Б. М. Гончаренко, А. П. Ладанюк, О. П. Лобок

Цифрові системи керування

НОВА КНИГА
ВИДАВНИЦТВО

Б. М. Гончаренко, А. П. Ладанюк, О. П. Лобок

ЦИФРОВІ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів, які навчаються за напрямом “Автоматизація та комп’ютерно-інтегровані технології”

Вінниця «Нова Книга» 2007

УДК 004.4:681.513.2(075.8)
ББК 32.965.7я73
Г 65

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів. Лист 14/18.2–262 від 07. 02. 2005 р.

Рецензенти:
доктор технічних наук, професор *Ю. О. Скрипник*;
заступник генерального директора НВК
"Київський інститут автоматики" *І. М. Богаєнко*

Гончаренко Б. М., Ладанюк А. П., Лобок О. П.
Г 65 Цифрові системи керування. Навчальний посібник. – Вінниця: Нова Книга, 2007. – 160 с.
ISBN 966–8609–48–4

У посібнику викладено основи теорії цифрових систем (ЦС) керування (поняття, особливості, математичний апарат), рівняння та передатні функції розімкнених та замкнених ЦС, методи їх дослідження, підходи до аналітичного проектування ЦС та дискретних регуляторів для них (стандартних і спеціальних) та підходи до їх реалізації.

Посібник призначений для студентів вищих навчальних закладів, які навчаються за напрямом "Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології".

УДК 004.4:681.513.2(075.8)
ББК 32.965.7я73

ISBN 966–8609–48–4

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА

Автоматизація виробництва як один з основних напрямів науково-технічного прогресу на сучасному етапі базується на використанні мікропроцесорних засобів та ЕОМ, об'єднаних у мережі різного рівня та призначення. Це дає можливість значно розширити функціональні можливості систем керування, що пов'язано з реалізацією адаптивних алгоритмів обробки інформації та керування. За характером сигналів системи керування діляться на дві групи:

- неперервні (аналогові), в яких усі вхідні та вихідні сигнали є неперервними функціями часу;
- дискретні, до яких відносять позиційні (релейні), імпульсні та цифрові, в яких сигнали змінюються стрибкоподібно або є послідовністю імпульсів із змінюваними частотою та (або) амплітудою.

Дискретні системи забезпечують квантування сигналів за рівнем (позиційні), часом (імпульсні) та за рівнем і часом (цифрові). У складі цифрових систем для керування технологічними об'єктами є аналого-цифрові (АЦП) та цифро-аналогові перетворювачі ЦАП.

У цифрових системах можуть реалізуватись стандартні закони керування, на основі яких синтезуються П-, ПІ-, ПІД-регулятори, а також спеціалізовані закони, в тому числі із змінюваною структурою чи настройками, що забезпечує ефект адаптації до змінюваних умов роботи.

Цифрові регулятори можуть виконувати додаткові функції, наприклад, перевірки достовірності сигналів, їх обмеження, обміну інформацією з іншими регуляторами та ін.

Саме згаданим властивостям завдячують своєю появою цифрові системи керування. Теорія імпульсних систем була розроблена у фундаментальних роботах Я. З. Ципкіна ще у 60-х роках минулого століття, практичне дослідження цифрових систем – у роботах О. Г. Круг у 70-х, а практичне застосування – у 90-х роках у керувальних обчислювальних комплексах на базі мікро-ЕОМ.

Неперервні системи керування здійснювалися і досі ще подекуди здійснюються на базі аналогових технічних засобів автоматизації, так званих локальних регуляторів, які з огляду на технічні обмеження пропонували вузький ряд стандартних лінійних законів регулювання (П – пропорційний, І – інтегральний, ПІ – пропорційно-інтегральний, та із введенням похідної: ПД – пропорційно-диференційний та ПІД – пропорційно-інтегрально-диференційний), реалізація яких у механічному або ж навіть електронному вигляді завжди пов'язана з вузькоспеціалізованою технічною конструкцією (непридатною до інших застосувань), яка реагувала на певні тільки неперервні (аналогові) діяння.

