

УДК664.653.4.03

Є.В. Штефан, Л.М. Мізнік

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ КОЕКСТРУЗІЇ ПРИ ВИГОТОВЛЕННІ ТРУБЧАСТИХ ВИРОБІВ З НАЧИНКАМИ

Вступ

Сучасний інтенсивний розвиток промисловості з переробки природних сировинних матеріалів ставить все жорсткіші вимоги до якості виробів, продуктивності та рівня безвідходності виробництва. В цих умовах доцільно розробляти універсальні технології виготовлення виробів у вигляді суцільного двокомпонентного джгута з подальшим його розділенням на вироби з начинками. Розроблення технологічного обладнання, яке дозволяє формувати вироби з різноманітних компонентів матеріалів (харчові, полімерні, фарфорові маси та ін.) є перспективним напрямком інтенсифікації виробництва. Традиційно підхід до проектування такого типу обладнання базується на емпіричних залежностях і експериментальному досвіді [1]. Такий підхід не дає можливості давати кількісну оцінку взаємовпливу конструктивно технологічних параметрів процесу коекструзії і структурно-механічних характеристик сировини. Тому задача з використання інформаційних технологій проектування обладнання для процесів коекструзії різних типів дисперсних матеріалів є актуальною.

Постановка задачі

Дану статтю присвячено створенню наукових основ проектування формуючого вузла за допомогою кількісного визначення впливу тисків нагнітання сировини і геометрії формуючих матриць на кінематичні і деформаційні параметри продукту формування та на якість готових виробів.

Аналітична модель процесу коекструзії дисперсних матеріалів

В основу процесу формування джгута з начинкою по-

кладено технологію коекструзії [2], при якій зовнішній та внутрішні шари матеріалу випресовуються одночасно через одну матрицю спеціальної конструкції (рис.1). Для виконання поставленої задачі здійснено перехід від традиційних аналітично-емпіричних методик проектування формуючих вузлів даного типу до сучасних інформаційних технологій проектування [3], які ґрунтуються на методах імітаційного математичного моделювання.

Фізичні аспекти процесів коекструзії базуються на закономірностях деформування дисперсних матеріалів з газорідким дисперсійним середовищем. Слід відзначити, що рідинна фаза в матеріалах, що використовуються для коекструзії, як правило, знаходиться у зв'язаному стані з твердою фазою. Це зумовлює припущення про відсутність відносного руху цих фаз, тобто про їх переміщення як одного цілого. Для таких середовищ доцільно використовувати припущення про нехтування розділенням між фазами за допомогою об'ємного осереднення характеристик дисперсійного середовища (густини, швидкостей, напружень).

Таким чином, із врахуванням технології осереднення рівняння збереження кількості руху для дисперсного матеріалу [4], набуває вигляду

$$\rho \frac{du}{dt} + \text{grad}(\rho u \times u) - \text{grad} \sigma - \rho g = 0, \quad (1)$$

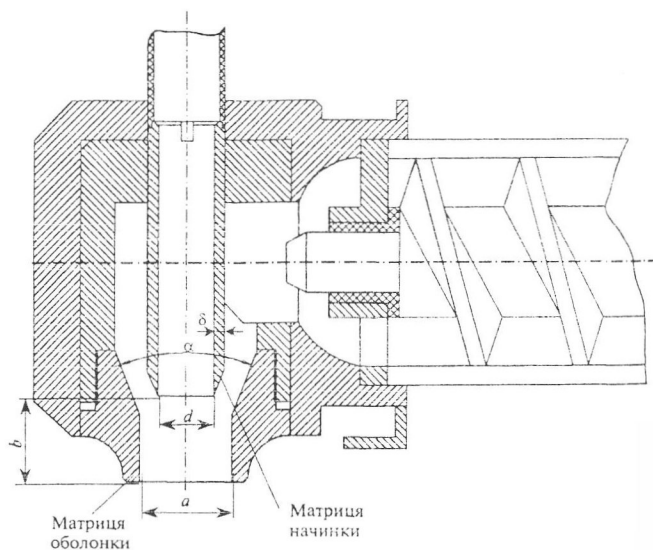


Рис. 1. Конструкція формуючого вузла

де ρ — середня густина суміші; σ — тензор напружень у суміші; u — вектор переміщень точок суміші; g — вектор прискорення вільного падіння.

При формулюванні визначальних співвідношень, які зв'язують навантаження на матеріал з його деформаційними параметрами, припускаємо, що швидкість деформації подано у вигляді

$$\dot{\epsilon}_{ik} = \dot{\epsilon}_{ik}^e + \dot{\epsilon}_{ik}^p, \quad (2)$$

де $\dot{\epsilon}_{ik}^e, \dot{\epsilon}_{ik}^p$ — відповідно пружна та непружна складові тензора швидкості деформацій.

