

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ ПОДІБНОСТІ В МОДЕЛЮВАННІ ПРОЦЕСУ КОНВЕКТИВНО – ТЕРМОРАДІАЦІЙНОГО СУШІННЯ КУЛЬТИВОВАНИХ ГРИБІВ

Малежик І.Ф. д-р техн. наук, Бурлака Т.В. аспірант,
Дубковецький І.В. канд. техн. наук, доцент, Деканський В.Є. асистент
Національний університет харчових технологій

Анотація. В основі даного методу лежить друга теорема Федермана - Бекінгема, що дає можливість обробки експериментальних даних у формі загального критеріального рівняння.

Інтенсивність досліджуваного процесу сушіння визначають коефіцієнтом масовіддачі β і коефіцієнтом тепловіддачі α . В даному випадку надійним способом отримання структур критеріальних рівнянь є метод аналізу розмірностей. На основі його загальних принципів встановлюємо вид критеріального рівняння для розрахунку коефіцієнта масовіддачі β і коефіцієнта тепловіддачі α .

Abstract. The basis of this method is the second theorem Federmana - Buckingham, enabling processing experimental data in the form of a general criterion equation.

Intensity investigated the drying process determining factor β massoviddachi and heat transfer coefficient α . In this case, a reliable way to obtain structures of criterion equations is the method of analysis dimensions. Based on its general principles set type of criteria for the calculation of the equation massoviddachi β and heat transfer coefficient α .

Ключові слова. коефіцієнт масовіддачі, тепловіддача, аналіз розмірностей, сушіння, культивовані гриби.

Вступ

Рациональні параметри сушіння та інтенсифікація процесу досягається комбінацією таких параметрів сушіння, як форма та розміри матеріалу, його питоме навантаження, швидкість руху і температура теплоносія. Істотний вплив на тривалість процесу має температура сушильного агента. Підвищенням температури досягається інтенсифікація зневоднення, час теплового впливу зводиться до мінімуму, що забезпечує економічність процесу. Однак при виборі теплового режиму необхідно враховувати гранично-допустиму температуру конкретного матеріалу, що визначається його термостійкістю. Аналіз хімічного складу культивованих грибів глива звичайна показує, що вони складаються з таких важливих для організму людини термолабільних речовин як білки, вуглеводи, органічні кислоти, ферменти, в яких відбуваються зміни при температурах 65–70°C. Тому одержати продукт високої якості можливо за умови, що температура матеріалу в процесі сушіння не перевищує свого критичного значення. Звідси витікає, що температуру теплоносія протягом усього процесу сушіння необхідно змінювати відповідно до закономірностей переносу теплоти і вологи у конкретному матеріалі.

Комбінація конвективного і терморадіаційного сушіння при імпульсному донесенні теплоти до поверхні культивованих грибів дозволяє досягнути бажаних якісних технологічних характеристик і зменшити витрати енергії в порівнянні з конвективним чи терморадіаційним сушінням. Це було доведено серією досліджень відображених в статтях [2,3,4]. Але система процесу описується великою кількістю факторів, які характеризують кінетику конвективно-терморадіаційного сушіння. Тому доцільно використовувати методи математичного моделювання для прогнозування оптимальних умов проведення процесу. Аналітичне моделювання, що використовувалось для опису процесу конвективно-терморадіаційного сушіння, є дещо спрощеним та не враховує факторів визначення імпульсного введення променевої енергії на поверхні продукту та в примежовому паро-повітряному шарі. У зв'язку з труднощами, що виникають в результаті аналітичного моделювання, слід застосувати експериментальне моделювання, основною науковою базою якого є теорія подібності і метод «аналізу розмірностей».

Результати. Математичний опис процесу конвективно-терморадіаційного сушіння було одержано емпіричним методом. Інтенсивність процесу видалення вологи при конвективно-терморадіаційному сушінні визначають коефіцієнтом масовіддачі від примежового шару до паро-повітряного середовища, що оточує продукт. Інтенсивність процесу видалення вологи також залежить від теплообміну між поверхнею тіла і навколишнім середовищем, що характеризується коефіцієнтом тепловіддачі.

