

С.М.Василенко, доктор техн. наук

S.M. Vasylenko

А.В.Форсюк, кан д. техн. наук

A.V. Forsyuk

В.І. Бондар

V.I. Bondar

К.О.Шумило

K.O.Shumylo

МОДЕЛЮВАННЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕПЛООБМІНУ В ДВОФАЗНИХ ПАРОРІДИННИХ ПЛІВКОВИХ ТЕЧІЯХ

MODELLING OF TURBULENT HEAT TRANSFER IN THE TWO-PHASE STEAM-LIQUID FILM FLOWS

Розроблена математична модель турбулентного теплообміну в плівках рідини кільцевих двофазних течій. Запропоновано використовувати принцип чергованості турбулентності для врахування: перехідного від ламінарного до турбулентного режиму течії рідини в плівках; пригнічення турбулентності поверхневим натягом біля поверхні поділу. «рідина-пара»; міжфазового тертя в кільцевих двофазних течіях.

Ключові слова: *теплообмін, плівкова течія, турбулентність, чергованість.*

Mathematical model of turbulent heat transfer in liquid films of annular two-phase flows. It has been proposed to apply an intermittency principle for taking into account the following: a transfer from laminar to the turbulent flow regime, dampening of turbulent pulsation by the surface tension on the interphase "stream-liquid"; interphase surface tension.

Key words: *heat-transfer, liquid films flow, turbulence, intermittence*

Задача оптимізації теплотехнологічних комплексів підприємств та їх окремих елементів безперервно пов'язана з необхідністю оптимізації їх теплогідравлічних режимів та інтенсифікації процесів кипіння, випаровування, конденсації та кристалізації.

Перспективним методом інтенсифікації процесів випарювання розчинів є їх реалізація в плівках рідин, що стікають під дією сили тяжіння за супутнього парового потоку.

Теплотехнологічним вимогам підприємств харчової промисловості максимально задовольняють випарники плівкового типу, у яких випарювання розчинів реалізовано в плівках гравітаційно стікаючих рідин за супутнього парового потоку.

Однак, на сьогодні широке впровадження вітчизняних плівкових випарних апаратів в харчовій промисловості стримується рядом об'єктивних чинників, серед яких практична відсутність фізично адекватних методик розрахунку процесів теплообміну у відповідному діапазоні зміни характеристик теплоносіїв.

На сьогодні практично єдиним методом розрахунку процесів тепломасообміну в турбулентних течіях при проектуванні промислових апаратів є математичне моделювання, причому основою математичних моделей є диференціальні рівняння перенесення імпульсу, енергії та маси в частинних похідних.

Найширше застосовуються так звані *моделі нульового порядку*. Ці моделі включають диференціальні рівняння в частинних похідних полів осереднених швидкості та температури, однак не включають диференціальні рівняння характеристик турбулентності. З цієї причини цей клас моделей називають *класом замикання за допомогою рівнянь для полів осереднених швидкості та температури*. А оскільки такий метод замикання моделей дає змогу розрахувати лише розподіл рейнольдсових напружень і полів осереднених швидкості та

температури, його ще можна назвати *методом полів осереднених швидкості та температури* [1].

При моделюванні теплоперенесення в плівкових течіях застосовують переважно метод аналогії, що базується на моделях цього класу та включає поняття *коефіцієнтів турбулентного перенесення*. Основним припущенням цих моделей є припущення про постійність товщини плівки в часі, що робить ці моделі подібними до моделей процесів перенесення при течіях в каналах чи суміжних шарах. При цьому плівка постійної товщини розглядається як осереднення в часі хвиль великої амплітуди на її поверхні.

В рамках нуссельтових припущень диференціальне рівняння збереження кількості руху в плівці за міжфазової взаємодії на межі поділу рідина–газ набуває одновимірного вигляду

$$\frac{d}{dy} (H_p + e_y) \frac{dv_x}{dy} + g = 0, \quad (1)$$

або ж у безрозмірнісному вигляді

$$\frac{d}{dy^+} (1 + e_y^+) \frac{dv_x^+}{dy^+} + g H_p v_*^{-3} = 0; \quad (2)$$

