

25. ВИЗНАЧЕННЯ КОНЦЕНТРАЦІЇ НАПРУЖЕНЬ НАВКОЛО ОТВОРУ В ОБОЛОНЦІ

Анатолій Богатирчук

Національний університет харчових технологій

Кузьма Шнеренко

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України

Вступ. В апаратах харчової промисловості часто використовуються як елементи конструкцій тонкостінні оболонки з отворами. Розглянемо лінійну задачу про напружений стан оболонки із композитного матеріалу товщини h , послабленої отвором. Оболонка навантажена системою крайових і поверхневих сил. Отвір знаходиться достатньо далеко від країв оболонки. Напружений стан оболонки з концентратором напружень подамо в вигляді суми основного стану, що виникає в оболонці без отвору, та додаткового, що породжується наявністю отвору. Основний напружений стан оболонки вважається відомим. Для знаходження збудованого (додаткового) стану використаємо рівняння пологих оболонок в рамках двохмірної теорії типу Тимошенка.

Методи. Зв'яжемо серединну поверхню оболонки з системою ортогональних координат (α, β, γ) з початком в центрі отвору. Введемо також полярні координати (r, θ) , зв'язані з центром отвору.

Для розв'язку задачі використаємо метод скінченних елементів. Будемо виходити із варіаційного рівняння Лагранжа

Враховуючи, що для більшості випадків на віддалі одного-двох діаметрів отвору від контуру збурення практично зникають, будемо вважати, що границя області Ω віддалена не менш, як на два - три діаметри від контуру отвору і має форму круга, центр якого збігається з центром отвору.

Результати. Розіб'ємо область Ω на квадратичні ізопараметричні елементи. На кожному елементі введемо локальну систему координат (α, β) так, щоб $|\alpha| \leq 1$ і $|\beta| \leq 1$. Координатні функції φ_i вибираємо у вигляді

$$\begin{aligned}\varphi_i &= \frac{1}{4}(1+\alpha_0)(1+\beta_0)(\alpha_0+\beta_0-1), \quad (i=1,3,5,7), \\ \varphi_i &= \frac{1}{2}(1-\alpha^2)(1+\beta_0), \quad (i=2,6), \\ \varphi_i &= \frac{1}{2}(1+\alpha_0)(1-\beta^2), \quad (i=4,8),\end{aligned}\tag{1}$$

де $\alpha_0 = \alpha_{\alpha_i}$, $\beta_0 = \beta_{\beta_i}$, (α_i, β_i) - координати i -го вузла елемента в локальній системі координат.

Зв'язок з глобальною системою координат (x, y) виконується за допомогою співвідношень

$$x = \sum_{i=1}^8 x_i \varphi_i, \quad y = \sum_{i=1}^8 y_i \varphi_i,\tag{2}$$

де (x_i, y_i) - глобальні координати i -го вузла елемента.

Шукані переміщення для кожного елемента подаються в вигляді інтерполяційних многочленів

$$u_x = \sum_{i=1}^8 u_x^i \varphi_i, \dots, \gamma_y = \sum_{i=1}^8 \gamma_y^i \varphi_i,\tag{3}$$

де $u_x^i, \dots, \gamma_y^i$ - значення переміщень в i -ому вузлі елемента. Зауважимо, що перехід від глобальних до локальних координат та інтерполювання шуканих функцій виконується за однаковими закономірностями.

Підставляємо шукані переміщення (3) в варіаційне рівняння з урахуванням формул зв'язку похідних в двох системах координат і граничних умов. Надалі виконується числове інтегрування по кожному елементу з використанням квадратичних формул Гауса. Для досягнення необхідної точності достатньо використати формулу з двома вузлами інтегрування по кожній змінній. Після того результати складаємо по всім елементам і вар'юємо по вузловим значенням шуканих величин, вважаючи їх незалежними. Збираючи коефіцієнти при

однакових варіаціях, отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення невідомих. Вона буде мати вигляд

$$\sum_{n=1}^{5N} \left(A_i^n u_x^n + B_i^n u_y^n + C_i^n w^n + D_i^n \gamma_x^n + E_i^n \gamma_y^n \right) = F_i \quad (4)$$

де N – число вузлів сітки, $u_x^n, \dots, \gamma_y^n$ - шукані значення переміщень в n -ому вузлі області Ω . Величини $A_i^n, \dots, E_i^n$ визначають матрицю жорсткості. Матриця має стрічкову структуру, ширина якої залежить від способу нумерації вузлів.

Розбивка області Ω на елементи, інтегрування, формування матриці системи рівнянь (4) і її розв'язок виконуються на комп'ютері за допомогою програми, складеної на мові C++.

Розроблено алгоритм розрахунку напружено-деформованого стану в оболонках з отворами та складено програму на сучасній мові програмування C++.

Висновки.

1. Розроблена методика дозволяє обчислювати напружено-деформований стан в довільній точці оболонки довільної форми з отвором.
2. Ця методика дозволяє обчислювати напружено-деформований стан в апаратах відповідної форми хімічної, зокрема, харчової промисловості.

ЛІТЕРАТУРА

1. Гузь, О.М. Концентрація напружень біля отворів в оболонках із композитних матеріалів / О.М. Гузь, І.С. Чернишенко, К.І Шнеренко. // Прикл. механіка. – 2001. – Т. 37, №2. - С.3-44.
2. Глинський, Я.М., C++ і C++ Builder / Я.М. Глинський, В.Є. Анохін, В.А.. Ряжська — Львів, 2003. — 192 с.