерозривності потоку радіальна компонента швидкості повинна при

цьому різко зростати, що приводить до відриву потоку від поверхні бульбашки при деякому $\theta_0 \neq \pi$.

Досліджуючи нерівність (2) при $y = 0$, неважко отримати область значень θ , при яких справедливе рішення (14). Вважаючи для визначеності, що $[v_{10}^*(0, \theta)/v_{00}(0, \theta)] \leq 0,2$, на підставі (14) маємо:

$$0 \leq \theta_0 \leq \theta_1 = \arccos \left[\frac{320}{9\pi Re} \left(1 + \frac{9\pi Re}{160} \right) - 1 \right]. \quad (15)$$

Очевидно, значення θ_0 , при якому настає відрив потоку від поверхні бульбашки, лежить в області (θ_1, π) , що по оцінках [1] становить:

$$\theta_0 \approx \pi - \frac{1}{\sqrt{Re}}. \quad (16)$$

Аналізуючи формули (15) і (16) чисельними методами, неважко показати, що при всіх $Re \gg 1$

$$\frac{\pi - \theta_0}{\pi - \theta_1} \ll 1.$$

Це рішення показує, що точка відриву потоку лежить набагато ближче до нижнього полюса бульбашки, ніж границя області θ_1 , у якій справедливі рішення (14).

Розглянемо тепер величину v_{10}^{**} . З формул (13) і (10) видно, що для її розрахунку необхідно знати поле концентрацій ПАР поблизу поверхні бульбашки. На жаль, останнє може бути знайдене далеко не завжди. У цьому зв'язку розглянемо два крайніх випадки.

- Висока поверхнева активність і мала розчинність ПАР, коли виконується умова $\frac{\Gamma_0}{c_0} \gg \delta_D \sim \frac{R}{\sqrt{Pe}}$, де δ_D – товщина дифузійного пограничного шару, $Pe = 2Rv_0/D$ – число Пекле; D – коефіцієнт дифузії ПАР.

- Низька поверхнева активність і висока розчинність ПАР, коли $\frac{\Gamma_0}{c_0} \ll \delta_D \sim 10^{-3}$ і т.д.

При цьому вважаємо, що в обох випадках концентрації ПАР настільки малі, що на основній частині поверхні бульбашки виконується умова (2).

У випадку високої поверхневої активності скористаємося полем концентрацій $c(R, \theta)$, розглянутому в [2]

$$\tilde{n}(R, \theta) = \frac{2}{\sqrt{3\pi}} \frac{c_0^2}{\Gamma_0} \sqrt{\frac{DR}{v_0}} \frac{\sqrt{2 + \cos \theta}}{1 + \cos \theta}, \quad (17)$$

яке після підстановки в (13) дає:

$$\left[v_{10}^{**} \right]_a = - \frac{2\sqrt{2}R_a \tilde{\alpha}_0 \sqrt{Dv}}{3\pi v_0 \eta \sin \theta} \int_0^\theta \frac{\sin^2 \theta'}{\sqrt{\chi(\theta, \theta')}} d\theta' \left(\frac{\sqrt{2 + \cos \theta'}}{1 + \cos \theta'} \right) \exp \left[- \frac{\beta(y, \theta)}{\chi(\theta, \theta')} \right] d\theta', \quad (18)$$

де індекс «а» позначає високу концентрацію ПАР; $\beta(y, \theta) = \frac{3Re}{16} \left(\frac{y}{R} \right)^2 \sin \theta$;

$$\chi(\theta, \theta') = \cos \theta' - \cos \theta - \frac{1}{3} (\cos^3 \theta' - \cos^3 \theta).$$

Обчислити інтервал дії рівняння (18) аналітичним шляхом не представляється можливим. Тому обмежимося його чисельним розрахунком при $y = 0$. У цьому випадку:

$$\left[v_{10}^{**}(y=0) \right]_a = - \frac{2\sqrt{2}R_a T c_0 \sqrt{Dv}}{3\pi v_0 \eta} \frac{j_1(\theta)}{\sin \theta}, \quad (19)$$

$$\text{де } j_1(\theta) = \int_0^\theta \frac{\sin^2 \theta'}{\sqrt{\chi(\theta, \theta')}} d\theta' \left(\frac{\sqrt{2 + \cos \theta'}}{1 + \cos \theta'} \right) d\theta'.$$

Результати чисельного розрахунку $j_1(\theta)$, представлені графічно на рисунку 3 наступними асимптотами:

$$j_1(\theta) \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{3}} \sin^2 \theta & \text{і } \theta \rightarrow 0; \\ \frac{2\pi}{1 + \cos \theta} & \text{і } \theta \rightarrow \pi. \end{cases} \quad (20)$$

Для розрахунку v_{10}^{**} у випадку низької активності ПАР скористаємося полем концентрацій, розрахованим стосовно до цього випадку

$$\tilde{n}(R, \theta) = c_0 - \frac{\Gamma_0 \sqrt{\text{Pe}}}{R \sqrt{\pi}} j(\theta), \quad (21)$$

$$\text{де } j(\theta) = \int_0^\theta \frac{\cos \theta' \sin \theta'}{\sqrt{\chi(\theta, \theta')}} d\theta'.$$

Остання залежність після її підстановки в (15), дає:

$$[v_{10}^{**}]_i = \frac{2R_a \Gamma_0^2 \sqrt{v}}{\sqrt{3} D \pi \eta c_0 R \sin \theta} \int_0^\theta \frac{\sin^2 \theta'}{\sqrt{\chi(\theta, \theta')}} \exp \left[-\frac{\beta(y, \theta)}{\chi(\theta, \theta')} \right] d\theta', \quad (22)$$

де індекс «и» означає низьку активність ПАР.