Пружну складову в рівнянні (2) подано у вигляді закону Гука:

$$\dot{\epsilon}_{ik}^e = \frac{1+\nu}{E} \left(\dot{\sigma}_{ik} + \frac{\nu}{1+\nu} \dot{\sigma}_{ll} \delta_{ik} \right), \quad (3)$$

де E — модуль Юнга; ν — коефіцієнт Пуассона; δ_{ik} — дельта Кронекера.

Непружна складова має вигляд [5]

$$\dot{\epsilon}_{ik}^p = \mu(\Phi) \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ik}}. \quad (4)$$

Потенціал Φ , що визначає умову переходу процесу деформування ізотропного дисперсного матеріалу із зворотного в незворотне (чи навпаки), подано у вигляді [6]

$$\Phi(p, \tau, \theta, k) = \frac{\tau^2}{\varphi_\tau} + \frac{p^2}{\varphi_p} - (1 - \alpha_2) k^2 = 0, \quad (5)$$

де p — рівень гідростатичного тиску в матеріалі; τ^2 — другий інваріант девіатора напружень:

$$\tau^2 = \frac{1}{2} S_{ik} S_{ik}; \quad \varphi_\tau, \varphi_p — \text{функції дисперсності,}$$

що залежать від об'ємного вмісту твердої та газової фаз і від властивостей матеріалу: $\varphi_\tau = \alpha_1^2$; $\varphi_p = 2\alpha_1^3 / 3\alpha_2$; k — межа текучості твердої фази матеріалу. Відзначимо, що у випадку $\alpha_2 = 0$, $\varphi_\tau = 1/3$; $\varphi_p = \infty$ одержимо умову текучості Мізеса, що описує процес пружнопластичного деформування ізотропного компактного (твердого однофазного) матеріалу, який не може стискатися.

Підстановка (5) у (4) дає

$$\dot{\epsilon}_{ik}^p = \frac{\mu(\Phi)}{\varphi_\tau \varphi_p} \left[\varphi_p \sigma_{ik} + \left(\frac{2}{3} \varphi_\tau - \varphi_p \right) p \delta_{ik} \right]. \quad (6)$$

Перетворюючи (6), маємо

$$\sigma_{ik} = \frac{1}{\mu(\Phi)} \left[\varphi_\tau \dot{\epsilon}_{ik}^H + \left(\varphi_p - \frac{1}{3} \varphi_\tau \right) e^H \delta_{ik} \right], \quad (7)$$

де $e^H = \dot{\epsilon}^H$.

Розглядаючи процес нерівноважного незворотного деформування, вважаємо, що повні напруження σ_{ik} можуть бути зображені у вигляді суми рівноважної σ_{ik}^p і нерівноважної σ_{ik}^V складових:

$$\sigma_{ik} = \sigma_{ik}^p + \sigma_{ik}^V, \quad (8)$$

тобто деформування дисперсного матеріалу із скінченною швидкістю супроводжується появою напружень релаксації σ_{ik}^V , що визначає нерівноважність процесу. Напруження σ_{ik}^p змінюються миттєво та відповідають статичній рівновазі дисперсної системи. Для опису такого процесу доцільно використати пружно-в'язкопластичну модель деформованого тіла (рис. 2). Ця модель дає можливість розглядати пружнопластичне деформування, як усталену в'язкопластичну течію.

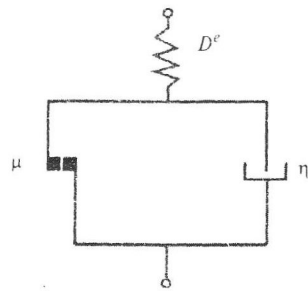


Рис. 2. Схема пружно-в'язкопластичної моделі деформованого тіла

Рівноважну складову тензора напружень визначаємо згідно з [5] на підставі (7)

$$\sigma_{ik}^p = \frac{\sqrt{\rho K}}{\sqrt{\varphi_\tau \gamma^2 + \varphi_p e^2}} \left[\varphi_\tau \dot{\epsilon}_{ik}^H + \left(\varphi_p - \frac{1}{3} \varphi_\tau \right) e^H \delta_{ik} \right], \quad (9)$$

де γ — другий інваріант девіатора швидкостей деформацій $\dot{\epsilon}_{ik}$.

У свою чергу для в'язкої (нерівноважної) складової тензора напружень на підставі (7) маємо

$$\sigma_{ik}^V = 2\eta_k \left[\varphi_\tau \dot{\epsilon}_{ik}^H + \left(\varphi_p - \frac{1}{3} \varphi_\tau \right) e^H \delta_{ik} \right], \quad (10)$$

де η_k – коефіцієнт в'язкості твердої фази матеріалу.