Складання критеріального рівняння в залежності від коефіцієнта масовіддачі. Коефіцієнт масовіддачі залежить від наступних параметрів: швидкість теплоносія (w), розміри частинок сировини (d), коефіцієнт дифузії (D), питома маса продукції (P_s), густина вологи (ρ_B), в'язкість (μ). В досліджуваних умовах бародифузія пов'язана з впливом інфрачервоного випромінювання визначається різницею тисків, величина яких прямо пропорційна енергії випромінювання і тієї енергії, яка необхідна для пароутворення (r) і потужності опромінення ($N_{оп}$).

$$\beta = f(d, D, \mu, r, N_{\text{оп}}, \rho_B, w, P_s)$$

Припустимо, що $w, d, D, P_s, \rho_B, \mu, r, N_{\text{оп}}$ мають невідомі показники ступеня k, l, m, n, o, p, s, t . Таким чином, шукану функціональну залежність можна представити у наступному вигляді

$$\beta = d^k \cdot D^l \cdot \mu^m \cdot r^n \cdot N_{\text{оп}}^o \cdot \rho_B^p \cdot w^r \cdot P_s^s$$

Основні складові формули занесено в табл.1.

Таблиця 1

Основні параметри досліджуваного процесу				
№	Найменування параметра	Символ	Степінь	Розмірність
1	Середній коефіцієнт масовіддачі	β		$\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$
2	Розміри частинок	d	k	м
3	Коефіцієнт дифузії	D	l	$\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$
4	В'язкість	μ	m	$\text{кг} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$
5	Питома теплота пароутворення	r	n	$\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$
6	Потужність ІЧ – генераторів	$N_{\text{оп}}$	o	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-3}$
8	Густина вологи	ρ_B	p	$\text{кг} \cdot \text{м}^{-3}$
9	Швидкість теплоносія	w	r	$\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$
10	Питома маса продукції	P_s	s	$\text{кг} \cdot \text{м}^{-2}$

Очевидно, що для даного факторного простору число змінних 9 за кількості розмірностей 3. Тому за π -теоремою кількості безрозмірних комплексів $9 - 3 = 6$.

Для здійснення математичного аналізу рівняння складаємо матрицю в табл.2.

Таблиця 2

Матриця розмірностей досліджуваного степеневого ряду									
	k	l	m	n	o	p	r	s	β
M			1		1	1		1	0
L	1	2	-1	2	2	-3	1	-2	1
τ		-1	-1	-2	-3		-1		-1

Всі ці параметри складаються з трьох основних розмірностей: маси (M), довжини (L), часу (τ), (табл. 2). Розмірності параметрів, що входять в рівняння, відомі, його можна записати:

$$[L\tau^{-1}] = [L]^k [L^2\tau^{-1}]^l [ML^{-1}\tau^{-1}]^m [M^2L^{-2}]^n [ML^2\tau^{-3}]^o \cdot [ML^{-3}]^p [L\tau^{-1}]^r [ML^{-2}]^s$$

або, розкривши дужки, одержимо:

$$[L\tau^{-1}] = L^{k+2l-m+2n+2o-3p+r-2s} \cdot M^{m+o+p+s} \cdot \tau^{-l-m-2n-3o-r}$$

Зрівняємо показники ступенів при однакових символах розмірностей і одержимо три рівняння:

$$\begin{cases} k+2l-m+2n+2o-3p+r-2s=1 \\ m+o+p+s=0 \\ -l-m-2n-3o-r=-1 \end{cases}$$

$$m=1-l-2n-3o-r$$

$$p=-1+l+2n+2o+r-s$$

$$k=1-2l+1-l-2n-3o-r-2n-2o-3-3l+6n+6o+3r-3s-r+2s$$

$$k=-1+2n+o+r-s$$

Одержані значення підставимо в рівняння.

$$\beta = d^{-1+2n+o+r-s} \cdot D^l \cdot \mu^{1-l-2n-3o-r} \cdot r^n \cdot N_{\text{оп}}^o \cdot \rho_B^{-1+l+2n+2o+r-s} \cdot w^r \cdot P_s^s$$