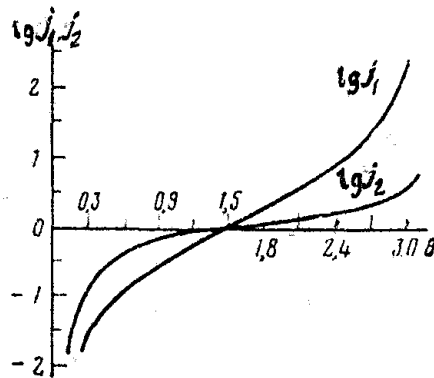
При $y = 0$ (22) приймає вид:

$$[v_{10}^{**}(y=0)]_i = -\frac{2R_a T \Gamma_0^2 \sqrt{v}}{\sqrt{3} D \pi \eta c_0 R \sin \theta} j_2(\theta), \quad (23)$$

$$\text{де } j_2(\theta) = -\int_0^\theta \frac{\sin^2 \theta'}{\sqrt{\chi(\theta, \theta')}} \frac{dj(\theta')}{d\theta'} d\theta'.$$

Результати чисельного розрахунку $j_2(\theta)$ представлені графічно на рисунку. При цьому $j_2(\theta)$ має наступні асимптоти:

$$j_2(\theta) \Rightarrow \begin{cases} \frac{4}{3} \sin^2 \theta & \text{і } \theta \rightarrow 0; \\ -\ln(1 + \cos \theta) & \text{і } \theta \rightarrow \pi. \end{cases} \quad (24)$$



Залежність функцій j_1 і j_2 від кута θ

З викладеного вище, виходить, що необхідне зменшення швидкості спливання бульбашки в сильно розведеному ПАР можливе лише за рахунок розширення турбулентного сліду в його кормовій зоні, де гальмування поверхні може виявитися значним.

Оцінимо концентрації ПАР, при яких починає розширюватися турбулентна зона й падати швидкість спливання бульбашки. Як ми вже відзначали, турбулентна зона лежить в області $\theta \geq \theta_0$ і обумовлена в'язкою поправкою до швидкості v_{10}^* . Таким чином, істотне розширення турбулентної зони й зниження швидкості бульбашки настає тоді, коли

адсорбційна поправка ν_{10}^* в точці $\theta = \theta_0$ стає порівнянною з в'язкою поправкою ν_{10}^* . Прирівняємо зазначені величини, на підставі формул (14), (16), (19), (20), (23), (24) отримаємо наступні наближені значення концентрацій ПАР, при яких повинна зменшуватися швидкість спливання бульбашки, а саме

$$\tilde{n}_a = \frac{3\sqrt{2}\pi\nu_0^2\eta}{\text{Re}^{1.5}(D\nu)^{0.5}R_a\dot{O}}; \quad \tilde{n}_i = \frac{\sqrt{3D\pi\nu}\eta}{\sqrt{\text{Re}}\ln(2\text{Re})R_aT\alpha_i^2}, \quad (25, 26)$$

де c_g і c_n – критичні значення концентрацій ПАР відповідно до високої й низької активності.

Висновок. Отримані розрахункові залежності для визначення критичних концентрацій ПАР, які добре погоджуються з експериментальними даними роботи [2], де було виявлено 27%-не зменшення швидкості спливання бульбашок радіусом 0,5 мм при переході від дистильованої води до 10^{-6} -молярного розчину додецилсульфату натрію.

ЛІТЕРАТУРА

1. Амелина Е.А., Парфенова А.М., Щукин Е.Д. Экспериментальное исследование влияния поверхностно-активных веществ на сцепление гидрофильных твердых частиц в неполярной жидкой среде// Коллоидный журнал.– 1980, т.42, №3.– С. 419-423.
2. Духин С.С. Диффузионно-электрическая теория неравновесных электроповерхностных сил и электрокинетических явлений: Дис...докт. техн. наук.– М.-К.: 1965.– 435 с.
3. Леви В.Г. Физико-химическая гидродинамика.–М.: Физматгиз, 1959.– 470 с.
4. Наумов В.А. Химия коллоидов.– Л.: Ленгиз, 1932.– 379 с.
5. Рулёв Н.Н. Гидродинамика всплывающего пузырька: Обзор// Коллоидный журнал.– 1980, т.42, №2.– С. 252-263.