Особливістю цифрових систем керування порівняно з неперервними є реалізація законів регулювання у вигляді не конструкцій, але алгоритмів, програмно реалізованих на ЕОМ, що обробляють дискретні сигнали, і також наявність у системі відповідних перетворювачів аналого-цифрових (АЦП) та цифро-аналогових (ЦАП). При цьому нарівні з реалізацією стандартних законів регулювання цифрові керувальні алгоритми (цифрові регулятори) можуть здійснювати й більш складні спеціалізовані закони регулювання, підсилювати або послаблювати їх певні складові, або, як вказувалось, під час роботи взагалі змінювати структуру алгоритмів відповідно, наприклад, до зміни режимів роботи технологічних об'єктів керування (ТОК).

У цифрових регуляторах легко саме програмно передбачити виконання і додаткових функцій, або раніше виконуваних спеціальними пристроями, або ж і зовсім нових порівняно з неперервними регуляторами. Наприклад, додатково до раніше згаданих, це може бути контроль граничних значень сигналів, перехід до обробки інших керованих або регульованих величин, обмін інформацією з іншими регуляторами, взаємне резервування, автоматичне діагностування і таке інше.

З огляду на інтенсифікацію навчання студентів за новими навчальними планами, що передбачають збільшення обсягу самостійної роботи студентів, відчувається відсутність навчальної літератури з сучасних цифрових систем керування, особливо практичного спрямування, і це при тому, що останнім часом усе ширше розповсюджуються керувальні мікро-ЕОМ, які можна використовувати в якості технічних засобів реалізації цифрових регуляторів. Літературні джерела мають характер в основному журнальних публікацій, хоч слід відзначити проведену останнім часом значну роботу з їх систематизації та узагальнення у навчальному посібнику М. З. Кваска, М. С. Піргача та Т. В. Аверіної, який стосується проблем автоматизації лише, на жаль, паперовиробництва.

У той же час і при автоматизації харчових виробництв спеціалісти з автоматизації повинні працювати в новому інформаційному просторі, що вимагає від них знань, потрібних при роботі для автоматизації обладнання та технологічних процесів як об'єктів керування та застосування комп'ютерних технологій, і не в останню чергу знань про цифрові системи керування.

Зміст навчального посібника відповідає програмі навчальної дисципліни "Теорія автоматичного керування" і відображає той матеріал, який протягом ряду років читався на кафедрі автоматизації та комп'ютерно-інтегрованих технологій НУХТ студентам денної та заочної форм навчання, фахово орієнтованим на автоматизацію технологічних процесів і виробництв та їх комп'ютерну інтеграцію.

Зміст посібника містить матеріали, що стосуються загальних положень теорії цифрових систем (поняття, математичний апарат, особливості), частину, що стосується цифрової реалізації стандартних законів регулювання, та частину, присвячену аналітичному конструюванню спеціальних цифрових регуляторів, їх реалізації та застосуванню.

Викладений у навчальному посібнику матеріал може також використовуватись при вивченні відповідних розділів навчальних дисциплін "Теорія автоматичного керування", "Проектування систем автоматизації", "Автоматизація технологічних процесів", курсовому і дипломному проектуванні.

До кожного розділу наводяться контрольні запитання, що знадобляться студентам для самоконтролю засвоєних знань, або викладачам при перевірці цих знань.

Невід'ємною частиною дисципліни "Цифрові системи керування" є лабораторний практикум, який дуже зручно здійснюється з використанням комп'ютерних пакетів програм "Matcad" або "Matlab".

Автори посібника мають надію, що дане видання буде корисним для становлення студентів-автоматників в якості фахівців з автоматизації харчових технологічних об'єктів керування та їх комплексів на базі комп'ютерних технологій і висловлюють щиру подяку рецензентам та всім причетним до появи цього посібника особам за допомогу і очікують зауважень для поліпшення в подальшому якості даного видання.