за граничних умов

$$v_x = 0 \text{ при } y = 0, \quad c_p (H_p + e_y) \frac{dv_x}{dy} = \Phi \text{ при } y = \delta. \quad (3)$$

$$v_x^+ = 0 \text{ при } y^+ = 0, \quad (1 + e_y^+) \frac{dv_x^+}{dy^+} = 1 - g H_p v_*^{-3} D^+ \text{ при } y^+ = \delta^+. \quad (4)$$

Одновимірне поле осередненої безрозмірнісної швидкості рідини в плівці описуватиметься рівнянням

$$v_x^+ = \int_0^{y^+} \frac{1 - g H_p y^+ v_*^{-3}}{1 + e_y/H_p} dy^+, \quad (5)$$

а плівкове число Рейнольдса

$$Re_p = 4 \int_0^{D^+} v_x^+ dy^+ = 4 \int_0^{D^+} dy^+ \int_0^{y^+} \frac{1 - g H_p y^+ v_*^{-3}}{1 + e_y/H_p} dy^+. \quad (6)$$

Диференціальне рівняння збереження енергії в нуссельтовому наближенні для випадку випаровування запишеться у вигляді

$$\frac{d}{dy} \left(\frac{e_y}{Pr_t} + a_p \right) \frac{dT}{dy} = 0, \quad (7)$$

або ж в безрозмірнісному вигляді

$$\left(\frac{1}{Pr_p} + \frac{e_y^+}{Pr_t} \right) \frac{dT^+}{dy^+} = 1, \quad (8)$$

за граничних умов $T = T_{ct}$ при $y=0$ або $T^+ = 0$ при $y^+ = 0$.

Рівняння одновимірного поля осередненої температури для випадку випаровування з поверхні плівки набуде вигляду

$$T^+ = \int_0^{y^+} \left(\frac{1}{Pr_p} + \frac{e_y^+}{Pr_t} \right)^{-1} dy^+. \quad (9)$$

Безрозмірнісні форми коефіцієнта тепловіддачі для випадку випаровування з поверхні плівки визначаються наступним чином

$$St^{-1} = \int_0^{y^+} \left(\frac{1}{Pr_p} + \frac{e_y^+}{Pr_t} \right)^{-1} dy^+; \quad (10)$$

$$Nu = St Pr_p v_* (vg)^{-1/3}. \quad (11)$$

Очевидно, для того, щоб задача стала визначеною, необхідно задати величини кінематичного коефіцієнта турбулентного перенесення кількості руху ε_σ та турбулентного аналога числа Прандтля Pr_t .

При розробленні моделі розподіл дотичного напруження в нуссельтовому наближенні визначали за формулою

$$\Phi = \Phi + c_p q(d-y) = \Phi_{ct} - c_p g y, \quad (12)$$

а розподіл густини теплового потоку

$$q = q_{ct} = \text{const}. \quad (13).$$

Кінематичний коефіцієнт турбулентного перенесення кількості руху може бути виражений через довжину шляху змішування

$$e_y = \ell^2 \left| \frac{\partial v_x}{\partial y} \right|. \quad (14)$$

Якщо записати, що $\frac{\partial v_x}{\partial y} = \frac{\Phi}{c_p (n_p + e_y)}$, то вираз безрозмірногого

кінематичного коефіцієнта турбулентної в'язкості з використанням поняття довжини шляху змішування набуде вигляду

$$e_y^+ = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(1 + \ell^{+2} \frac{\Phi}{\Phi_{cr}} \right)^{1/2}. \quad (15)$$

Згідно попереднього аналізу можна зробити висновок, що у всьому діапазоні зміни витратних характеристик двофазного потоку режим течії в плівці конденсату є турбулізованим. Аналогічний результат аналітично отримав С. Банкофф [2]. Він за методом Джіха-Бенджаміна для аналізу стійкості течії рідини при малих збуреннях на поверхні тонкої плівки, що стікає по похилій поверхні, проаналізував вплив випаровування та конденсації. В результаті був отриманий висновок, що випаровування порушує стійкість ламінарної течії, відповідно, потік стає нестационарним за всіх значень числа Рейнольдса плівки. При охолодженні ж за конденсації з'являється критичне число Рейнольдса переходу до турбулентного руху, що відповідає висновкам [3].

В той же час, слід очікувати, що при значеннях Re_p , що відповідає досліджуваному діапазону, течія в плівці не є розвиненою турбулентною, а має перехідний характер. Перехідний режим руху характеризується явищем так званої чергованості (intermittency), при якому течія в даній точці має то ламінарний, то турбулентний характер. Статистичною характеристикою течії в перехідній від ламінарного до турбулентного режиму області є так званий коефіцієнт чергованості. Він являє собою частку часу існування турбулентного режиму в даній точці перерізу течії. В більш загальному сенсі він розглядається як ймовірність того, що локальний рух є турбулентним.

