

10. ЕФЕКТИВНА ЕЛЕКТРИЧНА ПРОВІДНІСТЬ ГЕТЕРОГЕННИХ СЕРЕДОВИЩ У ЗМІННОМУ ЕЛЕКТРИЧНОМУ ПОЛІ

О.Г. Мазуренко, В.С. Смірнов, В.М. Гуцалюк
Український державний університет харчових технологій

Однією з основних труднощів при розрахунку ефективних електро-динамічних характеристик гетерогенних середовищ у змінному полі є необхідність застосування для аналізу повної системи рівнянь Максвелла

$$\nabla \times \mathbf{H} = \delta, \quad \delta = \sigma \mathbf{E} + \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t},$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -m \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = r,$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0,$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad \mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$$

для кожної зі складових фаз.

Тут ϵ , m , s – відповідно діелектрична проникність, магнітна проникність і провідність; r – густина електричного заряду; $\mathbf{H}$, $\mathbf{E}$ – вектори напруженості магнітного та електричного поля; $\mathbf{B}$, $\mathbf{D}$ – вектори електричної та магнітної індукції; $\mathbf{d}$ – вектор густини струму.

Навіть при розгляданні гетерогенних середовищ порівняно простої структури розрахунок електричних полів та їх усереднення на основі системи (1) викликає суттєві математичні труднощі, які можуть бути виключені шляхом використання наближених неідеальних провідникових середовищ (або неідеальних діелектриків). Суть цього наближення полягає в тому, що в другому рівнянні Максвелла (1) вважається, що умова $\sum \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \cdot \mathbf{S} < \mathbf{S} \cdot \mathbf{C} \mathbf{r} \mathbf{E} \mathbf{S}$ добре виконується, що еквівалентно потенціальності електричного поля $\mathbf{C} \mathbf{r} \mathbf{E} = 0$. У підсумку, застосувавши операцію взяття дивергенції для першого рівняння у (1) спільно з умовою потенціальності електричного поля $\mathbf{E}$, приходимо до замкненої системи рівнянь для розрахунку густини струму $\mathbf{d}$ та напруженості електричного поля $\mathbf{E}$

$$\nabla \cdot \delta = 0, \quad \nabla \times \mathbf{E} = 0, \quad (2)$$

$$\delta = \sigma \mathbf{E} + \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}.$$

Для середовищ з малою об'ємною концентрацією сферичних включень v ($v \leq 0.2 \div 0.3$) одержано вирази для комплексної ефективної провідності

$$\dot{\sigma}_{eff} = s_{eff} + iWe_{eff} = \dot{\sigma}_1 [1 + 3v \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2 + 2\sigma_1}]. \quad (3)$$

Із (3) приходимо до виразу $\Delta \dot{\sigma}_{eff}$ який визначає вклад неоднорідностей

$$\Delta \dot{\sigma}_{eff} = \dot{\sigma}_{eff} - \dot{\sigma}_1 = \Delta \sigma_{eff} + i \Delta \varepsilon_{eff} = 3v \frac{(\dot{\sigma}_1 + i\omega \dot{\varepsilon}_1)[(\dot{\sigma}_2 - \dot{\sigma}_1) + i\omega(\dot{\varepsilon}_2 - \dot{\varepsilon}_1)]}{(\sigma_2 + 2\sigma_1) + i\omega(\varepsilon_2 + 2\varepsilon_1)}. \quad (4)$$

Аналіз залежностей для ефективних провідності і діелектричної проникності неоднорідних середовищ у наближенні неідеальних діелектриків показує, що важливим параметром є ємнісна складова провідності матриці і неоднорідностей. Як показують граничні співвідношення, значення ефективної провідності і діелектричної проникності при змінному струмі можуть суттєво відрізнятися від даних, які впливають із теорії стаціонарного поля [1].

Враховуючи (3), (4), модель механізму електропровідності заготівельного молока, наприклад, можна представити у вигляді

$$\begin{aligned} \sigma_{eff} &= \sigma_1 [1 + a_1 + a_2 + a_3], \\ a_1 &= 3v_{\text{л}} (\sigma_{2\text{л}} - \sigma_1) / (\sigma_{2\text{л}} + 2\sigma_1), \\ a_2 &= 3v_{\text{б}} (\sigma_{2\text{б}} - \sigma_1) / (\sigma_{2\text{б}} + 2\sigma_1), \\ a_3 &= 3v_{\text{ж}} (\sigma_{2\text{ж}} - \sigma_1) / (\sigma_{2\text{ж}} + 2\sigma_1), \end{aligned} \quad (5)$$

де v – концентрація відповідної складової частини; σ_1 , σ_2 – відповідно комплексні електропровідності матричної структури та додаткові фазові включення жиру, білку та лактози.

Модель (5) була використана при розробці системи оперативного контролю якості заготівельного молока в технологічних процесах молочних виробництв.

Література

1. Ландау А.Д., Лифшиц Е.Д. Электродинамика сплошных сред. – М., 1951. – 532 с.