РОЗДІЛ 1

ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ

1.1. Дискретні системи керування

На відміну від неперервних процесів, *дискретний процес* передбачає, що одна з ланок (підсистем) даного процесу працює в дискретному режимі.

Дискретні системи поділяються на: релейні, імпульсні, цифрові.

Цей поділ залежить від способу квантування сигналу.

В *імпульсних системах* відбувається квантування за часом, тобто часовий інтервал розбивається на ряд елементарних частин з певним періодом квантування Т. При цьому немає обмежень на множину допустимих значень сигналу (рис. 1.1).

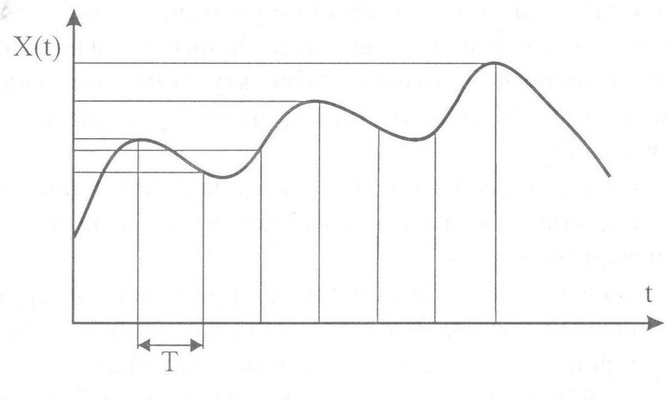


Рис. 1.1. Квантування за часом

У *релейних системах* відбувається квантування за рівнем, тобто множина допустимих значень сигналу ділиться на певну кількість відрізків, причому, чим більша кількість відрізків, тим точніше дискретизований сигнал відповідає початковому неперервному (рис. 1.2).

Розрядність мікропроцесорної техніки тісно пов'язана з точністю квантування за рівнем (чим більша розрядність, тим менша похибка). Зважаючи на високу розрядність сучасної обчислювальної та мікропроцесорної техніки, похибками при квантуванні за рівнем будемо нехтувати.

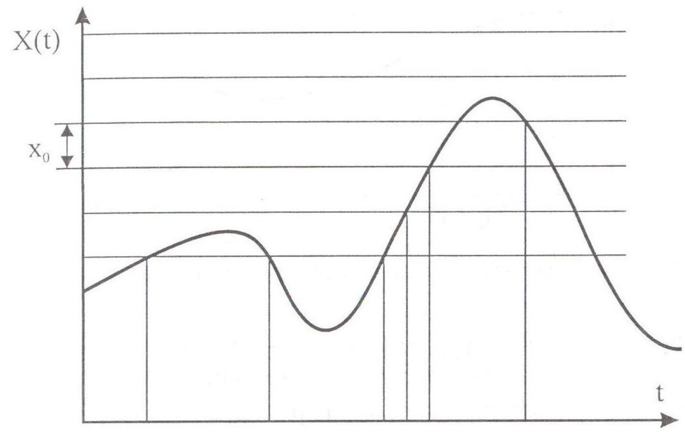


Рис. 1.2. Квантування за рівнем (амплітудою)

У *цифрових системах* передбачається квантування як *за часом*, так і *за рівнем*.

Розглянемо основні принципи квантування на прикладі деякого неперервного сигналу V(t), який подається на вхід імпульсного модулятора (рис. 1.3). Тоді на виході одержимо дискретний сигнал $V^*(t)$ з періодом квантування T.

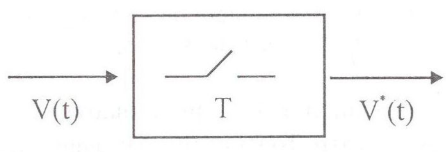


Рис. 1.3. Дискретний елемент (імпульсний модулятор)

Зобразимо графічно процес перетворення неперервного сигналу (рис. 1.4) в дискретний.