Підставивши (9) і (10) у (8), отримаємо визначальні співвідношення в'язкопластичності дисперсного матеріалу у вигляді

$$\sigma_{ik} = \left(\frac{\sqrt{\rho} K}{\sqrt{\varphi_\tau \gamma^2 + \varphi_p e^2}} + 2\eta_k \right) \times \left[\varphi_\tau \dot{\epsilon}_{ik}^H + \left(\varphi_p - \frac{1}{3} \varphi_\tau \right) e^H \delta_{ik} \right]. \quad (11)$$

Перетворюючи (11), маємо

$$\dot{\epsilon}_{ik}^H = \frac{\sqrt{\varphi_\tau \gamma^2 + \varphi_p e^2}}{\varphi_\tau \varphi_p (\sqrt{\rho} K + 2\eta_k \sqrt{\varphi_\tau \gamma^2 + \varphi_p e^2})} \times \left[\varphi_p \sigma_{ik} + \left(\frac{1}{3} \varphi_\tau - \varphi_p \right) p \delta_{ik} \right]. \quad (12)$$

Сформульовану крайову задачу (1)–(12) доповнимо початковими та граничними умовами. Початкові умови відповідають вільному від напружень стану компонент матеріалів із заданими структурно-механічними параметрами.

В процесі коекструзії (див. рис. 1) граничні умови відповідають умовам механічного навантаження при формуванні джгута та кінематики взаємодії в системі матриця–продукт (рис. 3). На верхніх поверхнях задаються рівномірно розподілені тиски нагнітання начинки P_n та оболонки P_o , відповідно. На поверхнях контакту матеріалу з матрицями задаються сили тертя в напрямку, протилежному руху матеріалу (згідно із законом Кулона):

$$F = -\mu \sigma_N, \quad (13)$$

де μ – коефіцієнт тертя; N – сила по нормалі до контактної поверхні. Сила N визначається напруженнями σ_N , що виникають у пристінному шарі матеріалу по нормалі до поверхні.

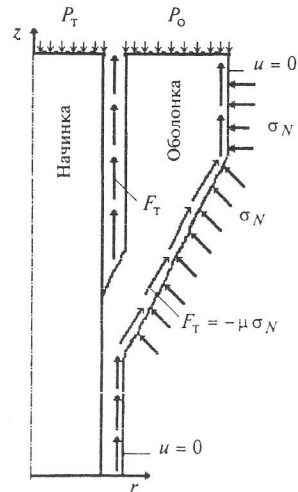


Рис. 3. Схема задавання граничних умов

Висновки

Отримана система рівнянь становить основу аналітичної моделі процесу коекструзії дисперсного матеріалу. Дані рівняння за формою аналогічні співвідношенням, що описують деформування гомогенних матеріалів. Тому для практичної реалізації запропонованої аналітичної моделі можна використовувати добре апробовані алгоритми для розрахунку гомогенних матеріалів та їх програмні реалізації (обчислювальні комплекси). Запропонована аналітична модель має перспективу бути використаною в сучасних системах автоматизованого проектування технологічного обладнання, призначеного для формування широкої номенклатури дисперсних матеріалів. Подальші дослідження авторів буде спрямовано на програмну реалізацію розробленої аналітичної моделі та побудову інформаційної технології проектування технологічного обладнання для формування дисперсних матеріалів.

Е.В. Штефан, Л.Н. Мизник

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ КОЭКСТРУЗИИ ПРИ ИЗГОТОВЛЕНИИ ТРУБЧАТЫХ ИЗДЕЛИЙ С НАЧИНКАМИ

Представлена аналитическая модель процесса коэкструзии дисперсных материалов, в частности при изготовлении трубчатых изделий с начинками.

Ye.V. Shtefan, L.M. Miznik

MATHEMATICAL MODELING OF CO-EXTRUSION PROCESSES WHEN MANUFACTURING TUBULAR PRODUCTS WITH STUFFING

An analytical model of co-extrusion processes of dispersed materials is presented, when manufacturing tubular products with stuffing, in particular.

Мачихин Ю.А. Берман Г.К., Клаповский Ю.В. Формование пищевых масс. — М.: Колос, 1992. — 272 с.

Остриков А.Н., Абрамов О.А., Рудометкин А.С. Экструзия в пищевой технологии. — СПб.: ГИОРД, 2004. — 288 с.

Штефан Е.В. Моделивання поведінки дисперсних систем у нерівноважних процесах харчових виробництв // Наукові праці УДУХТ. — 2000. — № 8. — С. 63–66.

4. Николаевский В.Н., Басинев К.С., Горбунов А.Т., Зотов Г.А. Механика насыщенных пористых сред. — М.: Недра, 1970. — 340 с.

5. Гун Г.Я. Теоретические основы обработки металлов давлением (теория пластичности). — М.: Металлургия, 1980. — 456 с.

6. Штерн М.Б., Сердюк Г.Г., Максименко Г.А. Феноменологические теории прессования порошков. — К.: Наук. думка, 1982. — 140 с.

Рекомендована Радою
Механіко-машинобудівного інституту
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
20 грудня 2005 року