В той же час коефіцієнт чергованості можна розглядати як міру стійкості ламінарного руху: при $\gamma = 0$ ламінарна течія є стійкою до дії

збурень, а при $\gamma = 1$ ламінарна течія є повністю нестійкою, тому внаслідок дії збурень течія стає розвинуеною турбулентною.

З цієї точки зору коефіцієнт чергованості є зручною характеристикою для описання процесів перенесення в турбулентних плівках. Так, на поверхні поділу рідина-пара, де турбулентні пульсації повністю гасяться поверхневим натягом, ламінарний режим існує у всіх точках поверхні, тому коефіцієнт чергованості, очевидно, дорівнює 0. Із збільшенням відстані від міжфазової поверхні в глибину плівки стабілізуючий вплив поверхневого натягу слабшає, тому коефіцієнт чергованості починає зростати, та досягає 1 в ядрі плівки за розвинуеного турбулентного руху.

В основу аналізу турбулентного перенесення в плівці з використанням поняття чергованості покладемо гіпотезу шляху змішування Л. Прандтля. Тоді, інтенсивність турбулентного перенесення біля міжфазової поверхні визначатиме довжину шляху змішування у вигляді деякої функції $F_1(y^+/\delta^+)$, а в ядрі плівки – у вигляді функції $F_2(y^+/\delta^+)$.

Введемо поняття локального коефіцієнта чергованості турбулентного руху рідини в плівці у вигляді рівняння

$$\Gamma = \frac{F(y^+/\delta^+) - F_1(y^+/\delta^+)}{F_2(y^+/\delta^+) - F_1(y^+/\delta^+)}, \quad (16)$$

де $F(y^+/\delta^+)$ – поточне значення довжини шляху змішування.

Тоді, величина, що визначає міру стійкості ламінарної течії, визначиться як $k=1-\gamma$. Отже при $\gamma=0$ матимемо $k=1$ і ламінарна течія існує, та, навпаки, при $\gamma=1$ матимемо $k=0$, і ламінарна течія поступається розвиненій турбулентній.

Для визначення величини γ припустимо, що величина k підлягає релаксаційній залежності, яка визначає пропорційну залежність

відносного змінення величини k та змінення координати, що відраховується від міжфазової поверхні

$$\frac{dk}{d(1 - y^+/\delta^+)} = -nk. \quad (17)$$

Інтегруючи останнє рівняння за граничної умови $k=1$ при $y^+=\delta^+$, дістанемо

$$k = \exp\left[n\left(\frac{y^+}{\delta^+} - 1\right)\right], \quad (18)$$

та, відповідно,

$$r = 1 - k = 1 - \exp\left[n\left(\frac{y^+}{\delta^+} - 1\right)\right]. \quad (19)$$

Тоді, підставляючи вираз (23) в рівняння (19), отримаємо

$$F(y^+/\delta^+) = F_1(y^+/\delta^+) + [F_2(y^+/\delta^+) - F_1(y^+/\delta^+)] \left[1 - \exp\left[n\left(\frac{y^+}{\delta^+} - 1\right)\right]\right]. \quad (20)$$

Функцію $F_1(y^+/\delta^+)$ задамо, припускаючи, що в шарі пригнічення турбулентності при перехідному режимі руху в плівці $e_y^+(y^+/\delta^+)=0$, тобто $F_1(y^+/\delta^+)=0$.

В ядрі плівки довжину шляху змішування задамо, виходячи з однофазової моделі в модифікації Ван-Дріста

$$F_2(y^+/\delta^+) = 0,4y^+ [1 - \exp(-y^+/26)]. \quad (21)$$

Тоді рівняння змінення довжини шляху змішування поперек плівки набуде вигляду

$$F(y^+/\delta^+) = \ell^+ = 0,4y^+ [1 - \exp(-y^+/26)] \left[1 - \exp\left[n\left(\frac{y^+}{\delta^+} - 1\right)\right]\right]. \quad (22)$$

Порівняння форми рівняння (19) з формою демпферного множника Ван-Дріста дозволяє припустити, що коефіцієнт n повинен бути безрозмірнісним та близьким до постійного значення. Визначимо його величину з аналізу експериментальних даних з випаровування з поверхонь яблучних соків.

