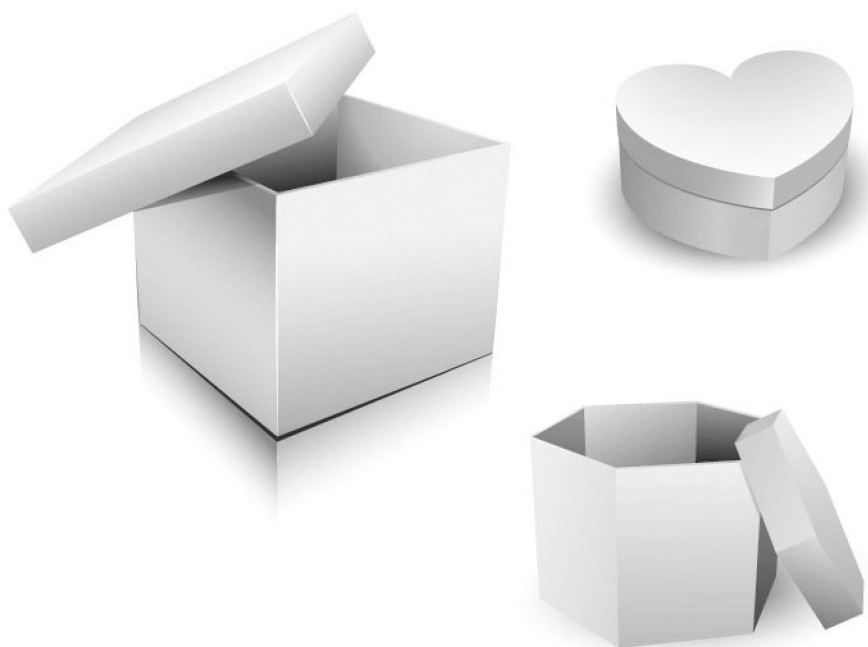


**Міністерство освіти і науки України
Клуб пакувальників України
Національний університет харчових технологій
АТ «Київський міжнародний контрактний ярмарок»**

**Матеріали доповідей
Х Науково-практичної конференції
МОЛОДИХ ВЧЕНИХ
«Новітні технології пакування»**

Додаток до журналу «Упаковка®»



Київ — 2014

Коефіцієнти корисної дії похилих площин

А.В. Мудрак, І.Ф. Максименко, А.І. Соколенко, д.т.н., НУХТ, м. Київ

Важливим доповненням до характеристик похилих площин є їхні коефіцієнти корисної дії. Розглянемо вантаж масою m на похилій площині, розташований під кутом α до лінії горизонту. Переміщення вантажу здійснюється під дією сили P , лінія дії якої розташована під кутом β до напрямку переміщення вантажу.

Загальний результат величини ККД похилої площини залежить від співвідношення силових факторів, що діють на вантажі, і кута нахилу до лінії горизонту. При цьому одна із сил є рушійною і виконує корисну роботу, а інша грає роль сили опору, подолання якої потребує витрат деякої частини роботи, що виконується рушійною силою. Окрім того, мають місце енерговитрати, пов'язані з необхідністю долати сили тертя.

ККД похилої площини залежить від напрямку переміщення вантажу.

Випадок руху вантажу опорною похилою площиною згори донизу. Розрахункова схема цього випадку наведена на рисунку. Рушійною силою при цьому є складова сили тяжіння $mg \sin \alpha$. У зв'язку з подоланням сили опору P витрачається корисна робота:

$$A_p = Ps \cos \beta, \quad (1)$$

а повна робота рушійної сили тяжіння дорівнює:

$$A_{mg} = mgh. \quad (2)$$

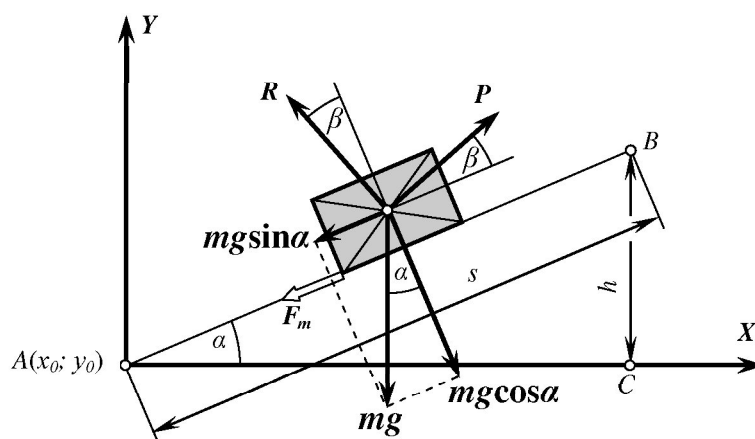


Рисунок. Схема до визначення параметрів переміщення вантажу по похилій площині

Звідси ККД складає:

$$\eta = \frac{A_p}{A_{mg}} = \frac{P s \cos \beta}{mgh}, \quad (3)$$

і маючи на увазі, що $h/s = \sin \alpha$, P дорівнює:

$$P = mg \frac{\sin(\alpha - \rho)}{\cos(\beta + \rho)}; \quad \eta = \frac{\cos \beta}{\sin \alpha} \cdot \frac{\sin(\alpha - \rho)}{\cos(\beta + \rho)}. \quad (4)$$