Згрупуємо величини за показниками степенів і одержимо критеріальне рівняння у вигляді:

$$\frac{\beta d \rho}{\mu} = \left(\frac{\mu^2}{d^2 r \rho^2} \right)^{-n} \cdot \left(\frac{d N_{\text{оп}} \rho^2}{\mu^3} \right)^o \cdot \left(\frac{d^2 \rho w}{\mu} \right)^r \left(\frac{\mu}{D \rho} \right)^{-l} \left(\frac{P_s}{d \rho} \right)^s$$

Групи $\frac{\beta d \rho}{\mu}$ і $\frac{\mu}{D \rho}$ дають відношення коефіцієнта конвективного масообміну до коефіцієнта дифузії – число Шервуда:

$$\frac{\beta d \rho}{\mu} \cdot \frac{\mu}{D \rho} = \frac{\beta d}{D} = Sh$$

Відношення кількості руху потоку вологи до дифузійного потоку – число Шмідта:

$$\frac{\mu}{D \rho} = \frac{\nu}{D} = Sc$$

Комбінація:

$$\left(\frac{\mu^2}{d^2 r \rho^2} \right)^{-n} \cdot \left(\frac{dN_{\text{оп}} \rho^2}{\mu^3} \right)^o = \frac{N_{\text{оп}}}{\mu dr} = Bu$$

число Бурдо, число енергетичної дії, що встановлює співвідношення між енергією випромінювання і енергією, яка необхідна для перетворення в пару вологи.

Відношення $\frac{d \rho w}{\mu}$ - число Рейнольдса:

$$\frac{d \rho w}{\mu} = Re$$

Комплекс $\left(\frac{P_s}{d \rho} \right)^s = A$ є безрозмірним і враховує продуктивність досліджуваного процесу.

Отже структура критеріального рівняння через числа подібності буде наступною:

$$Sh = A \cdot Sc^o \cdot Re^\pi \cdot Bu^\epsilon$$

Константи $A, o, \pi, \sigma, \epsilon$ визначаються експериментально і наведені в дод.

Таблиця 3

Параметри критеріїв подібності і досліджуваного процесу

№	Sc	Sc ^o	Re	Re ^π	Bu	Bu ^ε	A	Sc ^o · Re ^π	Sc ^o · Re ^π · Bu ^ε
1.	0,214	2,434	2549,751	358,82	6,076·10 ⁻¹⁰	9,787·10 ⁵	0,04	-2,281	21,022
2.	0,218	2,408	3569,652	461,82	9,015·10 ⁻¹⁰	7,573·10 ⁵	0,083	-2,351	21,258
3.	0,223	2,377	4589,552	557,60	1,196·10 ⁻⁹	6,302·10 ⁵	0,129	-2,386	21,292
4.	0,227	2,353	5609,453	648,17	1,365·10 ⁻⁹	5,783·10 ⁵	1,833	-2,414	21,402

В результаті визначених констант із графічних залежностей та на основі розрахункових і експериментальних даних отримані критеріальні рівняння можна представити у вигляді:

$$Sh = A \cdot Sc^{-0,58} \cdot Re^{0,75} \cdot Bu^{-0,65}$$

Складання критеріального рівняння в залежності від коефіцієнта тепловіддачі. Коефіцієнт тепловіддачі характеризує інтенсивність теплообміну між поверхнею тіла і навколишнім середовищем. Він чисельно дорівнює кількості теплоти, що віддається (або приймається) одиницею поверхні в одиницю часу при різниці температур між поверхнею тіла і навколишнім середовищем в 1°.

Особливий вплив на теплообмін чинять наступні фізичні параметри: теплопровідність λ , питома теплоємність c , густина ρ , коефіцієнт температуропровідності a і коефіцієнт в'язкості μ .