Очевидно, запропонована модель задовольняє як умову зниження до нуля величини ϵ_y^+ на міжфазовій поверхні, так і умову неперервності його розподілу, а також зменшення товщини зони пригнічення турбулентності зі збільшенням міжфазового дотичного напруження.

Аналіз свідчить, що постійне значення n не враховує в повній мірі характер зміни коефіцієнтів тепловіддачі. Це пов'язано, очевидно, з тим, що на стійкість ламінарного руху впливає ряд факторів, в першу чергу, фізичні властивості. Оскільки, ламінарний рух характеризується тим, що в ньому генерація турбулентності під дією збурень нижча від її дисипації внутрішнім (молекулярним) тертям, то в якості параметра, який визначає фізичні властивості виберемо безрозмірнісне число Прандтля. (Більш очевидним було б використання комплексу, що містить додатково вплив поверхневого натягу, наприклад $Ar_{\text{хв}}$. Однак, в досліджуваних режимах коефіцієнт поверхневого натягу змінювався незначно $\sigma=0,067\pm0,002$ Н/м, тому $Ar_{\text{хв}}$ є практично функцією Pr).

З аналізу безрозмірнісних диференціальних рівнянь перенесення можна сформулювати наступну систему безрозмірнісних комплексів, що визначають чергованість турбулентності в плівці

$$n = f(Re_p, \Phi_p^*, Pr_p). \quad (23)$$

Для дослідження теплообміну під час випаровування з вільної поверхні плівки плодів соків, що стікає, за супутнього потоку пари було створено дослідну установку, виготовлену та змонтовану на Острозькому плодово-консервному заводі (Україна, Рівненська область), яка дозволяла фізично моделювати процеси концентрування соків в широкому діапазоні зміни витратних та режимних параметрів двофазного потоку.

За результатами попереднього аналізу результатів експериментального дослідження значення турбулентного аналога числа Прандтля отримане у вигляді

$$Pr_t = 1 - 0,1(\delta^+)^{0,28}. \quad (24)$$

Апроксимація значень n , розрахованих згідно запропонованої моделі з використанням результатів експериментального дослідження, дозволила знайти кореляційну залежність

$$n = 19,435 Re_p^{-0,345} Pr_p^{-0,34} (1 + \Phi^*)^{0,163}. \quad (25)$$

На рис. 1 наведено профіль зміни коефіцієнта чергованості по товщині плівки.

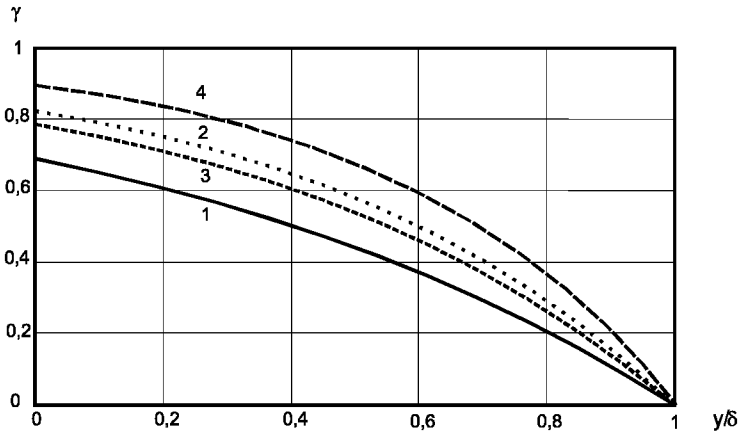


Рис. 1. Зміна коефіцієнта чергованості по товщині плівки:
1 – $\Phi^* = 0$; 2 – 10; $Re_p = 1100$; 3 – $\Phi^* = 0$; 4 – 10; $Re_p = 500$

Згідно (25) в досліджуваному діапазоні зі збільшенням витрати рідини в плівці коефіцієнт чергованості падає. Це пов'язано, очевидно, з тим, що із збільшенням витрати рідини в плівці турбулентні збурення в ній нарастають більш повільними темпами, ніж товщина плівки. Тобто, генерація турбулентності має менші темпи зростання із збільшенням Re_p , ніж її дисипація. До того ж, нижчі витрати рідини з більшими її в'язкостями, тобто нижчими значеннями Re_p , мали місце в нижній частині експериментальної труби при значних швидкостях пари, та, відповідно, більшій турбулізуючій дії міжфазової взаємодії. Із подальшим зростанням товщини плівки слід очікувати зростання темпів збурення рідини та досягнення при розвиненому турбулентному русі значення коефіцієнта чергованості, рівного одиниці.