У випадку горизонтального прикладання сили P під кутом $\beta = -\alpha$, отримуємо вираз:

$$\eta = \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \rho)}{\operatorname{tg} \alpha}. \quad (5)$$

При цьому відомо, що похила площина є самогальмівною, якщо $\alpha \leq \rho$. З останнього витікає, що за умови самогальмування ККД $\eta \leq 0$.

Випадок руху вантажу опорною похилою площиною догори. У цьому випадку корисну роботу виконує сила P , а сила тяжіння mg є силою опору. Корисна робота $A_{mg} = mgh$, а повна робота — $A_p = P s \cos \beta$. Звідси ККД:

$$\eta = \frac{A_{mg}}{A_p} = \frac{mgh}{P s \cos \beta}. \quad (6)$$

Оскільки $h/s = \sin \alpha$ і

$$P = mg \frac{\sin(\alpha + \rho)}{\cos(\beta - \rho)}, \quad (7)$$

то
$$\eta = \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} \cdot \frac{\cos(\beta - \rho)}{\sin(\alpha + \rho)}. \quad (8)$$

У випадку горизонтально діючої сили одержуємо:

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}(\alpha + \rho)}. \quad (9)$$

Самогальмування вантажу на похилій площині можливе і у цьому випадку. Умові самогальмування, у відповідності до виразу (9), повинні відповідати $\operatorname{tg} \alpha = 0$ або $\operatorname{tg}(\alpha + \rho) = \infty$. Перша умова не має фізичного змісту, оскільки їй відповідає умова $\alpha = 0$, і тоді рушійна сила корисної роботи не виконує. А з другої умови витікає $\alpha + \rho = \pi/2$ або $\alpha = \pi/2 - \rho$. Враховуючи, що ККД похилої площини залежить від кута α і нульові значення η відповідають вказаним $\alpha = 0$ і $\alpha = \pi/2 - \rho$, слід прийти до висновку про існування максимального значення η у вказаному інтервалі. Значення α_m знайдемо, прирівнявши $d\eta/d\alpha$ до нуля. За руху тіла догори похилою площиною маємо:

$$\frac{d\eta}{d\alpha} = \frac{d}{d\alpha} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}(\alpha + \rho)} \right) = 0. \quad (10)$$

Виконавши диференціювання, отримаємо:

$$\frac{d\eta}{d\alpha} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha + \rho) \frac{1}{\cos^2 \alpha} + \operatorname{tg} \alpha \frac{1}{\cos^2(\alpha + \rho)}}{\operatorname{tg}^2(\alpha + \rho)}, \quad (11)$$

або звідси:

$$\operatorname{tg}(\alpha + \rho) \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \operatorname{tg} \alpha \frac{1}{\cos^2(\alpha + \rho)} = 0. \quad (12)$$

Замінивши тангенси співвідношеннями $\sin$ та $\cos$ і привівши вирази до спільного знаменника, отримаємо:

$$\sin 2(\alpha + \rho) - \sin 2\alpha = 0. \quad (13)$$

Останній вираз задовольняється лише тоді, коли $2(\alpha + \rho) = \pi - 2\alpha$, тому що $\sin 2\alpha = \sin(\pi - 2\alpha)$. Тоді максимальний ККД відповідає куту:

$$\alpha_m = \frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2}. \quad (14)$$

Під час руху згори донизу маємо:

$$\alpha_m = \frac{\pi}{4} + \frac{\rho}{2}. \quad (15)$$

Геометричні параметри влаштування систем із використанням гравітаційних пристроїв можуть бути фіксованими і наперед заданими. Задовольнити при цьому співвідношення між геометричними, кінематичними та силовими параметрами можливо за рахунок жолобчастих похилих площин або використання активованих опорних похилих площин, приведених, наприклад, в рух із визначеними параметрами.

Література

1. Соколенко А.І. Моделювання процесів пакування / Соколенко А.І., Яровий В.Л., Піддубний В.А. та ін. — Вінниця: Nova knyha, 2004. — 272 с.