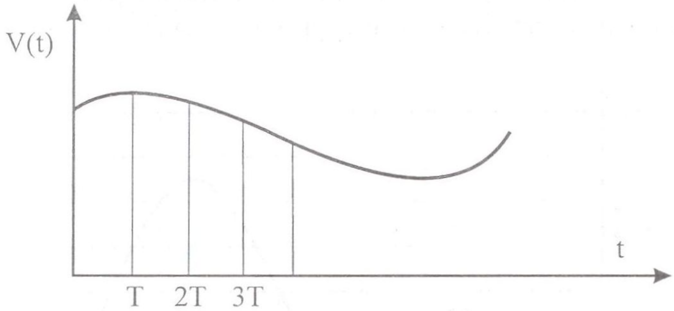


Рис. 1.4. Перетворення неперервного сигналу в дискретний

Введемо в розгляд величину h – час, протягом якого фіксується сигнал (час замикання ключа). З урахуванням цієї величини графік квантованого сигналу можна подати, як на рис. 1.5.

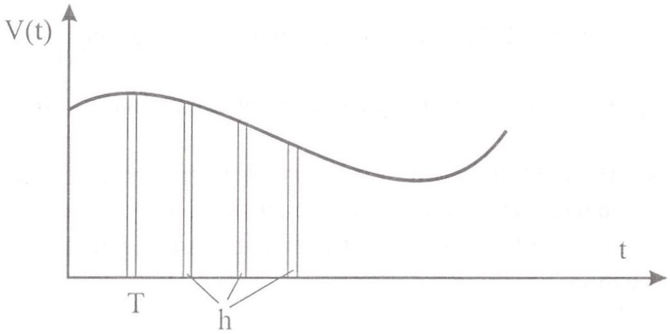


Рис. 1.5. Графік квантованого сигналу з урахуванням часу замикання ключа

Якщо h суттєво менша, ніж T– період квантування (h<<T), то цією величиною можна знехтувати. Тоді останній графік функції V(t) (рис. 1.5) може бути замінено на графік (рис.1.6) наступної ґратчастої функції (ГФ) $V^*(t) = V(nT)$.

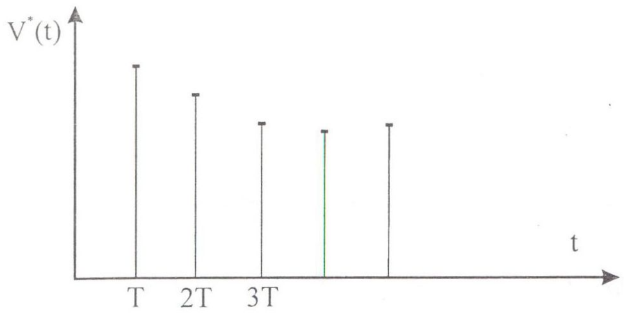


Рис. 1.6. Графік ґратчастої функції

1.2. Ґратчасті функції

Ґратчасту функцію V(nT) одержують з виразу неперервної функції (НФ) $V_T(t)$ заміною аргументу t = nT. Наприклад, неперервній функції $V_T(t) = at$ відповідає ґратчаста функція $V(nt) = V(t)|_{t=nT} = anT$ при n = 0,1,2,..., а функції $V(t) = V_T(t) = e^{at}$ – ґратчаста функція $V(nt) = V(t)|_{t=nT} = e^{anT}$.

Якщо застосувати проміжний фіксований час ±Δt, що може змінюватися від 0 до T, то неперервний аргумент t можна представити як суму дискретного аргументу nT і приросту Δt: t = nT ± Δt. Це дозволяє знайти поведінку НФ між окремими дискретними моментами часу.

ГФ V(nT ± Δt) називають зміщеною функцією по відношенню до функції V(nt) на величину ±Δt і позначають f(nT, Δt). При зміні ±Δt від 0 до T одержимо всі значення НФ на проміжку від (n – 1)T до (n + 1)T. Неперервній функції у відносному $\bar{t} = t/T = n$ масштабі часу $V(\bar{t})$ відповідає ґратчаста функція $V(n) = V(\bar{t})$ при $\bar{t} = n$. Наприклад, неперервній функції $V(\bar{t}) = at = t/T$ відповідає ґратчаста функція V(n) = an (рис. 1.7).