Коефіцієнт тепловіддачі залежить від наступних параметрів: швидкість теплоносія (w), розміри частинок сировини (d), коефіцієнт дифузії (D), питома маса продукції (P_s), густина вологи (ρ_B), в'язкість (μ). В досліджуваних умовах бародифузія пов'язана з впливом інфрачервоного випромінювання визначається різницею тисків, величина яких прямо пропорційна енергії випромінювання і тієї енергії, яка необхідна для пароутворення (r) і потужності опромінення ($N_{\text{оп}}$).

$$\alpha = f(w, d, \rho, \lambda, c, \mu, r, N_{\text{оп}}, P_s, a)$$

Припустимо, що $w, d, \rho, \lambda, c, \mu, r, N_{\text{оп}}, P_s, a$ мають невідомі показники ступеня $a, b, c, d, e, k, l, m, n, o..$ Таким чином, шукану функціональну залежність можна представити у наступному вигляді

$$\alpha = w^a \cdot d^b \cdot \rho^c \cdot \lambda^d \cdot c^e \cdot \mu^k \cdot r^l \cdot N_{\text{оп}}^m \cdot P_s^n \cdot a^o$$

Основні складові формули заносимо в табл.4.

Таблиця 4.

Основні параметри досліджуваного процесу

№	Найменування параметра	Символ	Степінь	Розмірність
1	Коефіцієнт тепловіддачі			кг/(с ³ ·К)
2	Швидкість теплоносія	w	a	м·с ⁻¹
3	Розміри частинок	d	b	м
4	Густина вологи	ρ_B	c	кг·м ⁻³
5	Коефіцієнт теплопровідності	λ	d	м·кг/(с ³ ·К)
6	Питома (масова) теплоємність	c	e	м ² /(с ² ·К)
7	В'язкість	μ	k	кг·м ⁻¹ ·с ⁻¹
8	Питома теплота пароутворення	r	l	м ² ·с ⁻²
9	Потужність ІЧ – генераторів	$N_{\text{оп}}$	m	кг·м ² ·с ⁻³
10	Питома маса продукції	P_S	n	кг·м ⁻²
11	Коефіцієнт температуропровідності	a	o	м ² ·с ⁻¹

Для здійснення математичного аналізу рівняння складаємо матрицю в табл.5.

Таблиця 5

Матриця розмірностей досліджуваного степеневого ряду

	a	b	c	d	e	k	l	m	n	o	α
M			+1	+1		+1		+1	+1		+1
L	+1	+1	-3	+1	+2	-1	+2	+2	-2	+2	0
τ	-1			-3	-2	-1	-2	-3		-1	-3
K				-1	-1						-1

Всі ці параметри складаються з чотирьох основних розмірностей: маси (M), довжини (L), часу (τ), температури (K) (табл. 5). Розмірності параметрів, що входять в рівняння, відомі, його можна записати:

$$[M\tau^{-3}K^{-1}] = [L\tau^{-1}]^a \cdot [L]^b \cdot [ML^{-3}]^c \cdot [ML\tau^{-3}K^{-1}]^d \cdot [L^2\tau^{-2}K^{-1}]^e \cdot [ML^{-1}\tau^{-1}]^k \cdot [L^2\tau^{-2}]^l \cdot [ML^2\tau^{-3}]^m \cdot [ML^{-2}]^n \cdot [L^2\tau^{-1}]^o$$

або, розкривши дужки, одержимо:

$$[M\tau^{-3}K^{-1}] = M^{c+d+k+m+n} \cdot L^{a+b-3c+d+2e-k+2l+2m-2n+2o} \cdot \tau^{-a-3d-2e-k-2l-3m-o} \cdot K^{-d-e}$$

Зрівняємо показники ступенів при однакових символах розмірностей і одержимо три рівняння:

$$\begin{cases} c+d+k+m+n=1 \\ a+b-3c+d+2e-k+2l+2m-2n+2o=0 \\ -a-3d-2e-k-2l-3m-o=-3 \\ -d-e=-1 \end{cases}$$

$$d=1-e$$

$$c=e-k-m-n$$

$$a=3-3d-2e-k-2l-3m-o$$

$$a=e-k-2l-3m-o$$

$$b=-a+3c-d-2e+k-2l-2m+2n-2o$$

$$b=-1-k-2m+e-n-o$$

Одержані значення підставимо в рівняння 4.37.

$$\alpha = w^{e-k-2l-3m-o} \cdot d^{-1-k-2m+e-n-o} \cdot \rho^{e-k-m-n} \cdot \lambda^{1-e} \cdot c^e \cdot \mu^k \cdot r^l \cdot N_{\text{оп}}^m \cdot P_S^n \cdot a^o$$