Можна зробити висновок про якісну відповідність зміни γ поперек плівки згідно пропонованої методики та зміни γ в примежовому шарі (рис.1). Коефіцієнт чергованості не досягає значення одиниці, що підтверджує наявність по всій товщині плівки перехідного режиму руху.

На рис.2 наведені порівняння розрахованих за пропонованою методикою значень $St_{\text{розр.}}$ з експериментальними значеннями $St_{\text{досл.}}$.

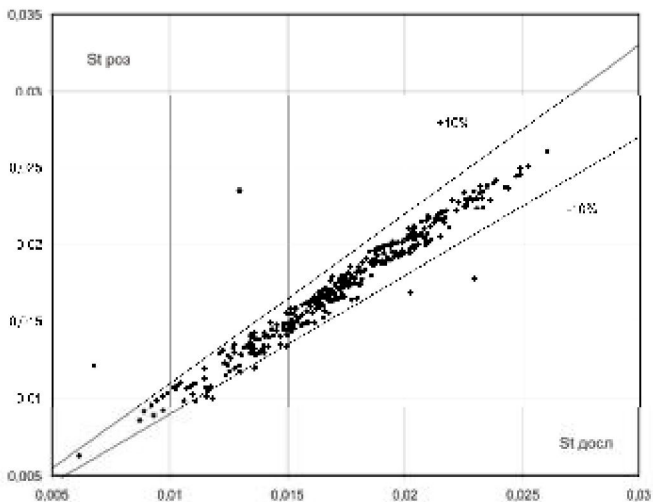


Рис. 2. Порівняння дослідних та розрахованих значень St

Можна зробити висновок про добру відповідність розрахункових та дослідних значень безрозмірних коефіцієнтів тепловіддачі. Це, очевидно, стало можливим внаслідок врахування запропонованою схемою механізму теплоперенесення в плівці впливу гідродинамічних характеристик парорідинної течії на інтенсивність теплоперенесення в ній.

На рис.3 наведено графічне зображення залежності безрозмірних чисел St від Re_p , ϕ_p^* , Pr_p .

Аналіз рисунку свідчить, що запропонована методика дозволяє врахувати складний характер спільного впливу на інтенсивність теплоперенесення гідродинамічних характеристик парорідинної течії, а

це в свою чергу, свідчить про адекватність моделі та про достовірність отриманих за нею результатів.

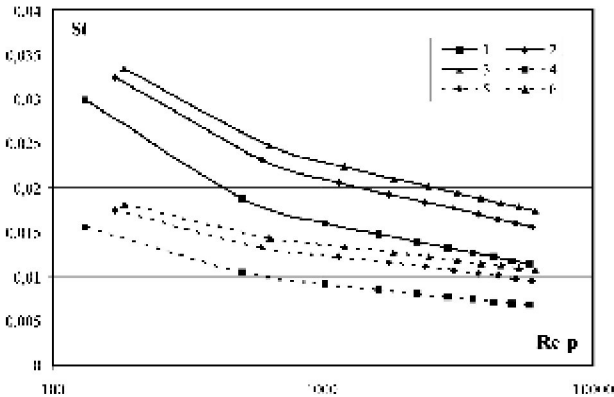


Рис. 3. Залежність $St = f(Re_p, \Phi''_t)$. 1 – $\tau_i^* = 0$; 2 – $\tau_i^* = 5$;
3 – $\tau_i^* = 10$; $Pr = 3,5$; 4 – $\tau_i^* = 0$; 5 – $\tau_i^* = 5$; 6 – $\tau_i^* = 10$; $Pr_p = 7$.

На рис.4 наведене порівняння профілів зміни кінематичного коефіцієнта турбулентної в'язкості, отриманих за пропонованою моделлю, із застосуванням залежності (26) та за однофазовою моделлю.