ГФ змінює своє значення при цілочисельних значеннях незалежної змінної n. Якщо аргументом є відносний час, то зміщена ГФ позначається як V(n, ε), де ±ε = ±Δt/T. При зміні ±Δt від 0 до T параметр ε змінюється від 0 до ±1. Зміщена функція V(n, ε) при ε = 1 відповідає значенню функції в точці n + 1, т. т. дорівнює V(n + 1).

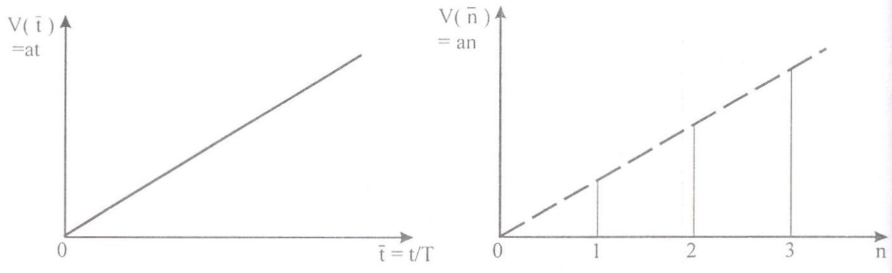


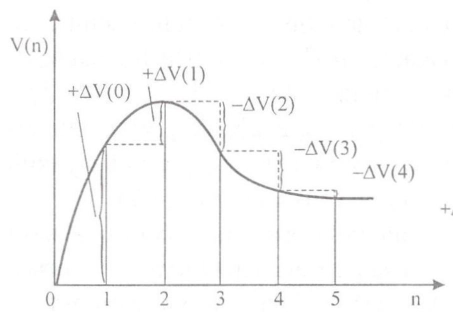
Рис. 1.7. Лінійна неперервна і зміщена ґратчаста функції

1.3. Поняття про різниці ґратчастих функцій і різницеві рівняння

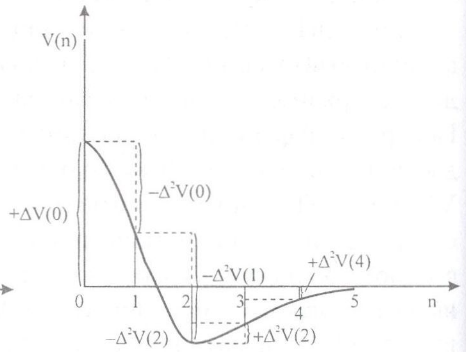
Швидкість зміни НФ V(t) визначається її першою похідною dV(t)/dt. Швидкість зміни ГФ f(n) характеризує її перша різниця ΔV(n), що є аналогом похідної (рис. 1.8.а).

Різниця першого порядку (перша різниця) ΔV(n) ГФ V(n) дорівнює ΔV(n) = V(n + 1) – V(n) (рис. 1.8.б).

Перша різниця, як і похідна, по суті є відношенням приросту функції до приросту аргументу ΔV(n)/Δn, але оскільки Δn = (n + 1) – n = 1, то значення відношення просто дорівнює ΔV(n).



а



б

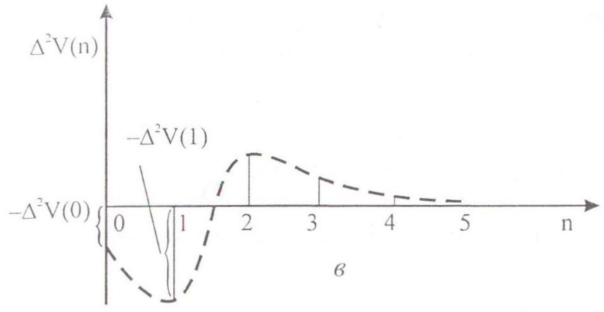


Рис. 1.8. Ґратчаста функція (а), її перша (б) та друга (в) різниці

Прискоренню зміни неперервної функції V(t) відповідає в ґратчастих функціях V(n) різниця другого порядку (друга різниця) $\Delta^2V(n)$, яка є різницею між (n+1)-ю і n-ю ординатами першої різниці: $\Delta^2V(n) = \Delta V(n + 1) + \Delta V(n)$ або, якщо розкрити перші різниці, то $\Delta^2V(n) = V(n + 2) + 2V(n + 1) + V(n)$.