Згрупуємо величини за показниками степенів і одержимо критеріальне рівняння у вигляді:

$$\frac{\alpha \cdot d}{\lambda} = \left(\frac{wd\rho c}{\lambda} \right)^e \cdot \left(\frac{wd\rho}{\mu} \right)^{-k} \cdot \left(\frac{r}{w^2} \right)^l \cdot \left(\frac{wd}{a} \right)^{-o} \cdot \left(\frac{N_{\text{оп}}}{w^3 d^2 \rho} \right)^m \cdot \left(\frac{P_S}{d\rho} \right)^n$$

Критерій Нусельта – розглядають як співвідношення між інтенсивністю теплопередачі та напруженою температурного поля в прикордонному шарі потоку теплоносія.

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda}$$

Критерій Пекле

$$Pe = \frac{wd\rho c}{\lambda}$$

Критерій Рейнольдса - міра відношення сил інерції та молекулярного тертя, визначає подібність режиму течії в системі.

$$Re = \frac{wd\rho}{\mu}$$

Критерій Прандтля є мірою відношення інтенсивності передачі кількості руху за рахунок молекулярного переносу та інтенсивності переносу кількості теплоти за рахунок вільної конвекції, визначає подібність температурних та швидкісних полів.

$$Pr = \frac{wd}{a}$$

Фізичний сенс числа Bu полягає в тому, що встановлюється співвідношення між енергією випромінювання і тією енергією, яка необхідна для перетворення на пару всієї води, яка знаходиться в продукті.

$$Bu = \frac{N_{оп}}{rwd^2\rho}$$

Комплекс $\left(\frac{p_s}{d\rho}\right)^s = A$ є безрозмірним і враховує продуктивність досліджуваного процесу.

Отже структура критеріального рівняння через числа подібності буде наступною:

$$Nu = A \cdot Pe^\sigma \cdot Re^\pi \cdot Pr^\varepsilon \cdot Bu^\zeta$$

Константи $A, \sigma, \pi, \varepsilon, \zeta$ визначаються експериментально.

Таблиця 6

Параметри критеріїв подібності і досліджуваного процесу

№	Pe	Pe^σ	Re	Re^π	Pr	Pr^ε	Bu	Bu^ζ	A
1.	5681,286	29,12	6249,4	189,45	103,84	0,039	$48,57 \cdot 10^{-7}$	408350,17	50,3663
2.	7530,719	32,51	5917	183,34	136,84	0,032	$71,82 \cdot 10^{-7}$	543299,62	104,2654
3.	9179,104	35,11	5609,5	177,56	165,93	0,028	$86,24 \cdot 10^{-7}$	620949,71	160,9756
4.	10742,76	37,34	5371,4	173,00	193,07	0,025	$96,82 \cdot 10^{-7}$	675680,19	220,8835

В результаті визначених констант із графічних залежностей та на основі розрахункових і експериментальних даних отримані критеріальні рівняння можна представити у вигляді:

$$Nu = A \cdot Pe^{0,39} \cdot Re^{0,6} \cdot Pr^{-0,7} \cdot Bu^{0,73}$$

Висновок. В результаті отриманої під час дослідження процесу залежності між фізичними величинами, згідно методу аналізу розмірностей, виведено критеріальні рівняння, до якого входять критерії, складені із досліджених величин.

Література.

- Кафаров В.В. Основы массопередачи. – М.: Высшая школа, 1982. – 655 с.
- Дубковецкий И.В., Малезик И.Ф., Бурлака Т.В. / Визначення основних тепломасообмінних параметрів сушіння культивованих грибів при різних способах енергопідведення // Наукові праці ОНАХТ, том 80, вип.1, 2016. –с.53...58
- Дубковецкий И.В., Малезик И.Ф., Бурлака Т.В. / Вплив швидкості теплоносія на основні тепломасообмінні параметри конвективно-терморадіаційного сушіння культивованих грибів // Наукові праці НУХТ, т.22, №4, 2016. –с.141...148.
- Бурлака Т. В., Дубковецкий И.В., Малезик И. Ф., Жукова Я.Ф. / Исследование биологически активных веществ при сушке культивированных грибов вешанки / Научни трудове Хранителни технологии пловдив том LXII – 2015» 18-19 октомври 2015, Пловдив – С. 331-336