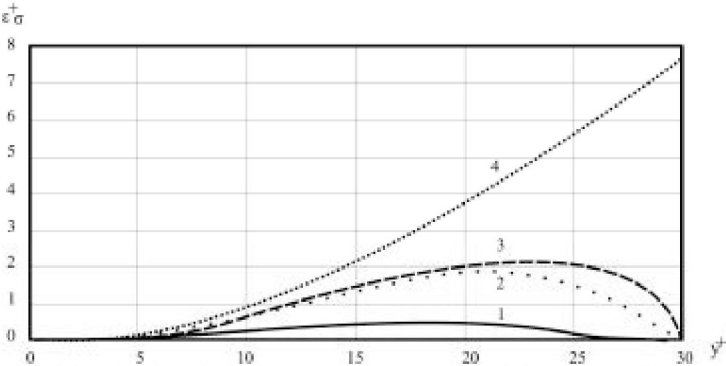


Рис. 4. Профілі зміни кінематичного коефіцієнта турбулентної в'язкості при $Pr_p = 3,2$: запропонована модель: 1 – $\Phi''_t = 0$; 2 – 50;
однофазна модель: 3 – $\Phi''_t = 0$; 4 – 50

На рис.5 та рис.6 наведене порівняння профілів швидкості та температури, розрахованих за пропонованою моделлю з використанням

залежності (30), за однофазовою моделлю та за моделлю ламінарної плівки. Порівняння їх з профілями безрозмірної швидкості, отриманими Н. М. Ал-Наджімом та ін. [4] для умови розвинутого турбулентного руху в плівці, свідчать, що розрахунки v^+ за запропонованою моделлю якісно задовольняють результатам [4].

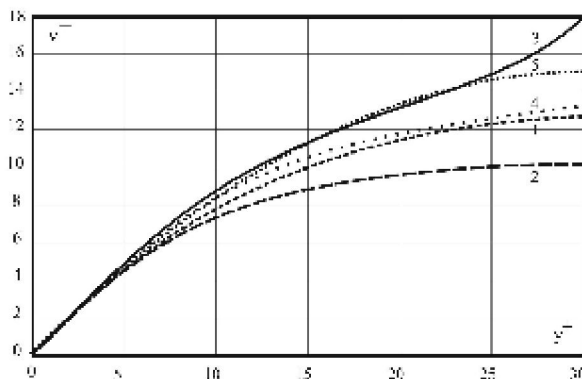


Рис. 5. Профілі швидкості рідини в плівці

Запропонована модель: 1 – $\Phi^* = 0$; 3 – 50; однофазна модель: 2 – $\Phi^* = 0$; 4 – 50; ламінарна модель: 5 – $\Phi^* = 0$

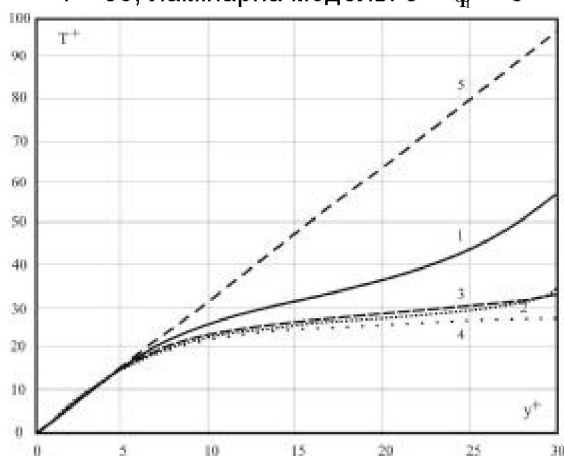


Рис. 6. Порівняння профілів температури

Запропонована модель: 1 – $\Phi^* = 0$; 2 – 50;

однофазна модель: 3 – $\Phi^* = 0$; 4 – 50; ламінарна модель – 5

Основною перевагою запропонованого підходу до аналізу механізму турбулентного перенесення в плівці є те, що він має адекватну фізичну основу та, що особливо важливо, не вимагає

додаткових припущень при постановці задачі перенесення та спрощень при її формулюванні.

Крім того, він задовольняє граничну умову зниження до нуля інтенсивності турбулентного перенесення біля міжфазової поверхні та умову суцільності середовища, тобто неперервності розподілу по товщині плівки всіх характеристик течії.

Висновки. В результаті спільних теоретичного аналізу та аналізу результатів експериментального дослідження теплообміну в кільцевих парорідинних течіях з випаровуванням показано, що в кільцевій плівці рідини реалізується режим течії, перехідний від ламінарного до турбулентного. Відповідно, розроблена математична модель процесів перенесення імпульсу та енергії в плівці, що базується на принципі чергованості турбулентності, який, в свою чергу, враховує пригнічення турбулентності поверхневим натягом та вплив міжфазного дотичного напруження в кільцевих течіях.