Різниця k-порядку визначається виразом:

$$\Delta^kV(n) = \Delta^{k-1}V(n) - \Delta^{-1}V(n)$$

або безпосередньо через значення ГФ:

$$\Delta^kV(n)=\sum_{\gamma=1}^{k}(-1)^k\binom{k}{\gamma}V(n+k-\gamma)\,, \qquad (1.1)$$

де $\binom{k}{\gamma}=\frac{k!}{\gamma!}(k-\gamma)!$ – біноміальні коефіцієнти.

Для ГФ V(n) = an (рис. 1.7) перша різниця дорівнює сталій a: $\Delta V(n) = a(n + 1) - an = a$.

Різницеві рівняння (РР) при розгляді цифрових систем керування (ЦСК) визначають співвідношення між дискретною функцією y(n) і її різницями різних порядків $\Delta^ky(n)$, де k = 1,2,...,*l*. РР описують цифрові обчислювальні пристрої (ЦОП) і в окремому випадку визначають послідовність їх дії, тобто програму (алгоритм) функціонування для вироблення вихідної (керувальної, наприклад) величини. Якщо лінійне диференційне рівняння (ДР) l-го порядку виражене в загальному вигляді записом:

$$a_l \frac{d^l y(t)}{dt^l} + a_{l-1} \frac{d^{l-1} y(t)}{dt^{l-1}} + \ldots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = f(t),$$

то аналогічне йому лінійне РР зі сталими коефіцієнтами буде мати вигляд:

$$b_l \Delta^l y(n) + b_{l-1} \Delta^{l-1} y(n) + \ldots + b_0 y(n) = f(n). \qquad (1.2)$$

Диференційне рівняння можна вважати граничним для різницевого, коли період дискретності прямує до нуля $T \to 0$. Розв'язок y(n) РР зручно шукати подібно як для ДР, операційним методом за допомогою аналога перетворення Лапласа, яке для цього випадку буде дискретним.

Таким чином, ґратчасті функції – це функції, областю визначення яких є множина певних ізольованих точок у фіксовані моменти часу nT. Вони визначені в дискретні моменти часу T, 2T, 3T і так далі, а між ними не є визначеними.

Для дослідження дискретних систем і зокрема дискретних сигналів розглянемо наступне математичне позначення дискретної ґратчастої функції:

$$V^*(t) = \begin{cases} V(nT), t=nT \\ 0, t=[nT,(n+1)T] \end{cases}, \qquad (1.3)$$

де n = 0, 1, 2,... .

Використовуючи так звану дельта-функцію або функцію Дірака $\Delta(t - \tau)$, де t – поточний час; τ – час появи імпульсу, можна для зручності математичних перетворень співвідношення (1.3) записати так:

$$V^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} V(nT) \cdot \delta(t - nT), \qquad (1.4)$$

де τ = nT – час, виражений через період дискретності та будь-яке ціле число.

Зауваження: Використана у формулі (1.4) дельта-функція Дірака описує миттєвий імпульс і має такі властивості:

1) $\Delta(t) = 0$, якщо $t \neq 0$, $\Delta(t) = \infty$, якщо $t = 0$, тобто має безмежну амплітуду;

2) $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1$, тобто має одиничну площу;

3) $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(t)\,\delta(t-\tau)\,dt = f(\tau)$, де $f(t)$ – довільна неперервна функція, тобто площа функції $f(t)$ зосереджується в околі моменту часу τ появи імпульсу.

Дельта-функція – математична абстракція. В природі такої функції не існує. Проте існують функції та сигнали, які наближаються до дельта-функції. Рисунок 1.9 ілюструє одержання сигналу у вигляді одиничного імпульсу, який наближено описується дельта-функцією Дірака. На рисунку 1.9 площа прямокутника S постійна і дорівнює 1. Якщо ширина цього прямокутника прямує до 0, то висота прямує до ∞ і прямокутник наближено представляється дельта-функцією.

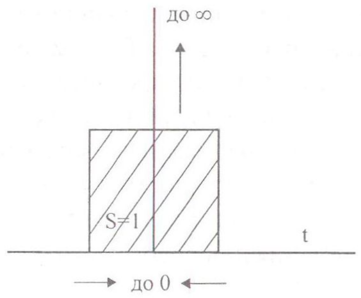


Рис. 1.9. Ілюстрація до поняття дельта-функції Дірака

При перетворенні неперервного сигналу, вираженого функцією $V(t)$, в дискретний сигнал, виражений функцією $V^{*}(t)$, ми однозначно визначили ґратчасту функцію $V(nT)$. Зворотне перетворення не є однозначним, бо ґратчаста функція не скрізь визначена в часі. Тому за ґратчастою функцією $V(nT)$ визначити неперервну $V(t)$ в загальному випадку неможливо.

При квантуванні (дискретизації) неперервного сигналу, тобто при побудові дискретних функцій, відбуваються певні втрати інформації корисного сигналу. Ці втрати пов'язані з періодом квантування T, за рахунок вибору якого можна зменшити ці втрати.

Наступна теорема Котельнікова – Шеннона дає можливість вибору такого значення періоду квантування T, щоб втрат інформації при квантуванні сигналу практично не було.

Нехай функція V(t) не містить гармонійних складових з частотами більшими від частоти ω_{max}. Тоді функція V(t) повністю визначається своїми значеннями в моменти часу nT, де $T = \pi / \omega_{max}$, а n = 0, 1, 2, 3,... .

Тобто, якщо частота квантування ω_0 задовольняє умові $\omega_0 \geq 2\omega_{max}$, то у цьому випадку втрат інформації при квантуванні практично не буде.

1.4. Екстраполятор 0-го порядку

Дискретний сигнал $V^*(t)$ з виходу імпульсного модулятора не можна безпосередньо передавати на пристрій керування. При керуванні деяким реальним об'єктом потрібно, щоб на пристрій керування (виконавчий механізм) надходив сигнал, що міг би ним сприйматися. Такий сигнал отримують від перетворення дискретного сигналу $V^*(t)$ у неперервний (аналоговий) сигнал. Якщо використовується цифрове керування, то виникає необхідність апроксимації керувального цифрового сигналу, що виходить з ПЕОМ, деяким неперервним сигналом U(t), який вже може подаватись на об'єкт керування. Екстраполятор – це пристрій, який і призначено для перетворення цифрового сигналу в деякий неперервний (рис. 1.10).

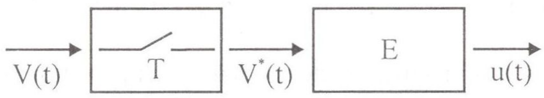


Рис. 1.10. Схема проходження сигналу через екстраполятор

З математичної точки зору екстраполятор апроксимує (наближено представляє) дискретні (цифрові) сигнали, одержані з комп'ютера, деякими неперервними сигналами, причому ця апроксимація може бути виконана або кусково-постійними функціями, або кусково-лінійними чи й параболічними тощо.

Якщо цифровий сигнал наближається кусково-постійною функцією, то пристрій називається *екстраполятором 0-го порядку* (рис. 1.11). Він фіксує вихідний сигнал на тривалість періоду квантування T, що визначає його назву – фіксатор.

Якщо сигнал апроксимується кусково-лінійною функцією, то пристрій називають екстраполятором 1-го порядку (рис. 1.12) і т. д.