Умовні позначення

a – коефіцієнт теплопровідності, $\text{м}^2/\text{с}$; c – питома теплоємність, $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$; ℓ – довжина шляху змішування, м ; $\ell^+ = \ell v_* / \nu_p$ – безрозмірна довжина шляху змішування; q – густина теплового потоку, $\text{Вт}/\text{м}^2$; T – термодинамічна температура, К ; T^+ – безрозмірна температура $T^+ = (T_{\text{ст}} - T) c_p c_p v_* / q$; v – швидкість, $\text{м}/\text{с}$; v_* – динамічна швидкість, $\text{м}/\text{с}$; $v_* = \sqrt{\Phi_{\text{ст}} / c_p}$; v^+ – універсальна швидкість, $v^+ = v / v_*$; x – поздовжня координата, м ; y – поперечна координата, що відрховується від твердої поверхні, м ; y^+ – безрозмірна координата $y^+ = y v_* / \nu_p$; α – коефіцієнт тепловіддачі, $\text{Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$; Γ – об'ємна щільність зрошення, $\text{м}^2/\text{с}$; δ – товщина плівки; ε_σ – кінематичний коефіцієнт турбулентного перенесення кількості руху, $\text{м}^2/\text{с}$; ε_q – кінематичний коефіцієнт турбулентного перенесення теплоти, $\text{м}^2/\text{с}$; ε_y^+ – безрозмірний кінематичний коефіцієнт

турбулентного перенесення кількості руху, $e_y^+ = e_y/n_p$; e_q^+ – безрозмірнісний кінематичний коефіцієнт турбулентного перенесення теплоти, $e_y^+ = e_q/a_p$; λ – коефіцієнт теплопровідності, Вт/(мК); ν – кінематичний коефіцієнт в'язкості, м²/с; ρ – густина, кг/м³; σ – коефіцієнт поверхневого натягу, Н/м; τ – дотичне напруження, Па; τ_i – безрозмірнісне дотичне напруження на поверхні поділу «рідина-пара», $\tau_i^* = \tau_i/(\rho_p g (v_p^2/g)^{1/3})$; $Ar_{хв}$ – хвильове число Архімеда, $Ar_{хв} = y^3 c_p^2 / (g m_p^4 (c_p - c_n))$; Nu – плівкове число Нуссельта, $Nu = \delta (n_p^2/g)^{1/3} / l_p$; Pr – число Прандтля, $Pr = n/a$; Pr_T – турбулентне число Прандтля, $Pr_T = e_y/e_q$; Re_p – число Рейнольдса плівки, $Re_p = 4\Gamma/v_p$; St – число Стентона, $St = \delta/(c_p c_p v_*)$.

Індекси

i – міжфазова поверхня «рідина-пара»; s – стан насичення; x – в напрямку x ; y – в напрямку y ; n – пара; p – рідина; $ст$ – стінка; $ср$ – середнє значення

ЛІТЕРАТУРА

1. Mellor G. L., Herring H. J. A survey of the mean turbulent field closure models // Am. Inst. of Aeronautics and Astronautics Journal. – 1973. – V. 11, №5. – P. 590 – 599.
2. Bankoff S. G. Stability of liquid flow down a heated inclined plane // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1971. – V. 14. – P. 377 – 385.
3. Рейнольдс А. Дж. Турбулентные течения в инженерных приложениях: Пер. с англ. – М.: Энергия, 1979. – 408 с., ил.
4. Al-Najem, Ezuddin K. Y., Darwish M. A. Heat transfer analysis of local evaporative turbulent falling liquid films // ASME J. of Heat Transfer. – 1992. – V. 114. – P. 688 – 694.

Відомості про авторів

Василенко Сергій Михайлович, доктор техн. наук, директор ВНДІЦП,
т.279-33-36, м. Київ

Форсюк Андрій Васильович, к.т.н., доц. Національний університет
харчових технологій, т.287-96-65, Київ, вул. Шкільна 14, кв.2;

Бондар Володимир Іванович, ас. Національний університет харчових
технологій, т.287-96-51, Київ, вул. Заболотного 32, кв.24;