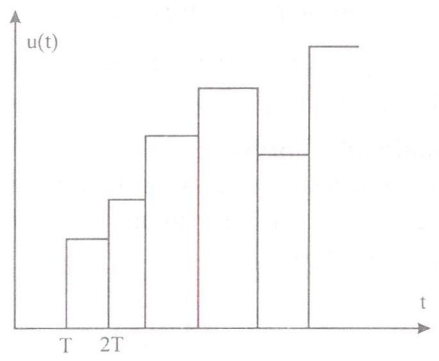


Рис. 1.11. Екстраполятор 0-го порядку

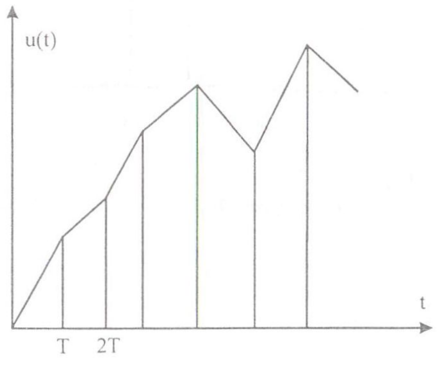


Рис. 1.12. Екстраполятор 1-го порядку

При поданні на вхід екстраполятора одиничного імпульсу 1(t) його вагова функція описується наступним рівнянням:

$$w_E(t) = 1(t) - 1(t - T). \qquad (1.4)$$

Нагадаємо, що вагова функція – це є реакція системи на одиничний вхідний імпульс.

Використане в останньому співвідношенні позначення 1(t) відоме також як функція Хевісайда (рис. 1.13.а).

У кінці періоду $\tau = T$ і $\gamma = 1$, то передатна функція (ПдФ) екстраполятора 0-го порядку може бути обчислена на основі перетворення Лапласа, відомого з теорії неперервних систем:

$$w_E(p) = L[w_E(t)] = L[1(t) - 1(t - T)] = L[1(t)] - L[1(t - T)] =$$
$$= (1 / p) - (e^{-pT} / p) = (1 - e^{-pT}) / p,$$

де $p = c + j\omega$ – комплексний аргумент.

На завершення приведемо для нагадування та порівняння (рис. 1.13) графіки одиничної ступінчастої 1(t) функції та одиничної імпульсної перехідної (вагової) функції $w_E(t)$.

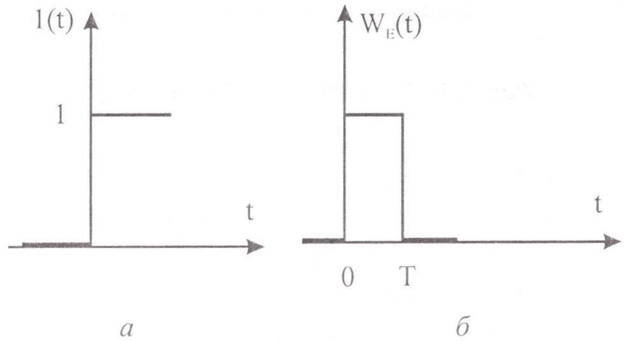


Рис.1.13. Графіки функцій Хевісайда (а) та вагової функції $w_E(t)$ (б)

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1.1. Дати класифікацію дискретних систем керування.
1.2. Чим відрізняються релейні, імпульсні та цифрові системи?
1.3. Що таке період квантування?
1.4. Що таке квантування за часом та рівнем?
1.5. Дати визначення ґратчастої та зміщеної ґратчастої функції.
1.6. Що таке перша, друга різниця та різниця k-го порядку ґратчастої функції?
1.7. Яке рівняння називається різницевим?
1.8. Співвідношення між диференціальним та відповідним йому різницевим рівнянням.
1.9. Дати математичний опис ґратчастої функції.
1.10. У чому полягає суть теореми Котельнікова – Шеннона?
1.11. Що таке екстраполятор взагалі та екстраполятор нульового та першого порядку зокрема?